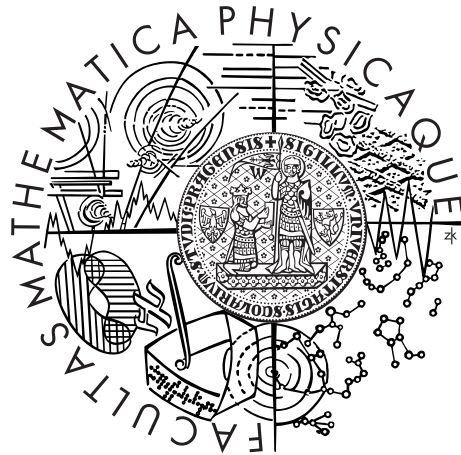


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Filip Kostka

Kvazidynamické modely tektonických zlomů: segmentace zemětřesení

Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. František Gallovič, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2013

Rád bych vyjádřil obrovský dík svému školiteli, RNDr. Františku Gallovičovi, Ph.D, za veliké nasazení, trpělivost a obětavost při konzultacích a mnohé užitečné připomínky.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Název práce: Kvazidynamické modely tektonických zlomů: segmentace zemětřesení

Autor: Filip Kostka

Katedra: Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. František Gallovič, Ph.D., katedra geofyziky

Abstrakt: Na určitý zlomech je možné pozorovat segmentaci zemětřesení, tedy jev, kdy v daném čase praskne pouze část zlomu, zatímco jiná část zlomu praskne později. V této práci se toto chování pokusíme vysvětlit s použitím idealizovaného dynamického zlomového procesu, který se řídí laboratorně ověřenými zákony tření. K tomuto účelu nejprve poskytneme rešerši tzv. rate-and-state zákonů, jež jsou často využívány při modelování seismických cyklů. Abychom lépe porozuměli jejich chování, provedeme numerické experimenty na 1-D modelu jezdec na pružině s nejnovější verzí těchto zákonů, navržené Nagatou a kol. (2012). Testováním velocity-strengthening a velocity-weakening oblastí o různé šířce na zlomu nakonec nalezneme a předvedeme příklady segmentace zemětřesení.

Klíčová slova: Rate-and-state modely tření, Jezdec na pružince, Segmentace zemětřesení

Title: Quasidynamic modeling of tectonic faults: segmentation of earthquakes

Author: Filip Kostka

Department: Department of geophysics

Supervisor: RNDr. František Gallovič, Ph.D., Department of Geophysics

Abstract:

Some tectonic faults are documented to release strain in form of segmented earthquakes, when only a part of the fault fails at a given time, being followed by a rupture of another part of the fault years to tens of years later. In this thesis, our aim is to explain such behaviour using an idealized dynamic-fault model governed by a laboratory derived friction law. To this end, we first give an overview of a class of rate-and-state friction (RSF) laws, commonly used in modelling of seismic cycles. We perform numerical tests on a spring slider model using the most recent version of the RSF law proposed by Nagata et al. (2012) to better understand its features. Performing extensive numerical experiments with velocity-strengthening and velocity-weakening zones of varying sizes along an infinite two-dimensional vertical fault, we find examples of the earthquake segmentation.

Keywords: Rate-and-state friction, Spring slider, Segmentation of Earthquakes

Obsah

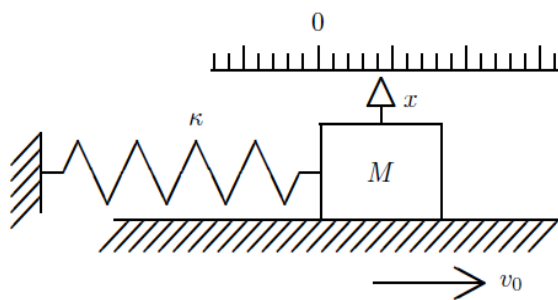
Úvod	2
1 Rate-and-state modely tření	5
1.1 Základní pojmy	5
1.2 Dva hlavní experimenty	6
1.3 Konkrétní tvary rate-and-state zákona	8
1.4 Nakataniho reformulace RS zákonů, jejich fyzikální interpretace	12
1.5 Nagatův evoluční zákon	16
2 Tektonický zlom jako jezdec na pružince	18
2.1 Představení modelu	18
2.2 Stabilita systému jezdce na pružince	19
2.3 Numerický postup	21
2.4 Simulace laboratorních experimentů	22
2.4.1 Velocity-step experiment	22
2.4.2 Slide-hold-slide experiment	22
2.4.3 Hold experiment	22
2.5 Simulace tektonického zlomu (1-D případ)	23
2.5.1 Chování systému za absence tlumícího členu	23
2.5.2 Chování systému s tlumením	29
3 Segmentace zemětřesení na 2D modelu nekonečně dlouhého zlomu	41
3.1 Představení modelu	41
3.2 Riceův model tektonického zlomu	43
3.3 Idealizované rozložení parametrů	43
3.3.1 Růst nestabilní oblasti	45
3.3.2 Růst stabilní oblasti	46
3.4 Segmentace zemětřesení na modifikovaném Riceově modelu	49
3.4.1 Rozšiřování velocity-strengthening zóny	52
3.4.2 Posouvání středu velocity-strengthening zóny	53
3.4.3 Diskuze výsledků	55
Závěr	60
Seznam použité literatury	61

Úvod

O vzniku zemětřesení dlouhou dobu převládal názor, že jsou způsobena primárně praskáním křehkých vrstev litosférických desek při vytváření tektonických zlomů [1].

V roce 1966 vyslovili Brace a Byerlee ve svém článku [2] domněnku, že chování tektonických zlomů při vzniku mělkých zemětřesení by se dalo přesněji vyložit na základě tzv. stick-slip mechanismu. Stick-slip (anglický název navrhli Bowden a Leben [3] v roce 1939, žádný český překlad se zatím nepoužívá) je jev, kdy v důsledku působení nelineárního zákona tření na vzájemně smýkající tělesa dochází k více či méně periodickému střídání klidu a rychlých šubnutí. Toto chování je pozorováno v laboratoři při pomalém posouvání dvou bloků hornin přes sebe, známé je však také z běžného života, uveďme například vrzání křídly po tabuli, skřípání dveří a brzd automobilu, zvuk vlhkého prstu při tření po okraji sklenice nebo pohyb smyčce po struně houslí [4],[5]. Známé je stick-slip chování v průmyslové technice, kde se projevuje jako nežádoucí vibrace při kontaktu nedostatečně promazaných strojních součástí.

Podstatu stick-slip chování si zjednodušeně můžeme představit pomocí schématu jezdce na pružině. Uvažujme uspořádání dle obrázku 1. Na pohyblivém pásu je položen jezdec o hmotnosti M , který je pomocí pružinky o tuhosti k připojen k pevné stěně, libovolný pevný bod pásu je unášen konstantní rychlostí v_0 doprava (popis provádíme v inerciální soustavě, ve které je zeď v klidu). Předpokládejme, že smykové tření mezi jezdce a povrchem pásu se dá popsat klasickým modelem Coloumbova suchého statického a dynamického tření (viz například [6]) a že na jezdce působí tíhová síla N o velikosti Mg (g je tíhové zrychlení). Při natahování začne pružinka na jezdce působit silou F_E odpovídající Hookeovu zákonu, ta je nejprve vyrovnána silou statického tření o stejné velikosti (to roste lineárně s časem tak, aby přesně vyrovnalo elastickou sílu pružinky) a jezdec tak vůči pásu zůstává v klidu (*stick*). S rostoucím natažením pružinky se síla F_E zvyšuje, až dosáhne hodnoty F_E^S potřebné k překonání statického tření mezi jezdce a pásem ($F_E^S = \mu_S N$, kde μ_S je součinitel statického tření a $N = Mg$ je normálová síla působící na jezdce), třecí síla potom poklesne na konstantní hodnotu $F_T = \mu_D \cdot N$ (μ_D je součinitel dynamického tření, $\mu_D < \mu_S$) a jezdec začne být urychlován výslednou silou $F_E - F_T > 0$. Dojde k náhlému šubnutí (*slip*) a následnému zpomalení. V závislosti na maximální dosažené rychlosti jezdce v nyní může dojít ke dvěma kvalitativně odlišným případům ([7]):



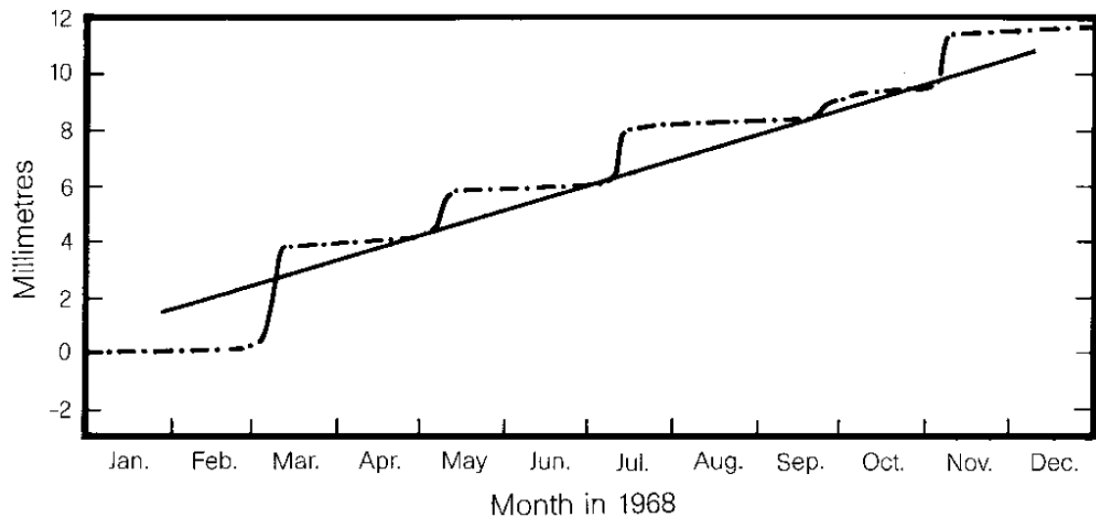
Obrázek 1: Jezdec na pružině, převzato z [7]

- $v < v_0$: Jezdec se začne pohybovat jako netlumený harmonický oscilátor kolem rovnovážné polohy pružinky, posunuté o F_T/k . Ve speciálním případě nulové amplitudy těchto oscilací bude jezdec setrvávat v klidu v bodě F_T/k .
- $v \geq v_0$: Jezdec se dostane za rovnovážnou polohu pružinky a začne jí být zpomalován, až do zastavení. Tření se změní zpět z dynamického na statické a jezdec bude klouzat s pásem (stick), než v důsledku rostoucí síly pružinky opět dojde k jeho šubnutí. Celý děj se opakuje. Právě popsany proces označujeme jako *stick-slip*.

To, zda dojde k jednomu, nebo druhému případu, zřejmě závisí na parametrech modelu. Intuitivně je vidět, že čím větší rozdíl existuje mezi statickým a dynamickým třením, tím větší se vyskytuje tendence systému k *stick-slip* chování. Lze ukázat, že tato tendence narůstá také s klesající rychlostí v_0 pásu (pro jezdec je potom zřejmě jednodušší dostat se za rovnovážnou polohu pružinku). Poslední vlastnost je dokonce zachována i pro modely, kdy dynamické tření přímo závisí na rychlosti. Pak vždy existuje určitá kritická rychlost, po jejíž překročení již *stick-slip* nenastane nikdy. V praxi se s tímto chováním setkáváme například při zavírání vrzajících dveří, kdy je výhodnější zavřít je rychleji, chceme-li se vyhnout nepříjemnému zvuku (viz [7]).

Výše představený model, byť idealizovaný, ukazuje, jak může i velmi jednoduchá nelineární závislost tření na rychlosti vysvětlit chování pozorované při vzniku zemětřesení na tektonických zlomech: Vnější části zlomu se vůči sobě pohybují určitou konstantní rychlostí V_{pl} , analogickou k pohybu pásu na obr. 1. Normálové napětí drží desky ve vzájemném kontaktu, což způsobuje, že mezi nimi vzniká určité střížné třecí napětí. V určitých oblastech zlomu mohou být takové podmínky, že v důsledku vysokého střížného napětí dojde k jejich vzájemnému zaklesnutí (*stick*). Vzájemný pohyb okolních částí desek potom vede k hromadění elasticke potenciální energie (analogie k tuhosti pružiny k) v oblasti. Po určité době se nahromadí dostatečně velké napětí a v důsledku poklesu tření dojde k jeho náhlému uvolnění (*slip*), část uvolněné energie se pak šíří ve formě seismických vln. S menší či větší pravidelností se pak proces může opakovat. Příklad takového chování na zlomu San Andreas v Californii uvádím na obr. 2

Z popisu mechanismu je zjevné, že pro správné pochopení mechanismu vývoje zemětřesení je naprosto zásadní určit, jakými fyzikálními zákony se řídí tření mezi tektonickými deskami na zlomu. Z tohoto důvodu bylo v laboratorním prostředí provedeno mnoho pokusů na rozličných typech hornin. Zjistilo se, že pro správný popis tření mezi horninami je nutné uvažovat nejen jeho závislost na rychlosti, ale že závisí také na určitém způsobem definovaném stavu kontaktu, případně i časové derivaci normálového i střížného napětí. Byly vypracovány tzv. *rate-and-state* zákony tření, empirické vztahy, jejichž aplikací na zlom lze vysvětlit širokou škálu reálně pozorovaných jevů. V kapitole 1 si některé z nich představíme a na jednom z nich, *Nagatově rate-and-state modelu*, předvedeme v kapitole 2 na základě vlastních numerických výpočtů v jazyce Fortran 90 některé zásadní vlastnosti, k tomuto účelu využijeme 1-D model jezdců na pružince. Podobně jako ve výše uvedeném případě Coloumbova tření bude i pro složitější zákony charakter dynamiky systému se třením záviset na jeho parametrech. Tak například pro určité hodnoty parametrů na zlomu bude docházet pouze k stabilnímu skluzu, naopak jiné hodnoty mohou vést k nestabilnímu zemětřesnému chování. Důležitý



Obrázek 2: Závislost skluzu na čase na zlomu San Andreas ve střední Californii. Převzato z [1]

případ pak obdržíme při uvážení nehomogenního rozložení reologických parametrů na zlomu. Jak ukázal např. Kato [8], heterogenní rozložení parametrů může vysvětlit celou řadu jevů pozorovaných na reálných tektonických zlomech, mj. klasická i pomalá zemětřesení, postseismický skluz nebo složitou časová závislost zemětřesených cyklů.

Zajímavým jevem je „segmentace zemětřesení“, kdy jednotlivé části tektonického zlomu při zemětřesení nepraskají zároveň, ale odděleně. Takové chování popsal například Elliot v [9], který na základě satelitních měření na zlomu v Číně pozoroval zemětřesení nejprve na spodní a o rok později na horní části zlomu. To znamená, že seismické ohrožení v těsné blízkosti velkého zemětřesení nemusí být po jeho skončení nutně nižší. Pokud totiž nedojde k uvolnění napětí na celém zlomu, může později dojít k jeho uvolnění ve formě dalšího zemětřesení na zbytku zlomu.

V kapitole 3 této práce se pokusíme numerickým modelováním najít příklad segmentace zemětřesení jakožto důsledek nehomogenních parametrů tření. K tomu využijeme modelu nekonečně dlouhého vertikálního zlomu spolu s aparátem rate-and-state zákonů tření představených v prvních dvou kapitolách.

1. Rate-and-state modely tření

V úvodu jsme naznačili důvody, které motivovaly geofyziky k důkladnější výzkumu zákonů tření. Bohužel, zatím se nepodařilo vytvořit žádnou teorii, která by tření dokázala správně popsat na základě mikroskopických výpočtů [5]. Velký význam mají proto experimenty v laboratoři, zejména ty na blocích hornin, kde je větší šance, že získané výsledky úspěšně vystihnou chování tření na reálných zlomech. Pro nás je důležitá zejména práce J.H. Dietericha (1979) [10], A. Ruiny [11] (1983), J.R. Rice (1986) [12] a nejnověji K. Nagaty (2012) [13]. Před představením výsledků dvou hlavních idealizovaných experimentů si nejprve vymeze některé základní pojmy, v jejichž rámci se dále budeme pohybovat.

1.1 Základní pojmy

Uvažujme dva po sobě smýkající kamenné bloky dle uspořádání na obr. 1.1. Tyto bloky chápeme jako elastické kontinuum.

Pod pojmem *zlom* rozumějme v dalším plochu, která je společnou hranicí obou bloků. Tato plocha může být obecně nespojitá v závislosti na tom, přibližujeme-li se k ní z jednoho nebo druhého směru, zlomovou plochu proto chápeme jako dvoustranou.

Definujme si pravotočivou kartézskou soustavu souřadnou s počátkem v klidu vzhledem k laboratoři, osa x nechť míří ve směru smyku, osa y v rovině zlomu směrem do nákresny, osa z kolmo k rovině zlomu.

K popisu zlomu uijme lagrangeovského popisu (viz například [14]), tzn. trajektorii libovolného materiálového bodu $\vec{x} = \vec{x}(t)$ popíšme pomocí bodu \vec{X} , kde se materiálový bod nacházel v referenčním čase $t = 0$ a vektorem posunutí $\vec{u}(\vec{X}, t)$:

$$\vec{x}(\vec{X}, t) = \vec{X} + \vec{u}(\vec{X}, t). \quad (1.1)$$

Posunutí bude na obou stranách zlomu obecně nespojité. Vektor

$$\vec{\delta}(\vec{X}, t) := \lim_{\vec{\xi} \rightarrow \vec{X}^+} \vec{u}(\vec{\xi}, t) - \lim_{\vec{\xi} \rightarrow \vec{X}^-} \vec{u}(\vec{\xi}, t) \quad (1.2)$$

nazýváme *skluz* (*slip*). Skluz obvykle míří ve směru smyku, symbolem δ budeme proto v dalším označovat jen jeho velikost. Jako *rychlost skluzu* (*slip rate*) V budeme označovat absolutní hodnotu časové derivace δ :

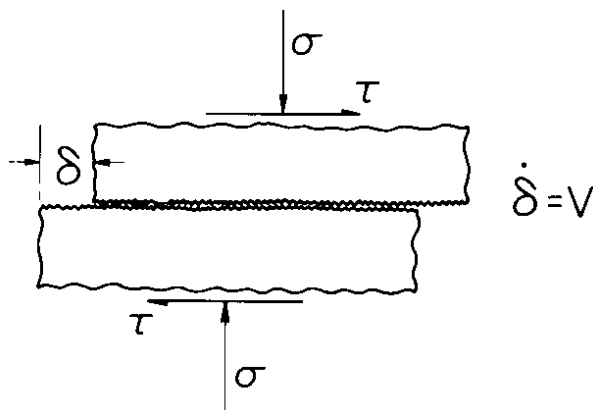
$$V(\vec{X}, t) = \left| \frac{d\delta(\vec{X}, t)}{dt} \right| \quad (1.3)$$

Nyní uvažujme jednotkový normálový vektor \vec{n} kolmo na zlom a jednotkový tečný vektor \vec{s} ve směru skluzu. Vektor trakce \vec{t} v každém bodě se dá popsat pomocí symetrického tensoru napětí \mathbf{S} : [14]

$$\vec{t} = \vec{n} \cdot \mathbf{S}. \quad (1.4)$$

Normálové napětí σ je číslo definované vztahem

$$\sigma = \vec{t} \cdot \vec{n} = \vec{n} \cdot \mathbf{S} \cdot \vec{n} \quad (1.5)$$



Obrázek 1.1: Základní uspořádání. Převzato z [11]

Střížným napětím nazýváme veličinu

$$\tau = \vec{t} \cdot \vec{s} = \vec{n} \cdot \mathbf{S} \cdot \vec{s} \quad (1.6)$$

Zákonem tření máme na mysli reologický vztah, který spojuje střížné napětí na zlomu s normálovým:

$$\tau = \tau(\sigma, \dots), \quad (1.7)$$

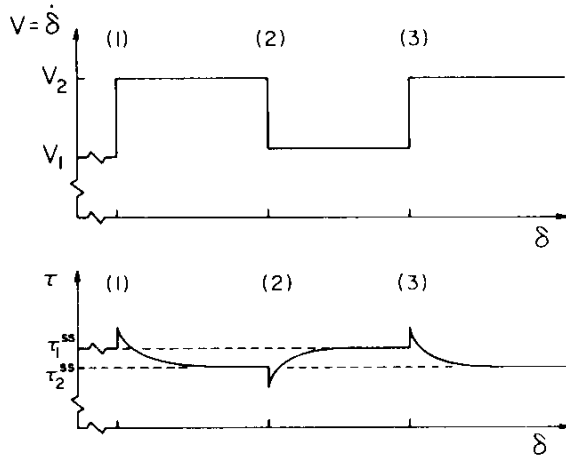
kde tečky v závorce vyjadřuje závislost na dalších možných argumentech (δ , V , $d\sigma/dt$, teplotě, stáří kontaktu, určitým způsobem definovaném stavu, atd.). V této práci budeme vždy předpokládat, že se vztah 1.7 dá popsat jako součin normálového napětí σ a *koeficientu tření* μ :

$$\tau(\sigma, \dots) = \tau(\sigma, \mu(\dots)) = \sigma\mu(\sigma, \dots) \quad (1.8)$$

1.2 Dva hlavní experimenty

V následujícím ukažme schematicky dva hlavní druhy experimentů, na kterých se zkoumají zákony tření, a pokusme se na základě jejich výsledků dospět k přijatelnému tvaru empirického třecího zákona. Jednou základní třídou experimentů jsou tzv. velocity step testy (viz [11]). Při těchto pokusech se po sobě smýkají dva bloky materiálu (nejčastěji křemeny a živce za pokojové teploty [15]), přičemž je mezi nimi udržováno konstantní normálové napětí σ a zprvu konstantní rychlost skluzu V_1 . Tato rychlost se udržuje připojením k lineárnímu pohonu (*load*) přes určitou efektivní tuhost aparatury k , takže máme podobné schéma jako v případě jezdce na pružince. V čase t_1 se náhle rychlost skluzu uměle navýší na rychlost V_2 . V určitém čase t_2 se potom tato rychlost opět sníží na rychlost V_1 . Po celou dobu experimentu se přitom sleduje hodnota střížného napětí τ . Typickou křivku $\tau = \tau(t)$ uvádíme na obrázku 1.2. Její základní rysy jsou následující [11],[12]:

1. Při kladném skoku V dojde také k okamžitému kladnému skoku τ . Při záporném skoku V dojde k zápornému skoku τ . Tento jev se nazývá *přímý efekt*.

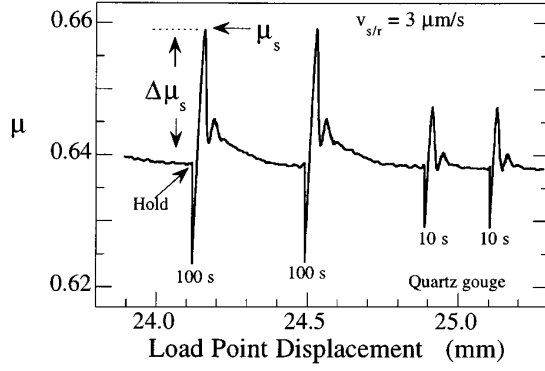


Obrázek 1.2: Typický průběh velocity step experimentu. Nahoře závislost V na skluzu, dole závislost τ na skluzu. Převzato z [11]

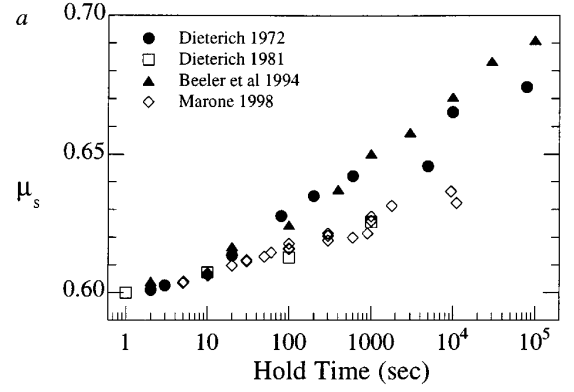
2. Změna τ v bodu 1 je přímo úměrná logaritmu podílů rychlostí, $\Delta\tau(V_1 \rightarrow V_2) \propto \ln(V_2/V_1)$, $V_1 > 0$. Pro koeficient úměrnosti A platí $A = a \cdot \sigma$, kde a je konstanta závislá na materiálu a vnějších podmínkách (např. teplotě).
3. Ka každé rychlosti skluzu V existuje právě jedna hodnota střižného napětí τ_{ss} , při které se τ nemění, tj. $\frac{d\tau}{dt} = 0$ pro $\tau = \tau_{ss}(V)$. Tento případ označujeme jako *ustálený stav* (angl. *steady-state*).
4. Po skoku $V_1 \rightarrow V_2$, začne τ relaxovat k odpovídající nové ustálené hodnotě $\tau_{ss}(v_2)$. Funkce $|\tau(V_2, t) - \tau_{ss}(V_2)|$ přitom vykazuje přibližně exponenciální pokles vzhledem ke skluzu s určitou charakteristickou vzdáleností L . Tato ustálená hodnota přitom může být jak větší, tak menší než původní.

Z bodů 1 a 2 je vidět přímá závislost třecího zákona na rychlosti. Na druhou stranu, křivka na obrázku 1.2 ukazuje, že τ není jednoznačnou funkcí V , jak je tomu pro kladné rychlosti například v modelu Coloumbova tření. Z toho vyplývá, že pro správný popis tření je potřeba uvažovat ještě jiný parametr. Normálové tření, teplota okolí a další podmínky přitom zůstávají v průběhu experimentu konstantní. Nabízí se, že problém by šel vyřešit nahrazením závislosti na rychlosti závislostí na skluzu (tj. časovém integrálu V). Třecí zákon závisující jen normálovém napětí a skluzu se využíval například při modelování šíření trhlin na zlomech (např. Andrews 1976, podle [15]). Zákon takového druhu však není schopen vysvětlit závislost na rychlosti při rychlostních skocích, ani průběh tzv. slide-hold-slide experimentu.

Při tomto pokusu je blok opět spojen přes efektivní tuhost k s pohonem, který se pohybuje pevnou rychlostí V . Napětí τ na bloku se nejprve uvede do ustáleného stavu při smýkání za pevné rychlosti a pak je pohon na určitou dobu Δt zastaven, což způsobí zpomalení bloku na velmi malou rychlost. Po opětovném spuštění pohonu je pozorována změna v τ . Konkrétní průběh experimentu je zobrazen na obr. 1.3. Jak ukazuje křivka na obrázku 1.4, velikost statického tření (tj. hodnota τ okamžitě po spuštění pohonu) roste zhruba s logaritmem Δt a tato velikost je nezávislá na předešlém skluzu (viz vždy dvě stejné po sobě jdoucí křivky na obr.



Obrázek 1.3: Průběh konkrétního slide-hold-slide experimentu. 100 s, resp. 10 s v minimech křivek označuje dobu zastavení.



Obrázek 1.4: Závislost „statického“ koeficientu tření na Δt . Časová osa je v logaritmické škále. Oba obrázky převzaty z [15]

1.3). Třecí zákon tedy určitým způsobem závisí na „paměti“ povrchů. Dieterich navrhl v roce 1978 (podle [10]) zavést závislost třecího zákona na době kontaktu materiálů t_c (nadále předpokládáme konstantní σ), jež by popisovala efektivní růst kontaktní plochy :

$$\mu = \mu(V, t_c). \quad (1.9)$$

Ruina (1983) [11] místo doby kontaktu zavedl obecnější pojem *stav*:

$$\mu = \mu(V, stav). \quad (1.10)$$

Pojem *stav* popisuje působení stáří kontaktu, může zde být ale zahrnuta také závislost na teplotě, pórovém tlaku, chemickém prostředí, atd., v bezprostřední blízkosti třecího kontaktu. Pro konkrétní popis stavu se zavádí množina n funkcí θ_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, jež nazýváme stavové veličiny. Z praktických důvodů je žádoucí, aby počet stavových veličin byl co nejmenší. V současné době nejpopulárnější, zejména pro svou jednoduchost při numerickém modelování chování tření na tektonických zlomech, je použití jediné stavové veličiny, θ :

$$\mu = \mu(V, \theta), \quad (1.11)$$

přičemž pro úplnost je tento vztah ještě třeba doplnit *evoluční rovnicí* pro θ :

$$\frac{d\theta}{dt} = G(\theta, V, \tau, \dot{\tau}, \sigma, \dot{\sigma}, \dots). \quad (1.12)$$

Přitom se předpokládá, že θ je rovnicí 1.12 už plně popsáno. Výše formulovanou dvojici rovnic můžeme chápat tak, že vztah 1.11 popisuje závislost τ na rychlosti za daného stavu θ , rovnice 1.12 pak popisuje, jak se tento stav za různých okolností vyvíjí. Právě popsanou třídu zákonů, závislou na rychlosti a stavové veličině, nazýváme *rate-and-state zákony tření* (dále také *RS zákony*).

1.3 Konkrétní tvary rate-and-state zákona

V této části specifikujeme tvar třecího zákona 1.11 a evoluční rovnice 1.12. Nejčastěji používaný zákon tření 1.11 je Dieterichův-Ruinův zákon:

$$\mu(V, \theta) = \mu_* + a \ln\left(\frac{V}{V_*}\right) + b \ln\left(\frac{\theta V_*}{L}\right), \quad (1.13)$$

kde μ_* , V_* , a , b a L jsou kladné empirické konstanty. Jednotlivé členy v rovnici 1.13 si krátce rozeberme:

První člen na pravé straně rovnice 1.13 je koeficient tření v ustáleném stavu (viz bod 3 v předchozí podkapitole) při referenční rychlosti V_* (viz níže).

Druhý člen představuje *přímý efekt*, ten představuje chování, kterým jsme si představili v bodě 2 v předchozí části. Při okamžitém e -násobném skoku v rychlosti se tento člen projeví jako okamžitý skok v napětí o hodnotu $a\sigma$, nezávislou na chování třetího členu. To je vidět z toho, že třetí člen je dle předpokladu 1.12 spojitou funkcí v čase. Jistý nedostatek lze vidět v tom, že rovnice 1.13 není definována pro nulové rychlosti. Tento fakt může způsobovat komplikace při numerických výpočtech, kdy je v případě nutnosti třeba rovnice regularizovat. Zároveň vzbuzuje jisté pochybnosti o platnosti zákona při velmi malých rychlostech. Marone [15] však tento nedostatek omlouvá tím, že aby bylo tření vůbec možné měřit, je zásadním předpokladem konečně malá rychlost skluzu.

S přímým efektem v rovnici 1.13 soupeří třetí člen, který popisuje závislost τ na evoluci stavu kontaktu tření, reprezentovaného stavovou veličinou θ . Konkrétní interpretace třetího členu závisí na konkrétním tvaru evolučního zákona:

Původní Dieterichův¹, tzv. *aging law* evoluční zákon, dobře popisující slide-hold-slide experimenty, je

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{V\theta}{L}. \quad (1.14)$$

Přívlastek *aging* vychází z toho, že když se v 1.14 uvažuje rychlost $V \ll \frac{L}{\theta}$, tak se θ vyvíjí zhruba jako čas, $\theta(t) \approx \theta(0) + t$. Po dosazení do 1.13 je pak vidět, že při malých (konstantních) rychlostech roste τ zhruba s logaritmem času (viz obr. 1.4). Velikost tohoto růstu vyjadřuje konstanta b :

$$\frac{\partial \mu}{\partial \ln t} \approx b, \text{ pro } V \ll \frac{L}{\theta}. \quad (1.15)$$

V rámci Dieterichova evolučního zákona se takový růst „statického“ koeficientu tření často interpretuje jako důsledek časově závislého zvětšování kontaktní plochy tření. Druhý člen v rovnici 1.14 pak v duchu této interpretace vyjadřuje oslabování zmíněného efektu v důsledku pohybu kontaktu, kladná konstanta L se zde vykládá jako jakási paměť materiálu spojená se vzdáleností, po kterou se populace kontaktů při skluzu mění [1]. Jevu popisovanému prvním členem se v literatuře říká *time healing effect*, druhý člen popisuje tzv. *slip weakening effect*.

Ukažme si nyní, že rovnice 1.13 a 1.14 dohromady umožňují popsat existenci ustáleného stavu τ , $t_{ss}(V)$ pozorovanou v experimentech. Předpokládejme, že stejně jako při velocity-step experimentech – se rychlost skluzu udržuje na konstantní hodnotě V a že θ má v čase $t = 0$ hodnotu θ_0 . Řešením diferenciální rovnice 1.14 je potom

$$\theta(t) = \left(\theta_0 - \frac{L}{V}\right) \exp\left(-\frac{V}{L}t\right) + \frac{L}{V}. \quad (1.16)$$

Zřejmě pro

$$\theta_0 = \theta_{ss}(V) = \frac{L}{V}, \quad (1.17)$$

¹Dieterich v roce 1979 ještě nedefinoval svůj zákon pomocí stavové veličiny, tento tvar je však jeho formulaci ekvivalentní

má θ hodnotu $\theta_{ss}(V)$ pořád (tento výsledek dostaneme také tak, že položíme pravou stranu rovnice 1.14 rovnou nule). Dále je vidět, že pro libovolnou jinou počáteční hodnotu konverguje θ k $\theta_{ss}(V)$ pro $t \rightarrow \infty$ (jelikož $V/L > 0$, takže argument v exponenciále je pro $t > 0$ vždy záporný). O θ_{ss} proto můžeme mluvit jako o hodnotě θ v ustáleném stavu. Kvůli inverzní závislosti $\theta_{ss}(V)$ na rychlosti se evoluční zákon 1.14 označuje také jako *pomalostní zákon* (*slowness law*). V rámci interpretace L podané výše můžeme $\theta_{ss}(V)$ chápat jako průměrnou dobu, po kterou třecí kontakty „přežijí“ při smýkání rychlostí V [1].

Dosazením vztahu 1.16 do 1.13 dostaneme

$$\mu(t) = \mu_* + (a - b) \ln \frac{V}{V_*} + b \ln \left(1 + \left(\frac{\theta_0 V}{L} - 1 \right) \exp\left(-\frac{V}{L}t\right) \right). \quad (1.18)$$

Pro $t \rightarrow \infty$ ($\theta \rightarrow \theta_{ss}(V)$) konverguje μ v tomto vztahu k

$$\mu = \mu_{ss}(V) = \mu_* + (a - b) \ln \frac{V}{V_*} \quad (1.19)$$

což je hodnota koeficientu tření v ustáleném stavu, závislá pouze na rychlosti, taktéž v souladu s výsledky velocity-step testů. Ve vztahu 1.19 vystupuje rozdíl parametrů $a - b$:

$$\frac{\partial \mu_{ss}}{\partial \ln V} = a - b. \quad (1.20)$$

O tuto hodnotu se tedy změní ustálená hodnota μ_{ss} při e -násobném rychlostním skoku. Velikost rozdílu $a - b$ hraje zásadní roli pro stabilitu systémů se třením, níže se k němu proto ještě vrátíme.

Dieterichův zákon má dva zásadní nedostatky [13].

Za prvé, vzorec 1.18 vystihuje sice poměrně dobře exponenciální pokles μ k μ_{ss} pozorovanou při velocity-step experimentu (viz spodní části obrázku 1.2). Typickým úkazem při těchto experimentech však je symetrická odezva τ vůči kladnému a zápornému logaritmu skoku při vychýlení z ustáleného stavu. Tu Dieterichův zákon už vysvětlit neumí- při kladném skoku konverguje μ k μ_{ss} pomaleji, než při skoku záporném o stejné velikosti (v logaritmické škále, tj. například kladný skok z $0.1 \mu\text{m/s}$ na $1 \mu\text{m/s}$ vs záporný skok z $10 \mu\text{m/s}$ na $1 \mu\text{m/s}$).

Za druhé, v případě vysokých *konstantních* rychlostí, kdy můžeme v 1.14 zanedbat první člen oproti druhému, dostaneme pro θ přibližné řešení:

$$\theta \approx \theta_0 \exp\left(\frac{-V}{L}t\right). \quad (1.21)$$

Po dosazení tohoto výsledku do 1.13 vidíme, že μ klesá lineárně se skluzem:

$$d\mu \approx -\frac{b}{L}Vdt = -\frac{b}{L}d\delta, \quad (1.22)$$

přičemž tento výsledek platí po dobu, než θ klesne na malou hodnotu a zanedbání prvního členu v rovnici 1.14 přestane být ospravedlnitelné (pro velká t pak začne μ ubývat exponenciálně, srov. 1.18). To znamená, že relaxace μ k ustálené hodnotě μ_{ss} bude trvat tím déle, čím větší je jeho počáteční hodnota. (viz horní část obr. 1.5). Experimenty však ukázaly (dle [13]), že relaxační doba je ve skutečnosti na počáteční hodnotě koeficientu tření nezávislá a že μ neubývá nikdy lineárně, ale od počátku exponenciálně.

Zmíněnými nedostatky netrpí *Ruinův evoluční zákon* (1983):

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-V\theta}{L} \ln \left(\frac{V\theta}{L} \right), \quad (1.23)$$

V tomto zákoně hraje místo doby kontaktu důležitou roli skluz, pro sebumenší změnu θ je nutná nenulová rychlost skluzu (limita 1.23 pro $V \rightarrow 0$ je rovna nule). Z toho důvodu se zákon často označuje jako *skluzový evoluční zákon* (*slip law*). Na nárůst statického tření při zastavení pohonu v slide-hold-slide experimentu se optikou tohoto zákona nenahlíží přímo jako na důsledek doby zastavení, ale jako důsledek dokluzu, který blok za tu dobu prodělá (byť za velmi malé rychlosti) díky konečné efektivní tuhosti k mezi pohonem a blokem [15].

Ukažme si chování θ při velocity-step testech. Řešením rovnice 1.23 při konstantní rychlosti V je

$$\theta(t) = \frac{L}{V} \exp \left(\ln \frac{V\theta_0}{L} \exp \left(-\frac{V}{L}t \right) \right), \quad (1.24)$$

kde opět $\theta_0 = \theta(0)$. Dosadíme-li tuto rovnici do 1.13, dostaneme pro koeficient tření

$$\mu(t) = \mu_* + (a - b) \ln \frac{V}{V_*} + b \ln \left(\frac{V\theta_0}{L} \right) \exp \left(-\frac{V}{L}t \right). \quad (1.25)$$

Koeficient tření μ vyvíjející se dle Ruinova zákona tedy skutečně při konstantní rychlosti V exponenciálně relaxuje k ustálenému stavu $\mu_{SS}(V)$, s relaxační vzdáleností L . Rovněž je z tohoto tvaru vidět symetrie při rychlostních skocích: předpokládáme-li, že blok před skokem v čase $t = 0$ smýkal v ustáleném stavu rychlostí V_0 , pak $\theta_0 = L/V_0$ a dosazením do 1.25 obdržíme

$$\mu(t) = \mu_* + (a - b) \ln \frac{V}{V_*} + b \ln \frac{V}{V_0} \exp \left(-\frac{V}{L}t \right). \quad (1.26)$$

Změna znaménka skoku v logaritmické škále se proto projeví pouze změnou znaménka před časově závislým členem.

V roce 1994 realizovali Beeler a spol. [16] upravenou verzi slide-hold-slide experimentu, kdy použitím dvou různých hodnot tuhostí dokázali rozlišit mezi vlivem doby zastavení a dokluzu – s rostoucí tuhostí velikost dokluzu za daný časový interval klesá. Z jejich pokusu vyplývá, že k nárůstu statického tření ve skutečnosti dochází v důsledku doby zastavení, primárním mechanismem pro nárůst μ je proto stárnutí kontaktů, jako v zákoně Dieterichova typu (Beelerův výsledek o dva roky později potvrdili Nakatani a Mochizuki, [17]).

S Ruinovým zákonem je tedy opačný problém, než se zákon Dieterichovým – správně popisuje výsledky při velocity-step experimentech, ale nedokáže korektně vysvětlit chování při slide-hold-slide experimentech.

Jedním ze zákonů, který se snaží oba problémy vyřešit, je *PRZ zákon*² (1995)

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \left(\frac{V\theta}{L} \right)^2, \quad (1.27)$$

lišící se od Dieterichova zákona 1.14 pouze druhou mocninou ve druhém členu, díky níž začne θ reagovat symetricky na kladné i záporné skoky. První člen (1)

²Podle autorů Perrina, Rice a Zhenga

zase zaručuje správný růst μ při malých rychlostech. Nevýhodou vztahu 1.27 však je, že při velkých rychlostech probíhá díky přítomnosti druhé mocniny oslabování θ se skluzem až příliš silně. Srovnání reakce τ na probíhající skluz v závislosti na počátečním τ uvádím na obrázku 1.5.

V této práci použijeme pro simulace *Nagatův evoluční zákon*, jenž si představíme níže. Nejprve si však krátce shrňme společné rysy dosavadních tří.

Srovnání dosud představených evolučních zákonů při velocity-step experimentech je ukázáno na obr. 1.6. Jak vidíme, všechny tři zákony předvídají podobný průběh: Po kladném (resp. záporném) skoku z rychlosti V_0 na rychlost V_1 poskočí (resp. seskočí) μ o hodnotu $a \ln(V/V_0)$, načež dojde v důsledku evoluce stavu k postupnému snižování (resp. zvyšování) μ o hodnotu $b \ln(V/V_0)$. Charakter této relaxace přitom závisí na tvaru evolučního zákona – v případě Dieterichova zákon je asymetrické při kladném a záporném skoku, v případě zbylých dvou zákonů symetrické. Nakonec se μ ustálí na hodnotě $\mu_{ss} = \mu_* + (a - b) \ln(V/V_0)$, jež je pro všechny tři zákony stejná, neboť rovnice 1.14, 1.23 a 1.27 mají stejná řešení 1.17 pro $d\theta/dt = 0$. To souvisí s tím, že existence a hodnota ustáleného μ je za podmínek experimentů velmi dobře potvrzenou vlastností, zákony proto musely být navrhovány tak, aby ji respektovaly.

Z podobnosti křivek na obr. 1.6 by se mohlo zdát, že konkrétní volba evolučního zákona ve skutečnosti nehraje příliš velkou roli. Tak tomu je při velocity-step testech, kdy je rychlost klouzajících bloků uměle udržována na konstantní hodnotě (samozřejmě kromě okamžiku skoků). Chceme-li však pomocí RS zákonů tření modelovat chování tektonických zlomů při zemětřeseních, je pro nás důležité vědět, jak se systémy řídící se těmito zákony budou za určitých počátečních podmínek samovolně vyvíjet. Ačkoliv zejména Dieterichův a Ruinův zákon byli s úspěchem používány pro vysvětlení široké škálu jevů na zlomu, ukázali např. Rice a Ben-Zion numerickými simulacemi (podle [13]), že například průběh zemětřesných cyklů silně závisí na zvoleném evolučním zákoně, je proto důležité najít ten „pravý ořechový“ (v rámci omezení, jenž je dané tím, že popisujeme tření pouze jedinou stavovou veličinou). Jeden slibný zákon navrhl v roce 2012 Nagata. Protože je však tento zákon formulován pomocí konceptuálně odlišně definované stavové veličiny, tak si nejprve toto mírně pozměněné znění RS zákona představíme.

1.4 Nakataniho reformulace RS zákonů, jejich fyzikální interpretace

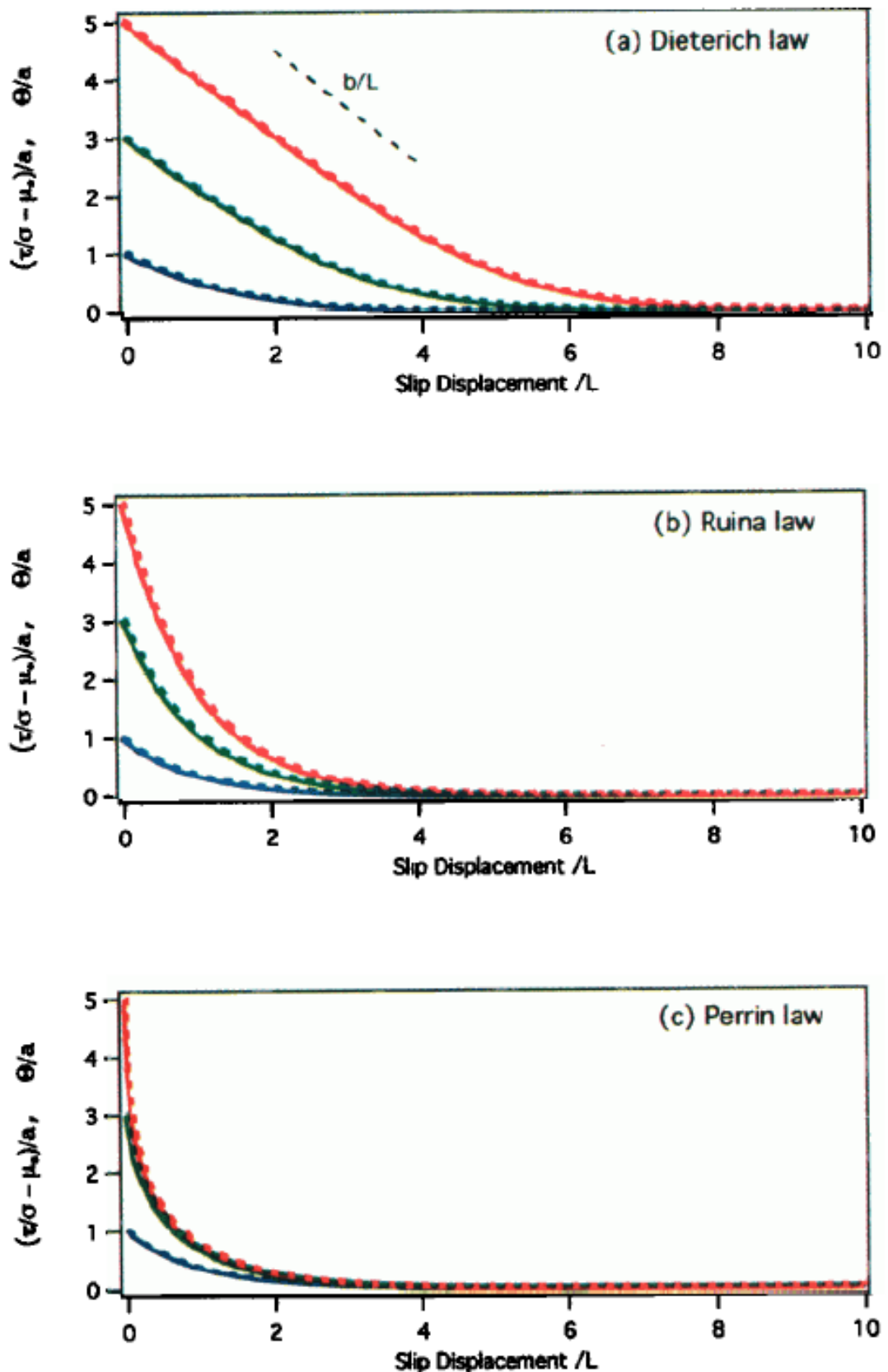
V roce 2001 navrhl M. Nakatani [18] zavést novou stavovou veličinu, Φ ³, pomocí substituce:

$$\Phi(\theta) := \sigma \left(\mu_* + b \ln \left(\frac{V_* \theta}{L} \right) \right), \quad (1.28)$$

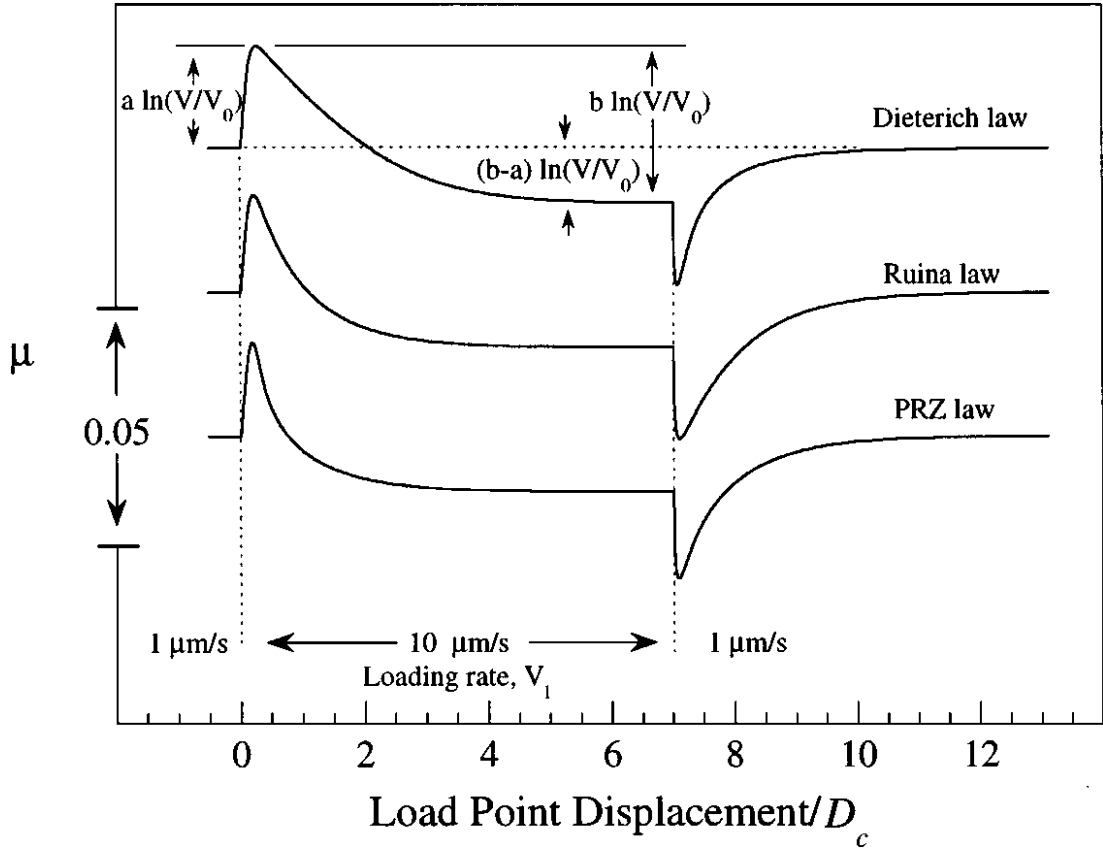
takže zákon tření pro τ má při použití této stavové veličiny tvar

$$\tau(V, \Phi, \sigma) = \sigma \mu(V, \Phi) = \Phi + a \sigma \ln \frac{V}{V_*}. \quad (1.29)$$

³Původně v poněkudo odlišné notaci



Obrázek 1.5: Simulace relaxace $(\tau/\sigma - \mu_*)/a$ po rychlostním skoku. V experimentu je nastaveno $a = b$ a simulace po skoku za stálé rychlosti, takže vývoj křivek představuje také vývoj evolučního členu rovnice v rovnici pro μ , $1.13 \ln \frac{V_* \theta}{L}$. Barvy odpovídají různým počátečním hodnotám $(\mu - \mu_*)/a$, ty lze v reálných experimentech kontrolovat rychlostí skluzu před skokem. Dieterichův zákon (nahore) podceňuje v počátečních fázích rychlost poklesu, PRZ zákon (dole) ji přeceňuje. Převzato z [18]



Obrázek 1.6: Simulace chování tří evolučních zákonů při velocity-step experimentu. Hodnoty parametrů pro výpočet křivek jsou $a = 0.01$, $b = 0.015$, $L = 20\mu m$ a $k = 0.01\mu m$. Převzato z [15]

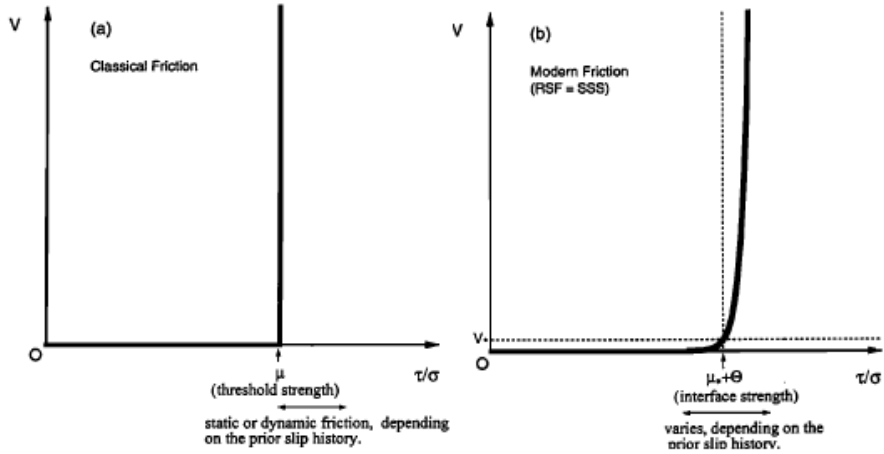
Takto formulovaný zákon, ač matematicky ekvivalentní vztahům 1.11 a 1.13, nabízí konceptuálně trochu odlišný pohled na rate-and-state zákony, než původní vztahy.

Předně si všimněme, že vyjádřením rychlosti ze vztahu 1.29 dostaneme

$$V = V_* \exp\left(\frac{\tau - \Phi}{a\sigma}\right). \quad (1.30)$$

Nakatani si všimá, že tento tvar umožňuje pohlížet na RS zákony jako na určitou spojitou analogii klasického Coloumbova tření, v tom smyslu, že Φ představuje jakousi pevnost kontaktu (*interface strength*), prahovou hodnotu τ potřebnou ke skluzu. Tato podobnost je dobře vidět z obrázku 1.7. Aby došlo v klasickém modelu ke skluzu, je nutné, aby napětí τ působící na statický objekt přesáhlo hodnotu $\sigma\mu_s$, kde σ je normálové napětí a μ_s statický koeficient tření. Po dosažení této hodnoty se objekt dá do pohybu a statický koeficient tření se zmenší na dynamický, μ_D . Pro udržení pohybu je nutné, aby poměr aplikovaného a normálového napětí byl alespoň μ_D - pro menší napětí začne objekt zpomalovat, až rychlost skluzu klesne na nulu. Jak statický, tak dynamický koeficient tedy představují prahovou hodnotu, pod kterou již trvalý skluz nemůže existovat. Velikost tohoto prahu závisí na stavu kontaktu- buď se nepohybuje ($\sigma\mu_s$), nebo pohybuje ($\sigma\mu_D$).

Podobně na situaci můžeme nahlížet i v případě RS zákonů, uvědomíme-li si, že konstanta a , jež se objevuje ve jmenovateli exponenciály v 1.30, má



Obrázek 1.7: Rate-and-state zákon tření (vpravo) jako spojitá analogie klasického konceptu prahové pevnosti (vlevo). Převzato z [18]

typicky velmi malé hodnoty, v řádu tisícín až setin. Dosahuje-li tedy τ pouze malých hodnot ve srovnání s Φ , $\tau \ll \Phi$ bude skluz probíhat pouze zanedbatelnou rychlostí. Pro $\tau > \Phi$ naopak nastává velmi strmý růst V s τ . Velikost prahu Φ závisí na stavu kontaktu– a tento stav se vyvíjí v souladu s evolučním zákonem.

Takový pohled umožňuje navíc v principu Φ pokládat za fyzikální veličinu (s rozměrem napětí), kterou můžeme přímo měřit v experimentech– alespoň v principu– tak, že změříme τ potřebné ke skluzu za referenční rychlosti V_* . Nakatani dokonce zjistil, že veličina Φ se dá přímo monitorovat pomocí akustické transmitivity v materiálu.

Přepíšeme si dosavadní evoluční zákony pomocí nově formulované stavové veličiny: Derivováním substituce 1.28

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b\sigma}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (1.31)$$

a její inverzí vidíme

$$\theta = \frac{L}{V_*} \exp\left(\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma}\right), \quad (1.32)$$

kde jsme označili $\Phi_* := \sigma\mu_*$. Dosazením 1.14 a 1.32 do 1.31 můžeme pro *Dieterichův zákon* psát

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma}\right) - V \right). \quad (1.33)$$

Na této formulaci Dieterichova evolučního zákona je zajímavé, že je jasně oddělen vliv stavové veličiny a rychlosti skluzu.

Pro *Rubinův zákon* obdobně dostaneme

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{V}{L} \left[\Phi - \left(\Phi_* + b\sigma \ln\left(\frac{V_*}{V}\right) \right) \right] \quad (1.34)$$

Položením levé strany rovnice 1.34 nule obdržíme pro Φ v ustáleném stavu:

$$\Phi_{SS}(V) = \Phi_* + b\sigma \ln \frac{V_*}{V} \quad (1.35)$$

Pro úplnost nakonec uvádíme ještě přeformulovanou verzi *PRF zákona* (podle [13]):

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma}\right) - \frac{V^2}{V_*} \exp\left(\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma}\right) \right), \quad (1.36)$$

ve kterém se narozdíl od Dieterichova zákona 1.33 ve druhém členu objevuje spolu s rychlostí skluzu ještě závislost na Φ .

1.5 Nagatův evoluční zákon

V roce 2012 navrhli Nagata a spol. [13] dvě důležité revize rate-and-state zákona. První změna souvisí s velikostí konstanty přímého efektu, a . Tradičně se její hodnota určovala měřením τ před a okamžitě po rychlostním skoku (viz rovnice 1.29. V důsledku konečně rychlé reakce měřící aparatury však není ve skutečnosti možné τ změřit okamžitě, nýbrž až po prodělání určité evoluce dané změnou Φ . Vývoj Φ je na a nezávislý, takže teoreticky je možné velikost evolučního efektu spočítat za předpokladu platnosti některého z evolučních zákonů 1.33, 1.34 nebo 1.36. To znamená, že přesnost takto určeného a závisí na správnosti evolučního zákona. Pokud se tedy zavedením nějaké jiné na Φ nezávislé metody zjistila jiná hodnota a , než byla měřena doposud, ukazovalo by to nejenom na jinou velikost přímého efektu, ale také na nesprávnost použitého evolučního zákona. Nagatův tým použil laboratorní metodu, ve které přímou kontrolou τ minimalizoval evoluční efekt, což jim umožnilo nezávisle měřit velikost evolučního efektu.

Z výsledků měření vyplynulo, že a ve skutečnosti nabývá mnohem větších hodnot, než se doposud předpokládalo, s dolní hranicí 0.035, zatímco předchozí odhady za stejných podmínek se u hornin pohybovaly v rozmezí 0.005-0.015. Nagata určil jako nový nejlepší odhad hodnotu $a = 0.050$.

Jak jsme již poznamenali, jedna z dobře kvantifikovaných vlastností RS modelů je existence a velikost ustáleného stavu τ . Ta závisí na rozdílu $a - b$ dle vztahu 1.19. Spolu s a je proto třeba o odpovídající velikost zvětšit i b , aby velikost $a - b$ zůstala zachována (pro daný materiál).

Revidované hodnoty parametrů poukazují na potřebu nalezení nového evolučního zákona, což je druhá důležitá revize. Nagata při jeho hledání postupoval tak, že pomocí rovnice

$$\Phi = \tau - a\sigma \ln \frac{V}{V_*}, \quad (1.37)$$

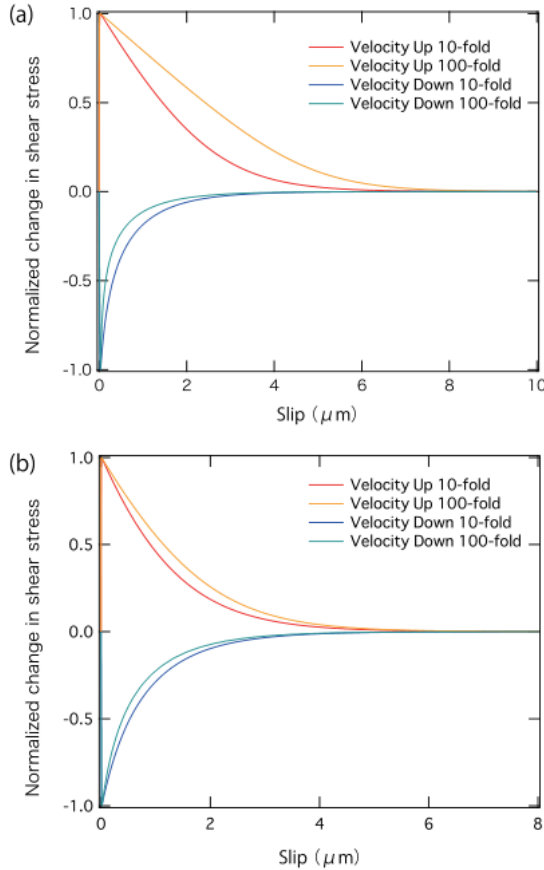
jež vychází z 1.29, měřil Φ v různých fázích experimentů, o nichž jsme hovořili v podkapitole 1.2 (ovšem v případě, že bylo použití tohoto vzorce obtížné, použil alternativní metodu založenou na měření akustické transmisivity). Takto určenou stavovou veličinu Φ_{obs} potom porovnával s odpovídající hodnotou vypočítanou z Dieterichova evolučního zákona 1.33 $\Phi_{predict}$ (Nagata této metodě říká „*misprediction analysis*“). Dieterichův zákon přitom zvolil proto, že dobře popisuje nárůst statického tření při slide-hold-slide experimentu, stárnoucí efekt, zatímco druhý člen špatně popisuje chování tření při skluzu. Druhý člen je nicméně zase potřeba, aby byla správně předpovězena hodnota τ v ustáleném stavu. Tento problém by se dal vyřešit vyšetřením chování mezi těmito dvěma fázemi – v neustáleném stavu. Sledováním τ zjistil, že změna $\Phi_{obs} - \Phi_{predict}$ je pro přímo spjata se změnou τ :

$$d(\Phi_{obs} - \Phi_{predict}) = -cd\tau, \quad (1.38)$$

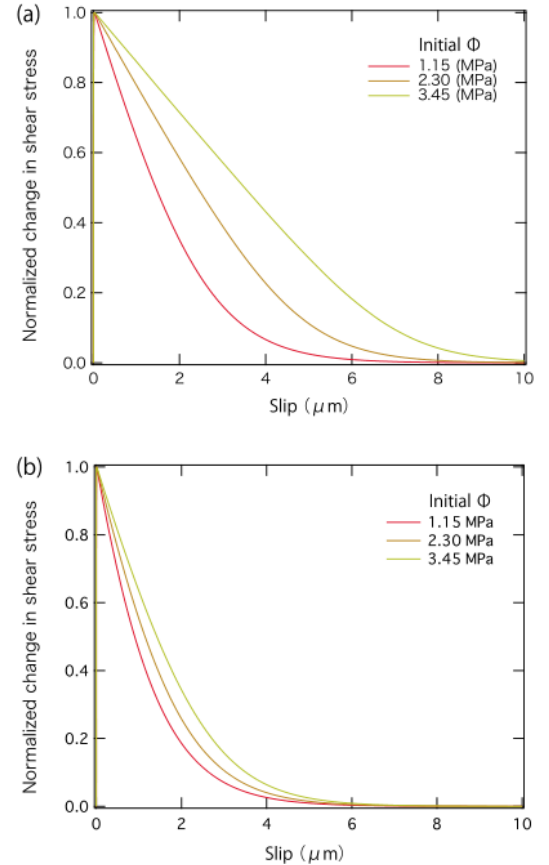
kde c je obecně funkce závisající na sřížném napětí, pro vysoká τ se však přibližně dá položit konstantě, $c = 2$. Přeneseme-li tuto úpravu do původního Dieterichova zákona 1.33, dostaneme *Nagatův evoluční zákon*

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma}\right) - V \right) - c \frac{d\tau}{dt} \quad (1.39)$$

V tomto vztahu přibyl oproti původnímu na pravé straně navíc člen přímo úměrný časové derivaci τ , pro záporné znaménko před tímto členem nazývaný *stress-weakening* člen. Jako možné fyzikální vysvětlení tohoto jevu spekuluje Nagata o zeslabování kontaktů tření v důsledku elastické deformace reagující na sřížné napětí. Takto revidovaný evoluční zákon, spolu se zákonem tření 1.29, je dobře schopen vysvětlit průběh křivek za použití nových, větších hodnot a a b . Jako „vedlejší produkt“ se navíc ukázalo, že Nagatův zákon řeší oba zásadní problémy zákona Dieterichova, asymetrii při rychlostních skocích a příliš pomalou relaxaci Φ do ustáleného stavu. Porovnání tohoto chování simulované z Dieterichova a Nagatova evolučního zákona uvádíme na obr. 1.8 a 1.9.



Obrázek 1.8: Reakce normalizovaného τ na rychlostní skoky. Nahoře Dieterichův(a), dole Nagatův (b) evoluční zákon. Použité parametry jsou $a=b=0.05, k=100 \text{ MPa}/\mu \text{ m}, L = 1 \mu \text{ m}$ (a), $L = 0.33 \mu \text{ m}$ (b). Převzato z [13].



Obrázek 1.9: Úbytek normalizovaného τ se skluzem, potažmo časem, díky konstantní rychlosti skluzu. Nahoře Dieterichův (a), dole Nagatův (b) evoluční zákon. Použité parametry jsou stejné jako na obrázku vedle. Převzato z [13].

2. Tektonický zlom jako jezdec na pružince

Před představením 2-D modelu, na kterém ukážeme příklady segmentace zemětřesení, je instruktivní předvést chování RS zákonů tření v 1-D případě jezdec na pružince, neboť tak získáme o systému určitou intuici. V následující kapitole proto představíme jednorozměrný model jezdec na pružince, jenž poté snadno zobecníme na případ nekonečného 2-D zlomu. Na základě numerických výpočtů také ukážeme některé obecné vlastnosti modelu.

2.1 Představení modelu

Pro simulaci zlomu v 1-D použijeme uspořádání na obr. 2.1, kdy je jezdec o zanedbatelné hmotnosti tažen pomocí pružinky o tuhosti k , jejíž konec je konstantní rychlostí V_{pl} unášen směrem doprava. Na jezdec působí konstantní normálové napětí σ a střížné napětí τ způsobené pružností (elasticitou) pružinky

$$\tau_{el} = k(V_{pl}t - \delta) + \tau^0, \quad (2.1)$$

kde δ je skluz jezdec a τ^0 počáteční napětí v případě nulového počátečního skluzu. Mezi jezdcem a podložkou uvažujeme tření popsané *rate-and-state zákonem* 1.29 :

$$\tau(V, \Phi, \sigma, t) = \Phi(t) + a\sigma \ln \frac{V(t)}{V_*}, \quad (2.2)$$

přičemž stavová veličina Φ se vyvíjí v souladu s *Nagatovým evolučním zákonem* 1.39 (pro přehlednost zde udělujeme rovnicím nové číslování):

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp \left(-\frac{\Phi - \Phi_*}{b\sigma} \right) - V(t) \right) - c \frac{d\tau}{dt}. \quad (2.3)$$

Model jezdec na pružince schematicky popisuje nekonečně dlouhý zlom a šířce W následujícím způsobem: V_{pl} představuje konstantní vzájemnou rychlost tektonických desek a k elastické působení mezi nimi. Pro k lze psát:

$$k = \frac{2}{\pi} \frac{G}{W}, \quad (2.4)$$

zde G je modul pružnosti ve smyku. Tento vztah odvodíme na obecnějším případě 2-D zlomu později.

Desky na zlomu jsou k sobě tlačeny pomocí efektivního normálového napětí σ , dané rozdílem vnějšího normálového napětí σ_e a pórového napětí σ_p :

$$\sigma = \sigma_e - \sigma_p. \quad (2.5)$$

Jak ukážeme níže, pro tuhosti k menší než určitá kritická hodnota k_c dochází v představeném modelu k nestabilitám– rychlost roste s časem nad všechny meze. Aby se toto chování regularizovalo, přidává se k τ_{el} v rovnici 2.1 ještě tzv. *radiační tlumení* τ_R , přímo úměrné vzájemné rychlosti $V - V_{pl}$ (podle [20]):

$$\tau_R(t) = -\eta(V(t) - V_{pl}), \quad (2.6)$$

kde η je *tlumící koeficient*. Rice [20] ukázal, že pokud se pro η položí

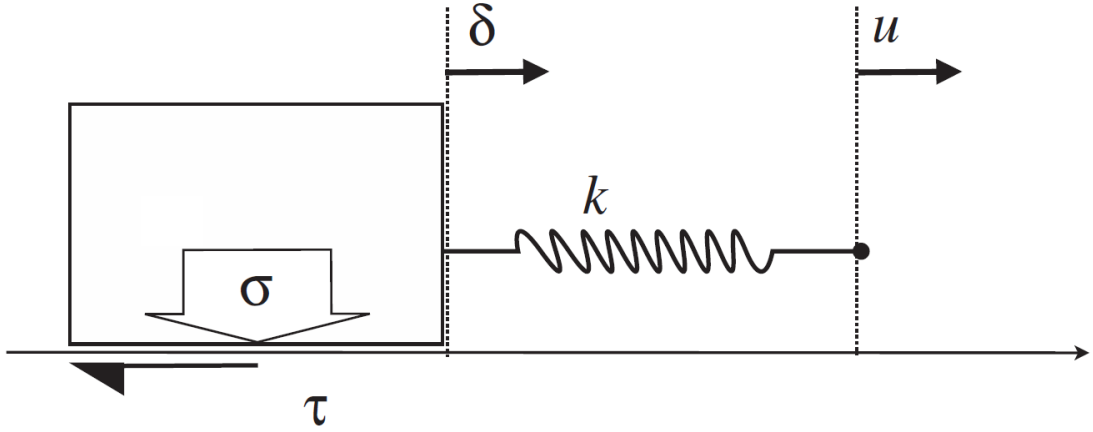
$$\eta = \frac{G}{2\beta}, \quad (2.7)$$

kde β je rychlost šíření sekundárních vln v okolí zlomu, popisuje rovnice 2.6 aproximativně úbytek energie systému v důsledku vyzařování vln.

Po sečtení 2.6 k 2.1 dostaneme výraz pro celkové střižné napětí τ :

$$\tau(t) = \tau^0 + k(V_{pl}t - \delta(t)) - \eta(V(t) - V_{pl}). \quad (2.8)$$

Prozatím předpokládáme homogenní rozložení všech parametrů na zlomu. Ačkoliv je zřejmé, že se jedná o velice idealizovaný případ, umožňuje udělat si dobrou představu o vlastnostech rate-and-state tření při nestabilitách na zlomu u složitějších, 2-D a 3-D modelů.



Obrázek 2.1: Model jezdce na pružince. Tento model je ekvivalentní tomu představenému v úvodu na obr. 1, jen rychlost pásu je zde nahrazena konstantní rychlostí pevného bodu pružinky (přenášíme se do inerciální soustavy, kde stěna ujíždí doprava konstantní rychlostí V_{pl}) a místo Coloumbova tření se předpokládá platnost RS zákona tření. Převzato z [19].

2.2 Stabilita systému jezdce na pružince

Již jsme zmiňovali, že pomocí RS zákonů tření se dá vysvětlit velká škála jevů na zlomu. Jednou z hlavních charakteristik, o které se zajímáme, je stabilita systému– tak například nestabilní zlom bude mít tendenci k zemětřesnému chování, zatímco na stabilním bude docházet pouze k aseismickému creepu. Před představením numerických experimentů proto vyšetřeme podle [11] a [19] stabilitu právě představeného systému jezdce na pružince s Nagatovým RS zákonem. Přitom zatím neuvažujeme vliv vyzařování, $\eta = 0$.

Vynásobením rovnice pro ustálený stav μ , 1.19, normálovým napětím σ dostaneme pro tření v ustáleném stavu:

$$\tau_{ss} = \Phi_* + \sigma(a - b) \ln \frac{V}{V_*}. \quad (2.9)$$

V závislost na vzájemné velikosti a a b nyní může dojít k následujícím případům:

Je-li $a > b$, pak s rostoucí rychlostí roste velikost τ_{SS} , mluvíme o *velocity-strengthening* chování. Libovolná změna V indukují tření, které začne proti této změně působit. V takovém případě je systém vždy stabilní a nemůže vykazovat stick-slip chování.

Je-li $a < b$, s rostoucí rychlostí naopak tření klesá, mluvíme o *velocity-weakening* chování. Ukažme, že stabilita systému v takovém případě obecně závisí na velikosti rozdílu $b - a$, tuhosti k a relaxační vzdálenosti L :

Předpokládejme, že se systém nachází v ustáleném stavu, $\Phi = \Phi_{SS}(V_{pl})$, $V = V_{pl}$, $\tau = \tau^0$. V tomto bodě je $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_{SS}(V)$, takže $dV/dt = d\Phi/dt = d\tau/dt = 0$, jedná se o pevný bod systému. Vyšetřeme podle [11] a [19] stabilitu systému vůči malým rychlostním poruchám v okolí tohoto bodu. Linearizací τ v rovnici 2.2 a Φ v rovnici 2.3 dostaneme:

$$\tau' = \Phi' + a\sigma \frac{V'}{V_{pl}}, \quad (2.10)$$

$$\frac{d\Phi'}{dt} = \frac{V_{pl}}{L}\Phi' - \frac{b\sigma}{L}V' - c\frac{d\tau'}{dt}, \quad (2.11)$$

kde jsme zavedli $\tau' = \tau - \tau^0$, $\Phi' = \Phi - \Phi_{SS}(V_{pl})$ a $V' = V - V_{pl}$. Derivováním rovnice 2.1 dostaneme vztah mezi V' a $d\tau'/dt$:

$$\frac{d\tau'}{dt} = -kV'. \quad (2.12)$$

Z posledních tří rovnic můžeme vyloučit Φ' a V' a získat jedinou lineární diferenciální rovnici druhého řádu pro τ' :

$$\left(\frac{a\sigma}{kV_{pl}}\right) \ddot{\tau}' + \left[(1+c) - \frac{\sigma}{kL}(b-a)\right] \dot{\tau}' + \frac{V_{pl}}{L}\tau' = 0. \quad (2.13)$$

Řešení této rovnice budeme hledat ve tvaru

$$\tau = \Re(Ae^{st}), \quad A, s \in \mathbb{C} \quad (2.14)$$

Dosazením předpokladu 2.14 do 2.13 dostaneme kvadratickou rovnici pro s :

$$s^2 + \frac{kV_{pl}}{a\sigma} \left[(1+c) - \frac{\sigma}{kL}(b-a)\right] s + \frac{kV_{pl}^2}{a\sigma L} = 0. \quad (2.15)$$

Řešení této rovnice jsou

$$s = \frac{kV_{pl}}{2\sigma a} \left[-T \pm \sqrt{T^2 - 4D}\right], \quad (2.16)$$

kde jsme označili

$$T := (1+c) - \frac{\sigma}{kL}(b-a) \quad (2.17)$$

$$D := \frac{\sigma a}{kL}. \quad (2.18)$$

Stabilita systému závisí na znaménku reálné části s (Hopfova bifurkace). Pokud bude pro libovolné ze dvou řešení 2.16 platit $\Re s > 0$, pak bude chování systému nestabilní, minimálně v určitém (redukovaném) okolí pevného bodu bude τ a díky

2.12 také V exponenciálně růst, takže je nemožné, aby se systém v pevném bodě někdy ustálil. Pro $\Re s < 0$ bude naopak τ exponenciálně klesat, kolem pevného bodu tedy musí existovat okolí, kde bude τ (a V, Φ) přitahováno do pevného bodu. Nakonec pro $\Re s = 0$ se najde (obecně odlišné) okolí, kde se udrží netlumené oscilace. Níže si na základě numerických experimentů ukážeme, že tato oblast je poměrně malá.

Pro jaké parametry je $\Re s > 0$? D je vždy kladná, reálná část výrazu $\sqrt{T^2 - 4D}$ v 2.16 je tudíž nutně menší než T . Proto $\Re s > 0$ kdykoliv $T < 0$. Z rovnice 2.17 vyplývá, že toto bude splněno pokud pro tuhost k pružinky platí

$$k < k_c, \quad (2.19)$$

kde

$$k_c = \frac{1}{1+c} \frac{\sigma(b-a)}{L} \quad (2.20)$$

se nazývá *kritická tuhost*. Tendence k nestabilitám tedy roste s klesajícím k a rostoucím rozdílem $b - a$ (všimněme si, že pro $a > b$ je k_c záporné, takže v takovém případě není rovnice 2.19 skutečně splněna nikdy). Pro $k > k_c$ můžeme očekávat v určitém okolí stabilní chování a pro $k = k_c$ netlumené oscilace.

2.3 Numerický postup

Naším úkolem je v každém okamžiku najít $V(t), \delta(t)$ a $\tau(t)$ jako funkce času na zlomu. Pro tento účel použijeme obdobu široce využívaného postupu, kdy rovnice 2.2, 2.3 a 2.8 převedeme na systém diferenciálních rovnic prvního řádu. Jako neznámé funkce přitom místo V a τ použijeme nejdřív V a Φ ; τ potom můžeme dopočítat z 2.2 (viz např. [22], [23], [19]) :

Přirovnáním třecího (2.2) a elastickeho (2.8) (spolu s vyzařovacím členem místo setrvačnosti) napětí a derivováním podle času dostaneme vztah:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} + \frac{a\sigma}{V(t)} \frac{dV}{dt} = k(V_{pl} - V(t)) - \eta \frac{dV(t)}{dt}, \quad (2.21)$$

kde jsme zavedli *tlumící koeficient* $\eta = G/(2\beta)$.

Z rovnice 2.21 můžeme explicitně vyjádřit dV/dt ve tvaru :

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{k(V_{pl} - V(t)) - \frac{d\Phi(t)}{dt}}{\frac{a\sigma}{V(t)} + \eta}. \quad (2.22)$$

Nyní vezmeme diferenciální rovnici 2.3 a vylučme z ní časovou derivaci τ , toho dosáhneme přímočarým dosazením za derivaci τ z rovnice 2.8:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi(t) - \Phi_*}{b\sigma}\right) - V(t) \right) - c \left(k(V_{pl} - V(t)) - \eta \frac{dV(t)}{dt} \right). \quad (2.23)$$

Dosazením do této rovnice za dV/dt z 2.22 a explicitním vyjádřením $d\Phi/dt$ dostaneme

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\frac{b\sigma}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi(t) - \Phi_*}{b\sigma}\right) - V(t) \right) - c \frac{k(V_{pl} - V(t))}{1 + \eta V(t)/(a\sigma)}}{1 + c \frac{1}{1 + a\sigma/(\eta V(t))}}. \quad (2.24)$$

Nakonec dosazením 2.24 do 2.22 získáme soustavu dvou diferenciálních rovnic typu

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(y_1, y_2), \quad i = 1, 2, \quad (2.25)$$

se spojitou pravou stranou f_i (pro uvažovaný případ $V > 0$). K jejich vyřešení jsme v jazyce Fortran 90 napsali program, který využívá subroutineu Runge-Kutta pátého řádu s adaptivním krokem podle [24].

2.4 Simulace laboratorních experimentů

Pro jisté ověření správnosti nejprve reprodukuje křivky $\tau(\delta)$ odpovídající velocity-step a slide-hold-slide pokusům, podobné těm na obr. 1.2 a 1.3. Ve všech následujících experimentech nastavujeme $\sigma = 10\text{MPa}$, $V_* = 1\ \mu\text{m s}^{-1}$, $\Phi_* = 6\text{MPa}$, $G = 30\text{GPa}$, $\beta = 3\text{ km s}^{-1}$ a $c = 2$ (dle [13]). Počáteční podmínky nastavíme $V(0) = V_{pl} = V_* = 1\ \mu\text{m s}^{-1}$ a $\Phi(0) = \Phi_*$, což odpovídá smýkání v ustáleném stavu.

2.4.1 Velocity-step experiment

V tomto pokusu bezprostředně po začátku simulace navýšíme rychlost pohonu V_{pl} desetkrát, pak ji po skluzu 1 mm zmenšíme na původní hodnotu a po stejném skluzu zase desetkrát zvětšíme. Výsledná závislost tření na skluzu je na obr. 2.2. V první sadě obrázků (nalevo) jsme nastavili $a = 0.050, b = 0.056$ (velocity-weakening oblast) a L po řadě $0.33\ \mu\text{m}$, $3.3\ \mu\text{m}$ a $6.6\ \mu\text{m}$. Ve druhé sadě obrázků (napravo) je a a L stejné, ale $b = 0.44$ (velocity-strengthening oblast). Vidíme, že výsledky dobře odpovídají křivce na obr. 1.2. τ_{ss} se v prvním případě ze zvýšením rychlosti zvětšuje, ve druhém zmenšuje, v souladu s rovnicí 1.20. S rostoucím L dále roste relaxační vzdálenost (konvergence τ k τ_{ss} je pozvolnější).

2.4.2 Slide-hold-slide experiment

Počáteční hodnoty nastavíme stejně jako v předešlém experimentu, parametry tření $a = 0.050, b = 0.056, L = 0.33\ \mu\text{m}$. Po skluzu $50\ \mu\text{m}$ pružinku zastavíme (takže $V_{pl} = 0$, ovšem $V > 0$ díky konečně velké tuhosti pružinky) a držíme po dobu $\Delta t = 1\text{ s}$, načež pružinku opět rozjedeme původní rychlostí ($V_{pl} = 11\ \mu\text{m s}^{-1}$). Proces opakujeme, přičemž měníme dobu zadržení Δt . Výsledná závislost $\tau(\delta)$ je vynesena na obr. 2.3. Jak vidíme, s rostoucím Δt roste také hodnota τ bezprostředně po vypuštění, což je způsobeno evolucí Φ , viz. obr. 2.4. V době zadržení naopak τ klesá. S rostoucím Δt se rychlost jezdce čím dál tím víc blíží nule, takže klesá velikost lokálního minima τ v důsledku zvětšujícího se vlivu (záporného) přímého efektu.

2.4.3 Hold experiment

Nakonec provedeme jednoduchý test, kdy V_{pl} rovnou nastavíme na nulu a sledujeme růst Φ (nárůst statického tření) po dobu 1000 s. Přitom měníme b v rozmezí 0.46-0.76. Výsledný časový vývoj je na obr. 2.5. Jak je vidět, Φ roste při statickém kontaktu podobně jako logaritmus času, růst se zrychluje s rostoucím b .

Mírné odchylky od logaritmického růstu jsou způsobeny konečnou rychlostí dokluzu jezdce. Tak se dají vysvětlit i velká minima τ rostoucí s časem zadržení, rovněž pozorované v experimentech (viz 1.3).

2.5 Simulace tektonického zlomu (1-D případ)

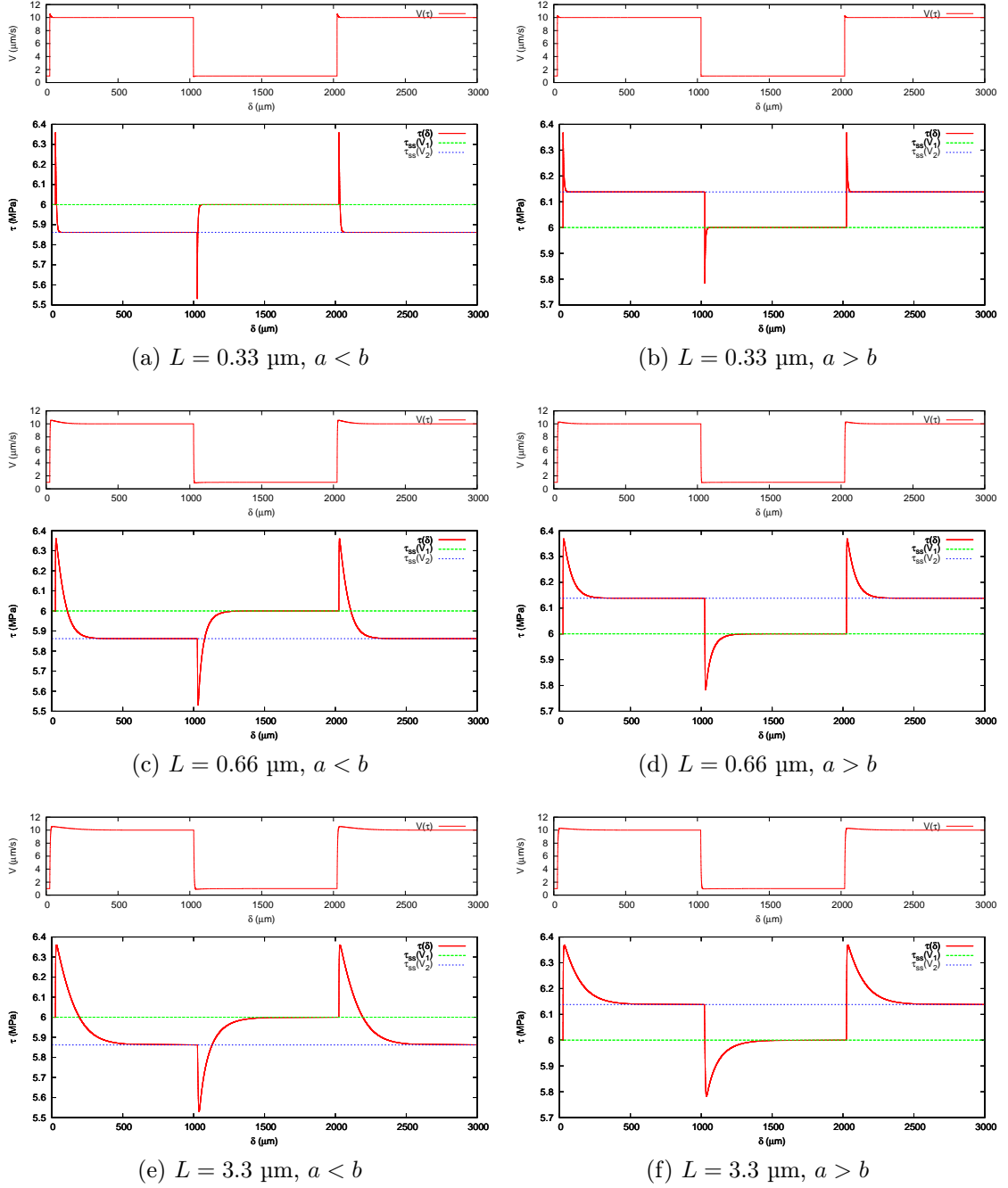
V následujících simulacích nastavíme parametry tak, aby zhruba odpovídaly skutečným hodnotám na tektonických zlomech (přebíráme podle [23]). Pro vzájemnou rychlost desek položíme $V_{pl} = 3.5 \text{ cm/rok} = 1.109 \times 10^{-3} \text{ } \mu\text{m s}^{-1}$ a tuto rychlost nebudeme měnit – místo toho vždy uměle nastartujeme počáteční rychlost $V(0)$, čímž simulujeme určitou (náhodnou) rychlostní perturbaci. Pro normálové napětí nastavíme $\sigma = 75 \text{ MPa}$, pro kritickou délku $L = 6.8 \text{ mm}$, $G = 30 \text{ GPa}$ $\beta = 3 \text{ km s}^{-1}$ a $c = 2$ (dle [13]).

2.5.1 Chování systému za absence tlumícího členu

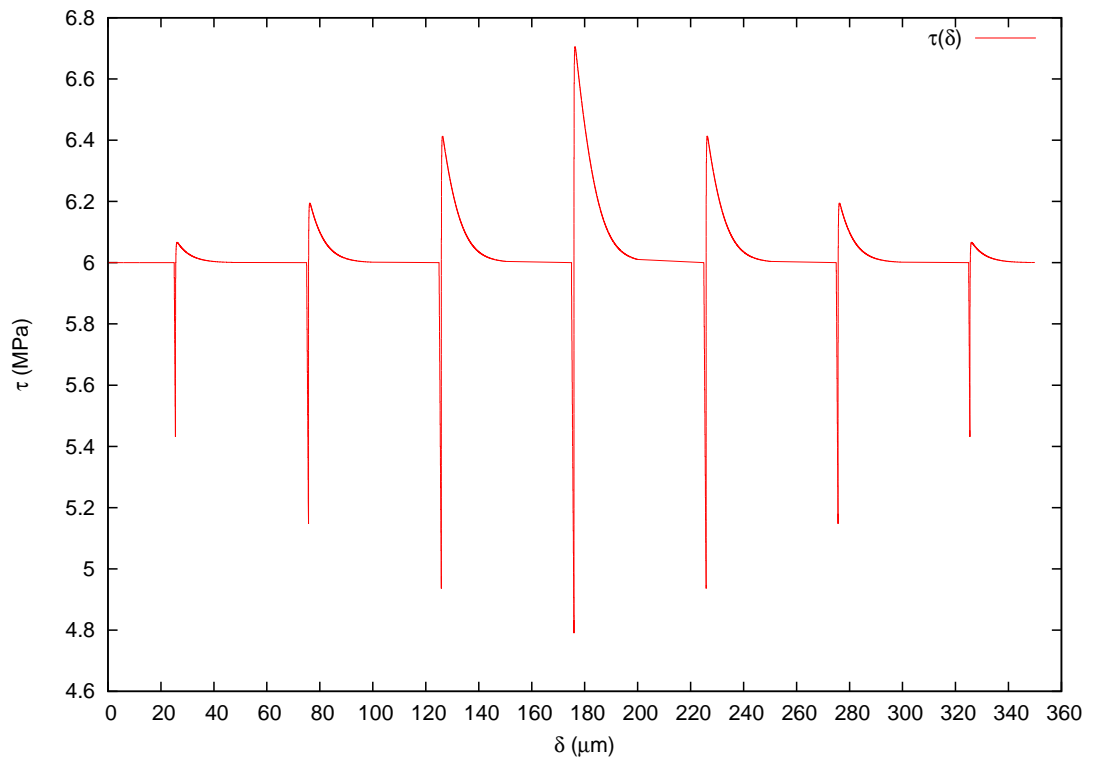
V podkapitole 2.2 jsme ukázali, jak velikost parametrů a, b, L a k rozhoduje o tom, zda se systém jezdce na pružince bude chovat stabilně nebo ne. Jednotlivé případy si zde ukažme. Pro začátek přitom položíme v rovnicích 2.22 a 2.24 tlumící koeficient $\eta = 0$, abychom odstínili vliv vyzařování seismických vln na systém.

Velocity-strengthening režim ($a > b$)

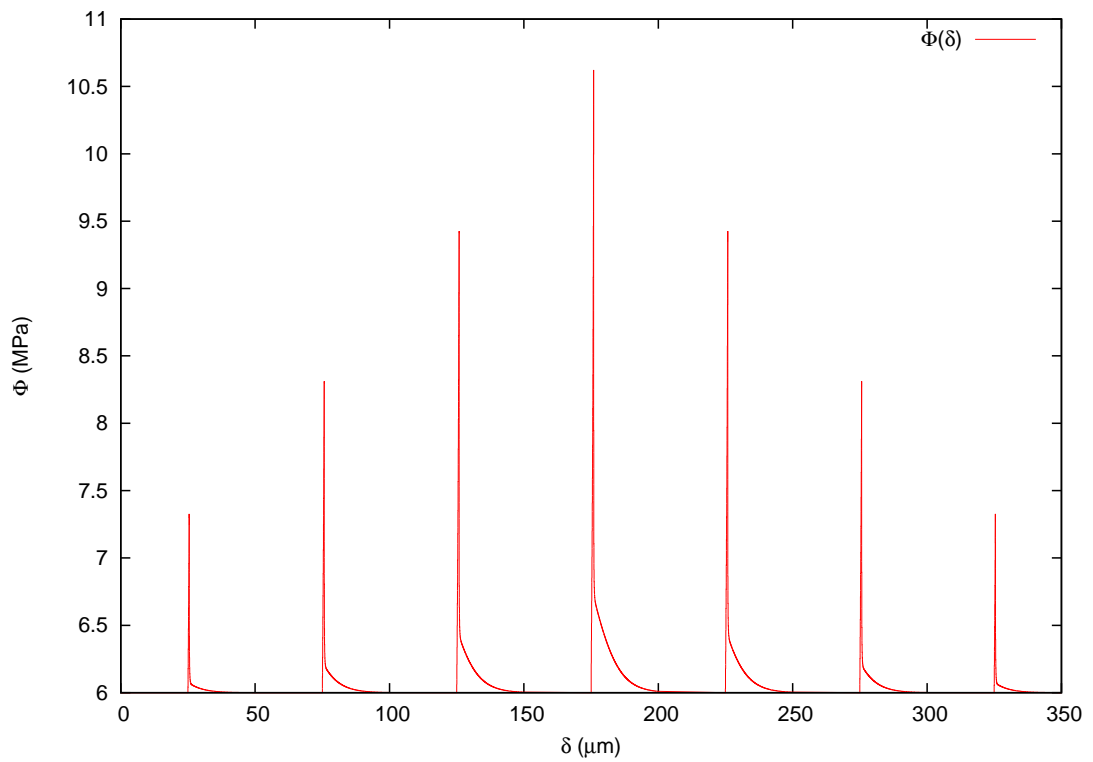
Nejprve se podíváme na chování zlomu v případě, že koeficient přímého efektu a je větší, než evoluční koeficient b : $a = 0.050, b = 0.040$. Šířku zlomu nastavme na $W = 20 \text{ km}$, což odpovídá dle 2.4 $k = 0.95 \text{ MPa}$. Předpokládáme, že zlom je na začátku v ustáleném stavu ($V = V_{pl}, \Phi = \Phi_{ss}(V_{pl})$). Bezprostředně po začátku navýšíme V na vyšší hodnotu, zkusíme 4 různé velikosti skoku (každý skok je desetinásobek předchozího). Výsledná závislost τ na čase je na obr. 2.6. Pro každou z křivek, nezávisle na $V(0)$, se τ nejprve drží na konstantní hodnotě a potom začne rychle klesat k ustálenému stavu. Větším počátečním rychlostem odpovídá díky přímému efektu větší počáteční τ , zároveň však τ začne rychleji konvergovat k ustálenému stavu (doba, po kterou se udržuje konstantní, je menší). Fázový portrét tohoto chování v souřadnicích $(\ln \frac{V}{V_{pl}}, \Phi)$ (tak je V a Φ zastoupeno v 2.2) je na obr. 2.7. Větší $V(0)$ je na tomto grafu reprezentována posunem počátečního bodu trajektorie doprava. Přímka (v logaritmické škále) $\Phi_{ss}(V)$ fázový diagram ostře rozděljuje na oblast, kde derivace míří dolů (horní polovina) a kde míří nahoru (dolní polovina). Všechny křivky mají na počátku přibližně stejnou strmou (takovou, aby se zachovalo konstantní τ), jež je větší než strmota přímky $\Phi_{ss}(V)$, takže se v určitém okamžiku dostanou do jejího blízkého okolí, trajektorie se obrátí a systém spěje podél přímky $\Phi_{ss}(V)$ k jejímu průsečíku se svislou přímkou $\ln V/V_{pl} = 0$, tedy k bodu $(0, \Phi_{ss}(V_{pl}))$, v tom se ustálí. Jedná se o pevný bod systému, který jsme diskutovali v části o stabilitě. Vidíme, že tomto případě je přitažlivý.



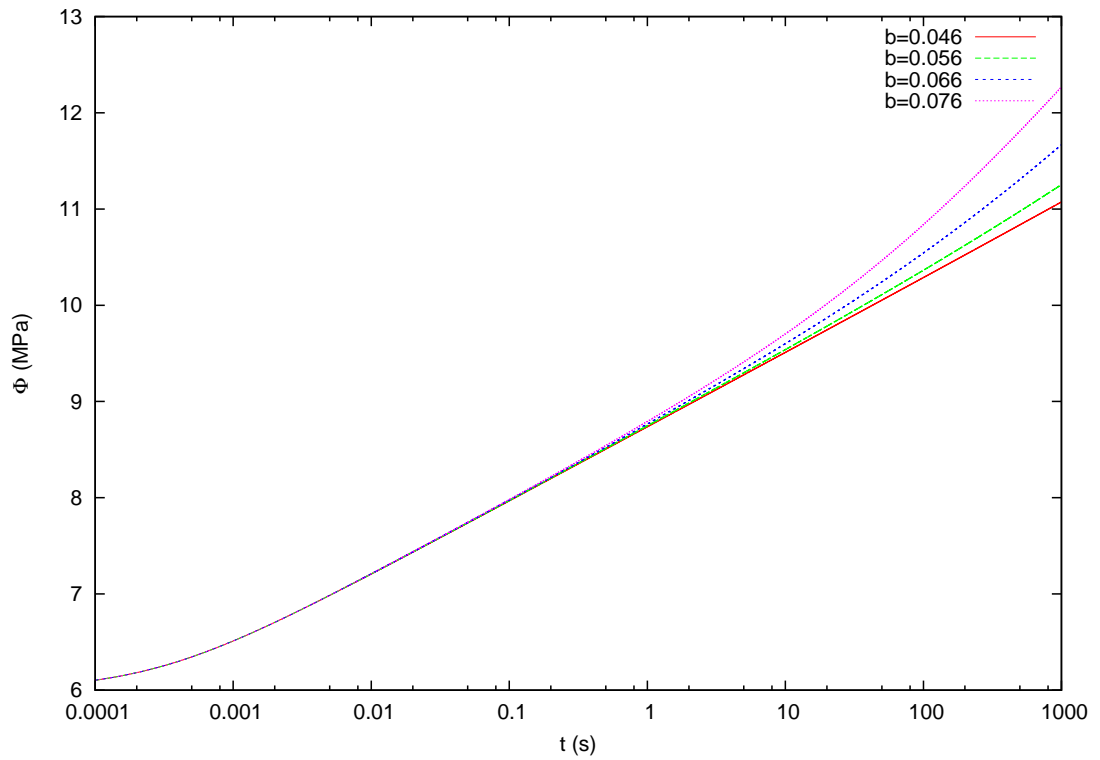
Obrázek 2.2: Průběh velocity-step testu pro po řadě $L = 0.33, 0.66$ a $3.3 \mu\text{m}$. Vidíme, že s rostoucím L roste vzdálenost relaxace τ k ustálenému stavu. Obrázky vlevo odpovídají velocity-weakening chování, obrázky vpravo představují velocity-strengthening.



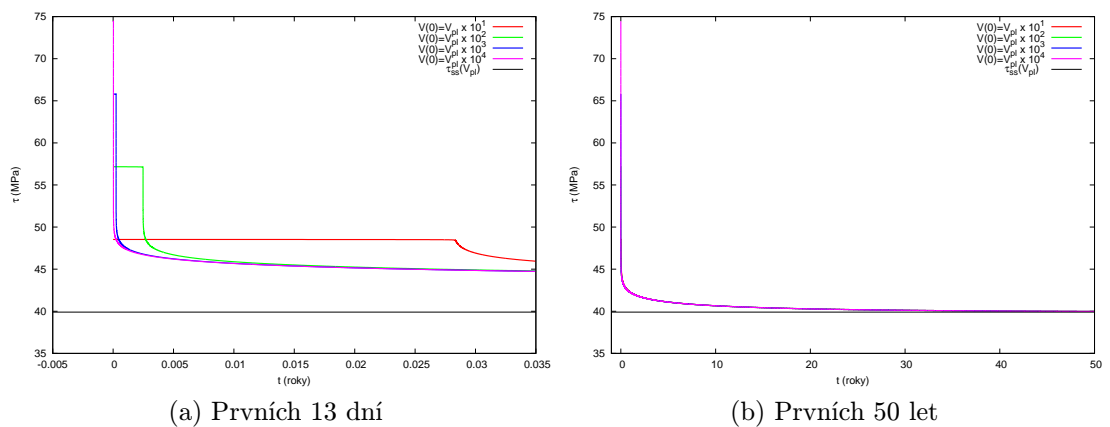
Obrázek 2.3: Slide-hold-slide experiment, $\tau(\delta)$ $\Delta t = 1, 10, 100, 1000, 100, 10, 1$ s.



Obrázek 2.4: Slide-hold-slide experiment, $\Phi(\delta)$ $\Delta t = 1, 10, 100, 1000, 100, 10, 1$ s.



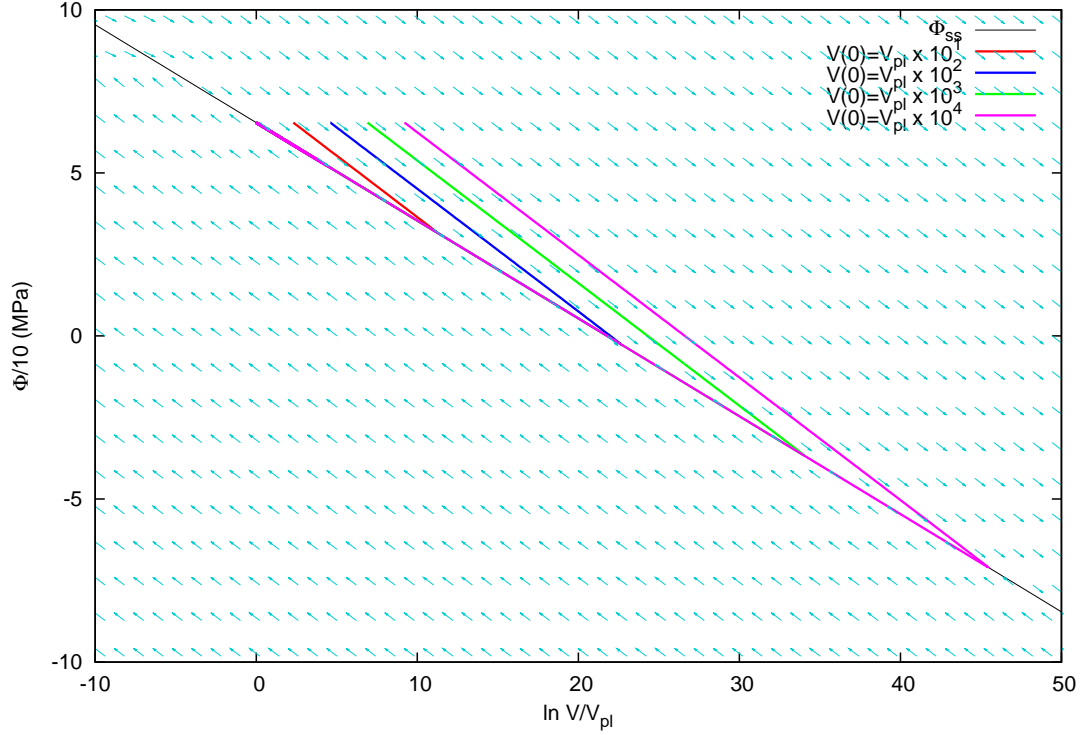
Obrázek 2.5: Vliv doby zdržení na růst Φ pro různé hodnoty b (čas v logaritmické škále).



(a) Prvních 13 dní

(b) Prvních 50 let

Obrázek 2.6: Závislost τ na čase pro systém nacházející se ve stabilní parametrické oblasti, $a > b$. Křivky odpovídají počáteční rychlosti na 10,100,1000 a 10000 násobku V_{pl} .



Obrázek 2.7: Fázový portrét $(\ln \frac{V}{V_{pl}}, \Phi)$ ve stabilní parametrické oblasti. Černá křivka je přímka ustáleného stavu Φ , $\Phi_{ss}(V) = \Phi_* - b\sigma \ln \frac{V}{V_*}$

Velocity-weakening režim ($a < b$)

Nyní nastavme $a = 0.050$ a $b = 0.056$, takže bude $a < b$. Pro tři počáteční rychlosti, $100 \times V_{pl}$, $10 \times V_{pl}$ a $1.5 \times V_{pl}$ zkoumejme stabilitu systému v závislosti na poměru $p = k/k_c$, kde k_c je dáno rovnicí 2.19:

$$k_c = \frac{1}{1+c} \frac{\sigma(b-a)}{L} = \frac{\sigma(b-a)}{3L}.$$

Chování systému pro $p = 100$ až $p = 0.94$ ukážeme na obrázcích 2.8-2.19. Na obrázcích vlevo je vynesena závislost τ na čase, vpravo jsou zobrazeny trajektorie ve fázovém prostoru. Fázový prostor si můžeme rozdělit na oblast, kde jsou časové derivace V kladné (viz horní levý roh na obr. 2.8) a záporné (zbytek obrázku 2.8). Pro velké tuhosti ($p = 100$) se oblast kladných derivací nachází vlevo nahoře od pevného bodu, šipky velmi rychle systém pošlou na rozhraní kladné a záporné oblasti derivací V (viz strmý pokles τ na levém obrázku), odkud pak pomaleji spěje k pevnému bodu, pokles V k V_{pl} a τ k $\tau_{SS}(V_{pl})$ je monotónní (Φ ve fázi pomalého poklesu V a τ roste). Ze směru šipek můžeme nahlédnout, že systém bude přitahován k pevnému bodu pro velký rozsah počátečních podmínek— díky velké tuhosti se rychlost V přizpůsobí unášivé rychlosti V_{pl} . S klesajícím p se zvětšuje velikost počátečního strmého poklesu τ , až τ překmitne pod hodnotu ustáleného stavu τ_{SS} . Rozhraní kladných a záporných derivací V ve fázovém prostoru se přitom posouvá doprava, pro $p = 9$ se dostane za zvolené počáteční rychlosti $V(0)$, takže místo počátečního poklesu se rychlost zprvu začne zvětšovat, dokud systém opět nedospěje do oblasti záporných derivací V , pak je rychle utlumen.

Rozhraní oblastí se však s klesající tuhostí rychle odsouvá, takže pro $p = 5$ a $p = 4$ dosahuje V před obratem velmi vysokých hodnot – řádově 10^7 násobek V_{pl} , respektive 10^{12} násobek V_{pl} pro červenou křivku s největší počáteční rychlostí ($V(0) = 100 \times V_{pl}$).

Pro $p = 3$ se tato křivka do stabilní oblasti už nedostane – „vyletí“ ven, V roste nekontrolovaně k nekonečnu, τ a Φ k mínus nekonečnu (níže uvidíme, že pro $\eta > 1$ přechází toto nefyzikální chování v stick-slip). Pro $p = 2$ „diverguje“ i modrá křivka ($V(0) = 10 \times V_{pl}$). Zelená křivka ($V(0) = 10 \times V_{pl}$) je stabilní pro všechna $p \geq 0$. Dá se usuzovat, že pro každé p existuje určitá oblast hodnot, ze kterých je systém ještě přitážen k pevnému bodu, zatímco mimo tuto oblast bude systém nestabilní. Můžeme mluvit o *podmínečně stabilním* chování. V místech na zlomu s takovými vlastnostmi nemohou zemětřesení vznikat samovolně (neboť pro malé rychlostní poruchy reagují stabilně), ale mohou se tam šířit v důsledku určitého impulsu zvnějšku, například v podobě zemětřesení vzniklého v nestabilní oblasti (viz [1]).

Všimněme si nyní chování zelené křivky pro p velmi blízko jedné. Pro $p = 1.01$, tedy s k těsně nad kritickou hodnotou k_c můžeme pozorovat tlumené neharmonické kmity τ (modelové dveře nejspíš nepříjemně vrzají), které relaxují k $\tau_S S V_{pl}$. Tlumení je velmi pomalé, proto to ve fázovém prostoru vypadá, jakoby trajektorie (opticky) vyplňovala velkou část vnitřku určité hraniční křivky.

S p blížícím se jedné efekt tlumení postupně mizí, až pro $p = 1$ dostaneme netlumené kmity s omezenou amplitudou (2.16), ve fázovém diagramu vidíme, že stav systému obíhá po pevné orbitě. Na obrázku je ukázán vývoj jen po prvních 500 let, ale kmity pokračují netlumeně pro libovolně velkou dobu.

Stačí však zmenšit p o jednu setinu na $p = 0.99$ (2.17) a stav se ze své orbity začne vychylovat – po čtyřech obězích (kmitech v τ) diverguje do nekonečna. Pro $p = 0.95$ už systém stihne pevný bod oběhnout jen jednou a při $p = 0.94$ uletí do nekonečna rovnou. Stejně nestabilní chování jsme zaznamenali pro libovolně malou nenulovou výchylku $V(0)$ od V_{pl} , ať kladnou, nebo zápornou. Pro $p < 1$ se tedy dostáváme do zcela nestabilní parametrické oblasti: v souladu s tím, co bylo řečeno v části 2.2, je stav systému odpuzován od pevného bodu a v důsledku (nedokázaných) globálních vlastností systému pak rychlost utíká do nekonečna.

Vraťme se ještě ke kritickému případu $p = 1$, kde jsme u počáteční rychlosti $1.5 \times V_{pl}$ pozorovali netlumené kmity. Zajímalo nás, jakého charakteru jsou oscilace v rychlostech a pro jakou hraniční počáteční rychlost $V(0)$ bude v systému ještě docházet k oscilacím a kdy stav už uteče do nekonečna. Zjistili jsme, že tato hraniční rychlost leží mezi 1.55-1.56 násobkem V_{pl} . Závislost rychlosti a skluzu na čase a fázový diagram pro počáteční rychlosti $V(0)/V_{pl} = 1.0, 1.54$ a 1.55 uvádíme na obr. 2.20 (do fázového diagramu ještě vynášíme nestabilní křivku $V(0)/V_{pl} = 1.56$). Jak vidíme, ke každé počáteční rychlosti menší nebo rovné $1.55 \times V_{pl}$ náleží odlišná orbita ve fázovém prostoru. Přímkami obíhají kolem pevného bodu systému. Trajektorie s menší počáteční rychlostí přitom leží ve vnitřku těch s větší rychlostí, takže rychlostní amplituda závisí (velmi výrazně) na počátečních podmínkách. Pro $V(0)/V_{pl} = 1.56$ už je systém nestabilní. Oblast stability pro naše parametry přesto nemůžeme jednoduše ztotožnit s vnitřkem křivky $V(0)/V_{pl} = 1.55$, neboť stabilita může ještě obecně záviset na počáteční hodnotě Φ , tento vliv tu zkoumat nebudeme.

Ze závislosti rychlosti a skluzu na čase si dále můžeme všimnout, že se nám

podářilo získat první příklad stick-slip chování popisovaného v úvodu (por. s obr. 2)– rychlost je po většinu cyklu na velmi malé hodnotě, blízké V_{pl} (*stick*), pak skokově naroste (*slip*) a zase klesne na původní malou hodnotu *stick*. V tomto případě roste perioda s počáteční rychlostí– pro dané počáteční rychlosti pozorujeme po řadě 9,7 a 6 period za 100 let. Délka perioda souvisí s amplitudou V – můžeme si představit, že pro větší amplitudu je potřeba nashromáždit více energie. Tato energie je jezdcí dodávána skrz tah pružiny konstantní rychlostí V_{pl} (v případě zlomu tedy vzájemným posunem tektonických desek).

2.5.2 Chování systému s tlumením

V této části se podíváme na rozdíly, které do systému přinese zahrnutí nenulového tlumící koeficientu η . Parametry jsme nastavili stejně jako v předchozí části, jen koeficient η jsme místo nuly položili rovný $G/(2\beta)$, viz rovnice 2.6. Stejně jako v simulacích laboratorních experimentů používáme hodnoty $G = 30\text{GPa}$ a $\beta = 3\text{km s}^{-1}$, takže $\eta = 5\text{MPa s m}^{-1}$.

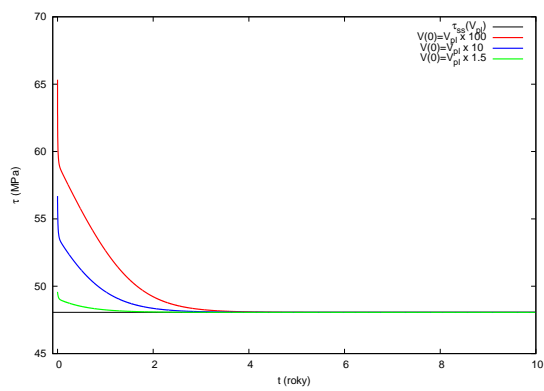
Tlumící efekt je úměrný rychlosti, dá se tedy očekávat, že ve stabilních parametrických oblastech se příliš neprojeví. Skutečně, ve velocity-strengthening oblasti, $a > b$, se výsledky nikterak ztelně neliší od těch s $\eta = 0$. Ve velocity-weakening oblasti pro velká p (připomínáme, že p jsme definovali jako poměr tuhosti a kritické tuhosti, $p = k/k_c$) je průběh také podobný.

Ztelné změny jsme pozorovali až pro taková p , kde v netlumeném modelu začíná docházet k nestabilitám, pro počáteční rychlosti $V(0) = 100 \times V_{pl}$ to bylo $p = 3$. Vývoj je na obr. 2.21, pro srovnání je nalevo opět závislost τ na čase a fázový portrét v souřadnicích $(\ln V/V_{pl}, \Phi)$. Jak vidíme na levém obrázku, místo neomezeného poklesu τ způsobí tlumící člen konvergenci k ustálené hodnotě. Na fázovém diagramu si můžeme oproti netlumenému případu všimnout ”hrázové” oblasti téměř vertikálních šipek, mířících směrem k přímce ustáleného stavu $\Phi_{SS}(V)$. Místo, aby červená křivka utekla do nekonečna, je v této oblasti „nekompromisně“ poslána do velmi blízkého okolí řečené přímky, odkud pak konverguje k pevnému bodu.

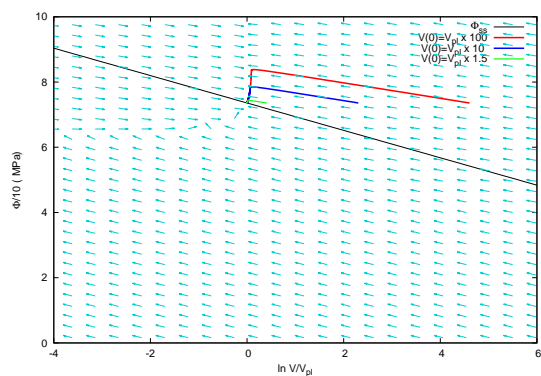
Podobné chování dostaneme pro modrou křivku ($V(0) = 10 \times V_{pl}$) v případě $p = 2$ (obr. 2.22). Jediný rozdíl je, že tato trajektorie protne přímku ustáleného stavu při o něco menší rychlosti. Zajímavé je, že obě trajektorie se v okolí přímky setkají (pokud ne v jednom bodě, pak alespoň nerozpoznatelně blízko) a potom pokračují ve vývoji společně. Takto se chovají všechny křivky s dostatečně velkou počáteční rychlostí. V tomto smyslu působí tlumení jako „kultivační“ prvek, všechny křivky, které by jinak byly nestabilní, se místo toho setkají na přímce ustáleného stavu.

Dále si srovnáme chování v těsně nadkritické oblasti, $p = 1.01$ (obr. 2.23). Zelená křivka se chová víceméně stejně (lépe je to vidět z fázového diagramu, neboť pro v grafu $\tau(t)$ ukazujeme z estetických důvodů oproti netlumenému případu pouze prvních 100 let), modrá a červená však velmi pomalu konvergují k pevnému bodu (je vidět pouze modrá křivka, neboť červená s ní splývá). Je zřejmé, že v určitém místě ve fázovém diagramu musí protnout bod, kde se předtím nacházela zelená trajektorie, takže od určitého okamžiku kopírují (zpožděně) její vývoj.

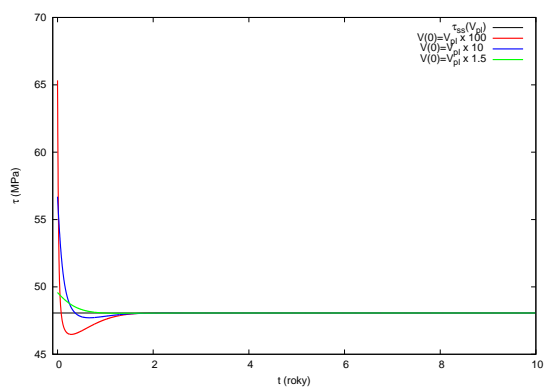
Zajímavé chování nastává pro $p = 1$, viz obr. 2.24. Zelená trajektorie se chová stejně jako v netlumeném případě, napětí netlumeně osciluje a nastává stick-slip.



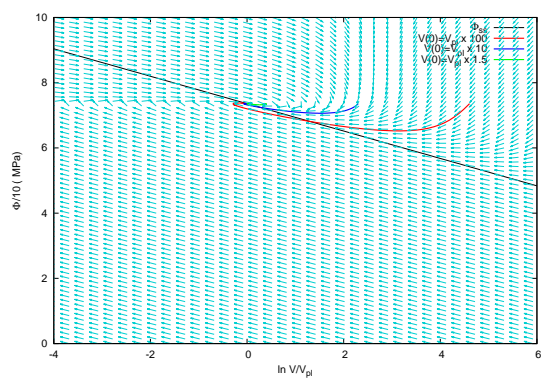
(a)



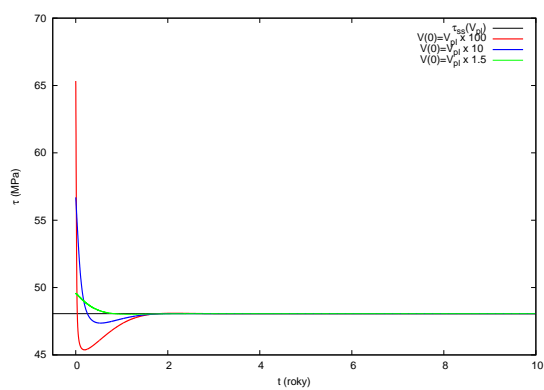
(b)

Obrázek 2.8: $k/k_c = 100$, $\eta = 0$ 

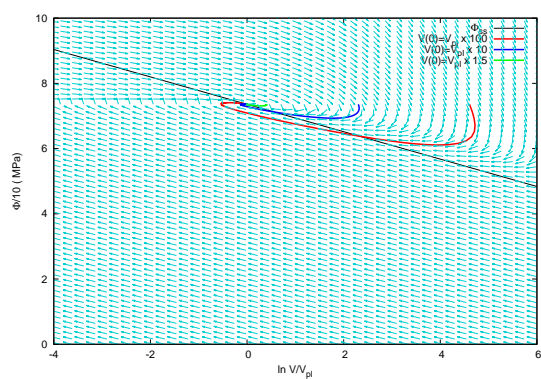
(a)



(b)

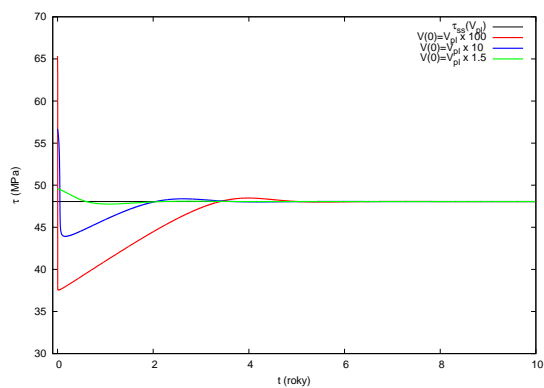
Obrázek 2.9: $k/k_c = 10$, $\eta = 0$ 

(a)

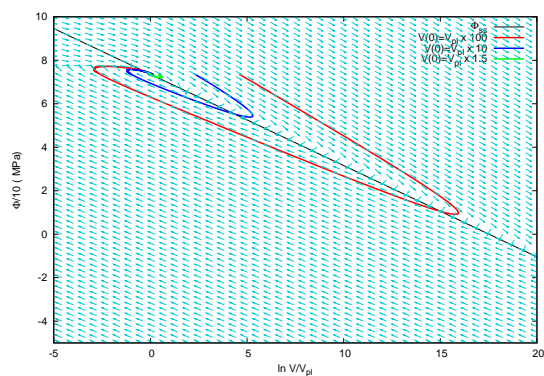


(b)

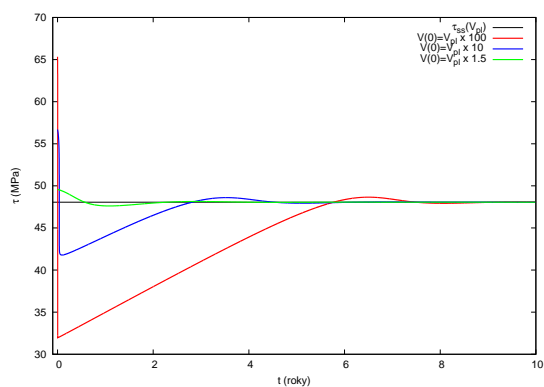
Obrázek 2.10: $k/k_c = 9$, $\eta = 0$



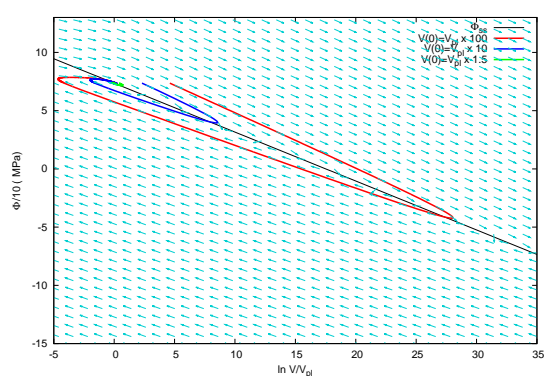
(a)



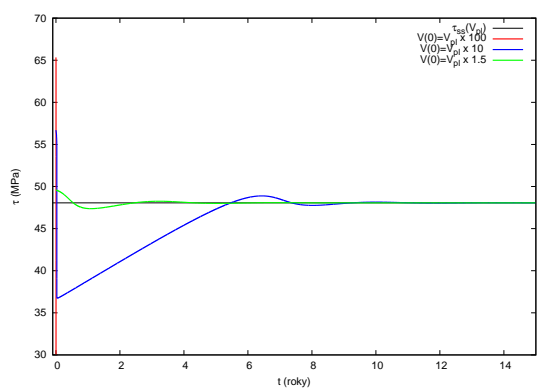
(b)

Obrázek 2.11: $k/k_c = 5$, $\eta = 0$ 

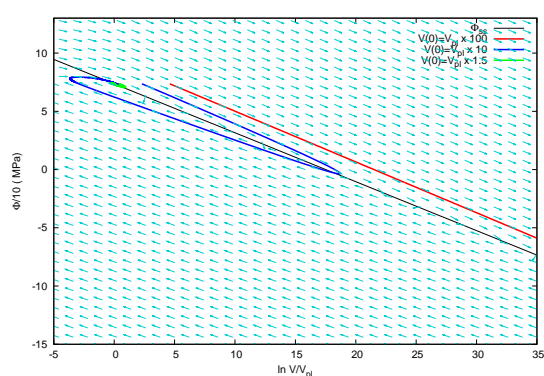
(a)



(b)

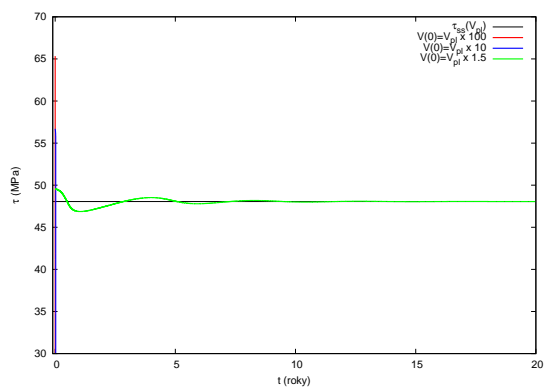
Obrázek 2.12: $k/k_c = 4$, $\eta = 0$ 

(a)

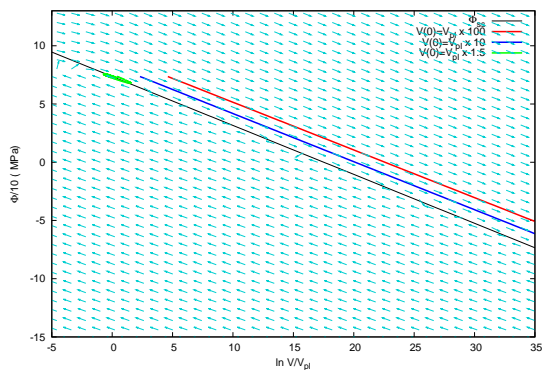


(b)

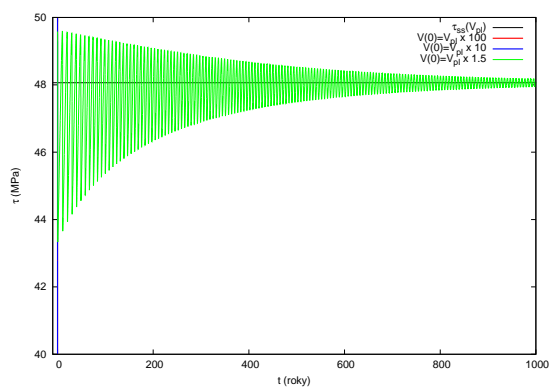
Obrázek 2.13: $k/k_c = 3$, $\eta = 0$



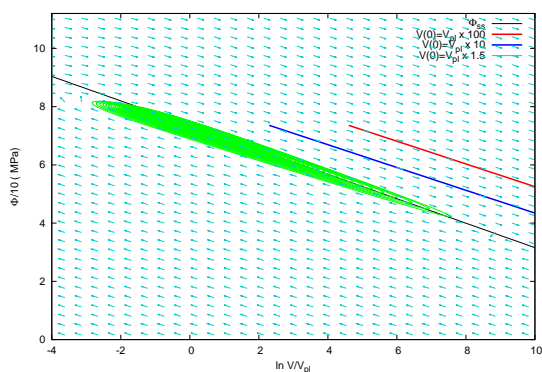
(a)



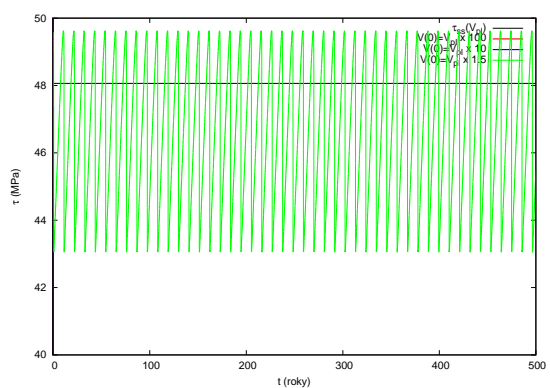
(b)

Obrázek 2.14: $k/k_c = 2, \eta = 0$ 

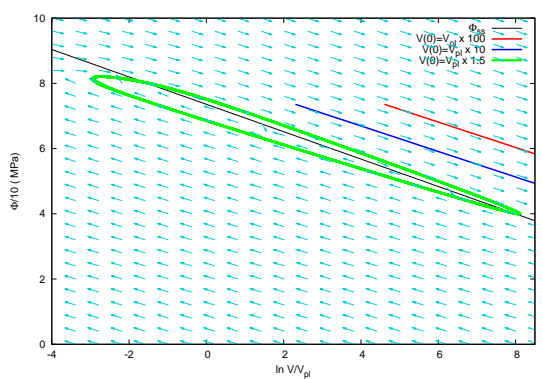
(a)



(b)

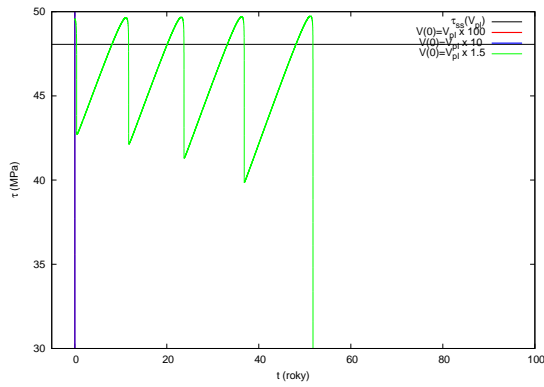
Obrázek 2.15: $k/k_c = 1.1, \eta = 0$ 

(a)

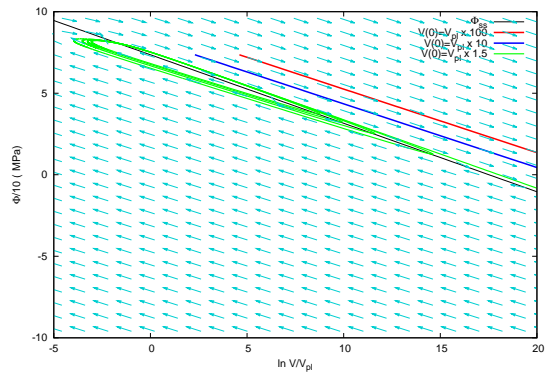


(b)

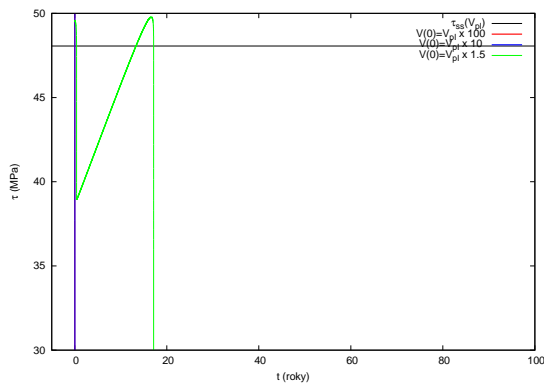
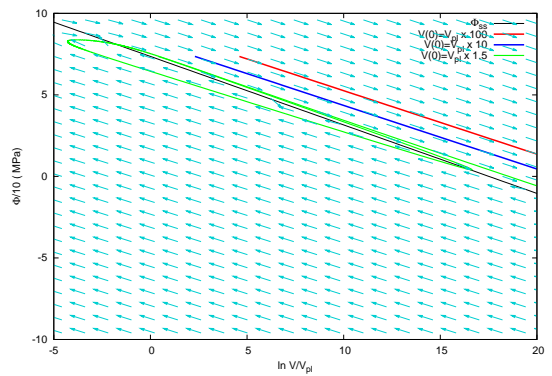
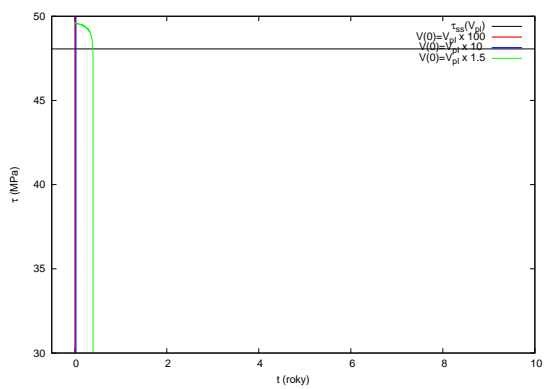
Obrázek 2.16: $k/k_c = 1, \eta = 0$



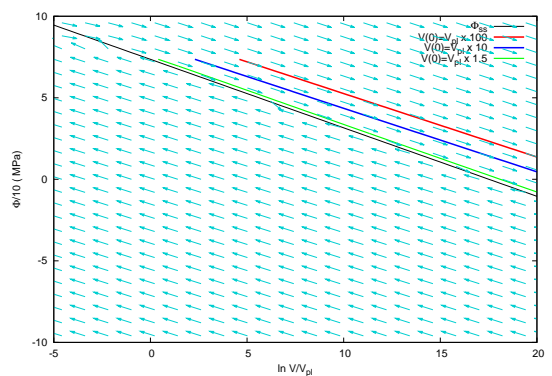
(a)



(b)

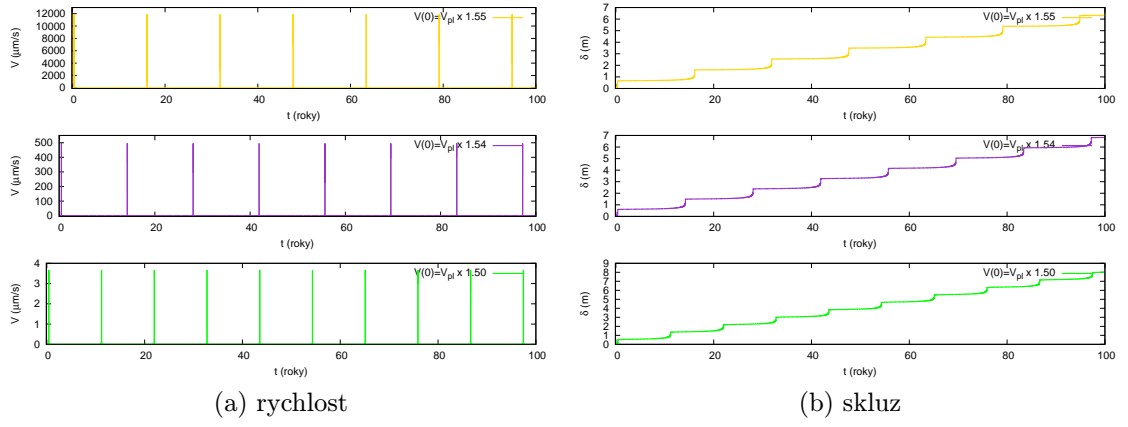
Obrázek 2.17: $k/k_c = 0.99$, $\eta = 0$ (a) $a < b$ (b) $a > b$ Obrázek 2.18: $k/k_c = 0.95$, $\eta = 0$ 

(a)



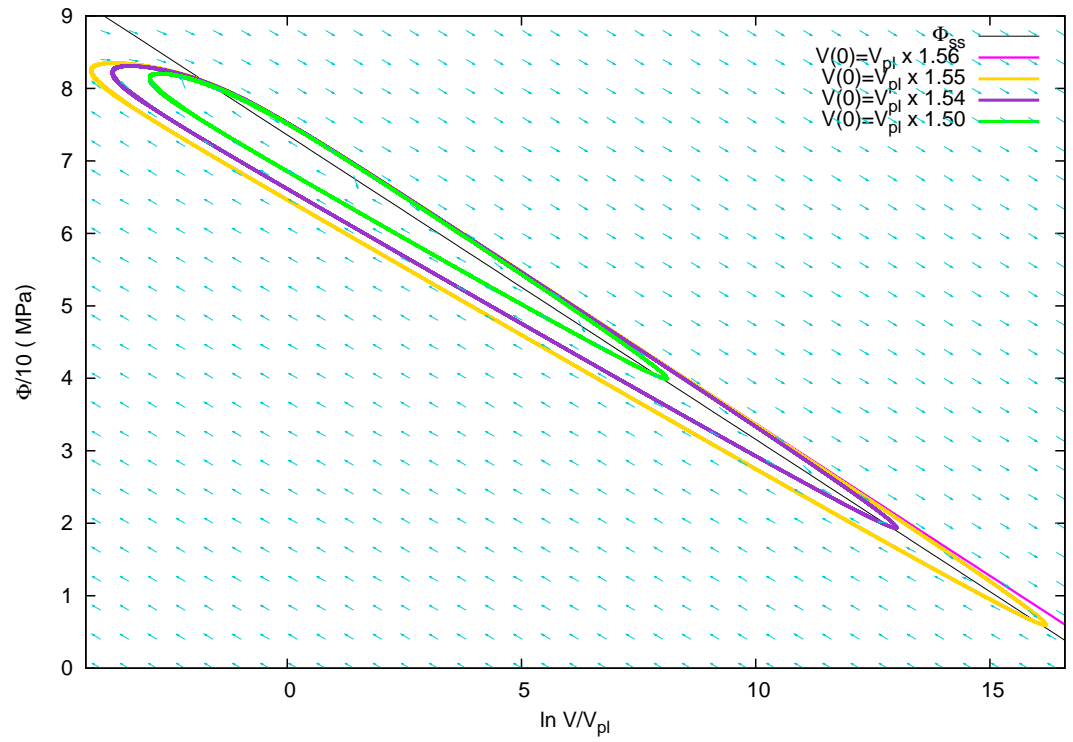
(b)

Obrázek 2.19: $k/k_c = 0.94$, $\eta = 0$



(a) rychlost

(b) skluz



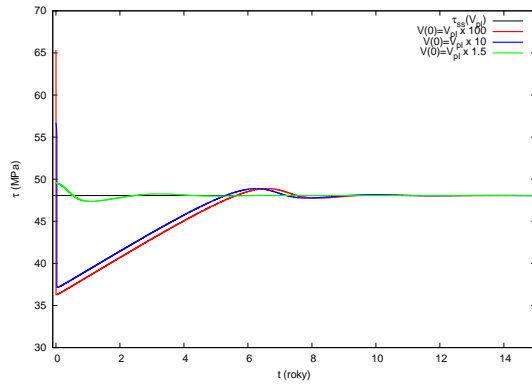
(c) Fázový diagram

Obrázek 2.20: Vliv počáteční rychlosti $V(0)$ na vývoj netlumeného systému pro $k/k_c=1$.

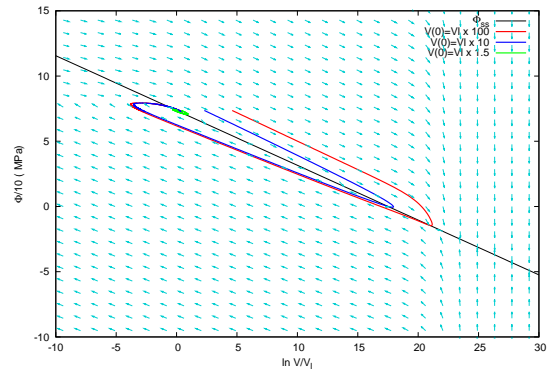
Modrá trajektorie (tedy i červená) je tlumena velmi pomalu takže pro čas 10000 let, který křivka simuluje, není z obrázku jasné, kam ve vývoji dospěje. Proto na obr. 2.25 uvádíme ještě fázový diagram s vývojem simulujícím prvních 100000 let. Abychom si o chování udělali lepší obrázek, kreslím sem navíc ještě tři trajektorie odpovídající malým počátečním rychlostem, konkrétně 1.2 – 1.4 násobkům V_{pl} . Jak vidíme, velké rychlosti (červená a modrá křivka) jsou přitahovány na jistý limitní cyklus, ten zhruba odpovídá zelené orbitě (tj. počáteční rychlost $1.5 \times V_{pl}$). Na tomto limitní cyklu pak systém vykazuje stick-slip chování o periodě, která je nezávislá na počáteční rychlosti. Naproti tomu trajektorie, jež začínají ve vnitřku cyklu si obíhají po své vlastní uzavřené orbitě – stejně jako v netlumeném případě konají stick-slip o periodě a rychlostní amplitudě danou počátečními podmínkami. Trajektorie tak k limitnímu cyklu konvergují pouze zvnějšku. Systém se tedy nejspíš chová tak, že počáteční podmínky, které by bez tlumení byly nestabilní, vedou s tlumením na jediný limitní cyklus, zatímco původně stabilní trajektorie se chovají víceméně stejně, to odpovídá tomu, že tlumení výrazně ovlivní chování až při vyšších rychlostech .

Dále se podívejme na těsně podkritický případ, $p = 0.99$ (obr. 2.26). Zelená křivka τ rychle zvětší svou hodnotu a začne kopírovat ostatní křivky, ve fázovém diagramu po několika obězích konverguje ke společnému limitnímu cyklu, pro $k = 0.9$ k němu jde okamžitě. Pro nižší k pak už vývoj vypadá kvalitativně stejně- nezávisle na počátečních podmínkách (samozřejmě s výjimkou pevného bodu) konvergují všechny křivky k jedinému limitnímu cyklu (závislém mj. na k), pro libovolnou poruchu tedy dojde ke stick-slip chování o stejné periodě a amplitudě. Jediný způsob, jak se různé počáteční podmínky projeví, je doba konvergence k limitnímu cyklu, ta je obecně pomalejší pro menší počáteční $V(0)$ i $\Phi(0)$ Pro $p = 0.043$, což s našimi parametry odpovídá dle vzorce 2.4 šířce zlomu 20 km, ukazujeme toto chování pro větší množství počátečních podmínek ve fázovém diagramu na obr. 2.28, závislost skluzu na čase pro stejné počáteční podmínky pak ukazujeme na obr. 2.29, závislost napětí na čase na obr. 2.30.

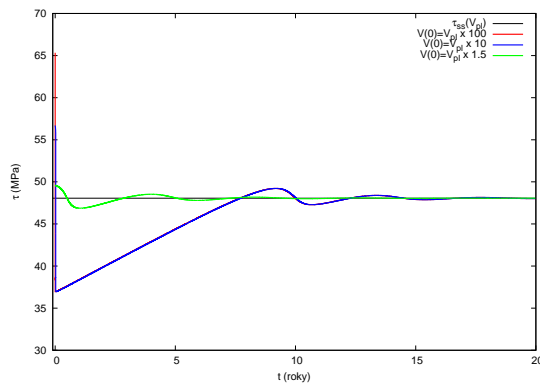
Pro ilustraci si nakonec ukažme ještě vliv velikosti k na S klesající tuhostí roste perioda i amplituda stick-slip jevu - závislost skluzu na čase pro několik hodnot p v rozmezí 0.1 – 0.9 vynáším na obr. 2.31.



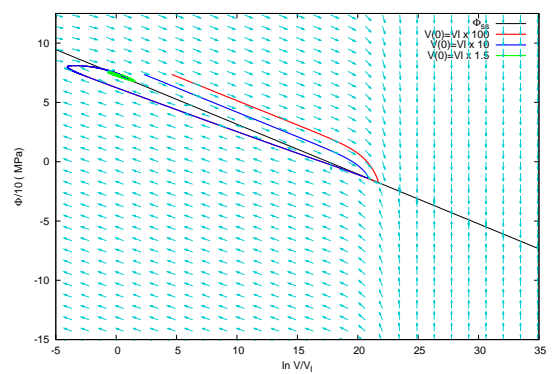
(a)



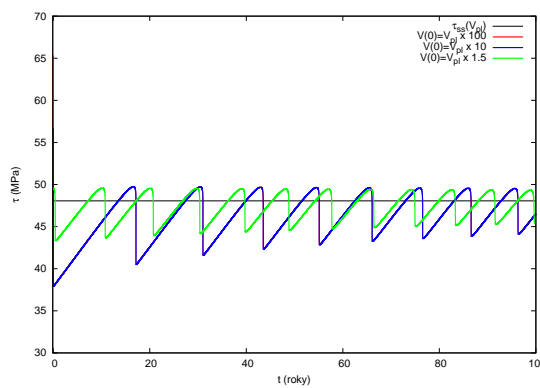
(b)

Obrázek 2.21: $k/k_c = 3, \eta \neq 0$ 

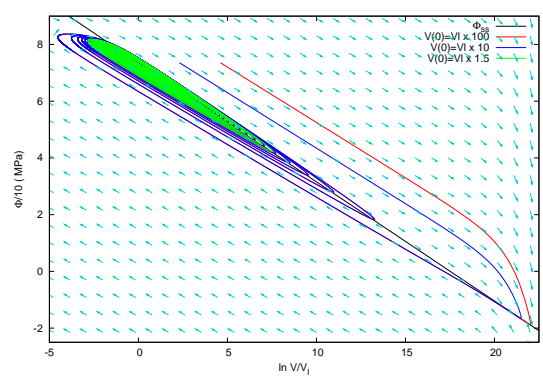
(a)



(b)

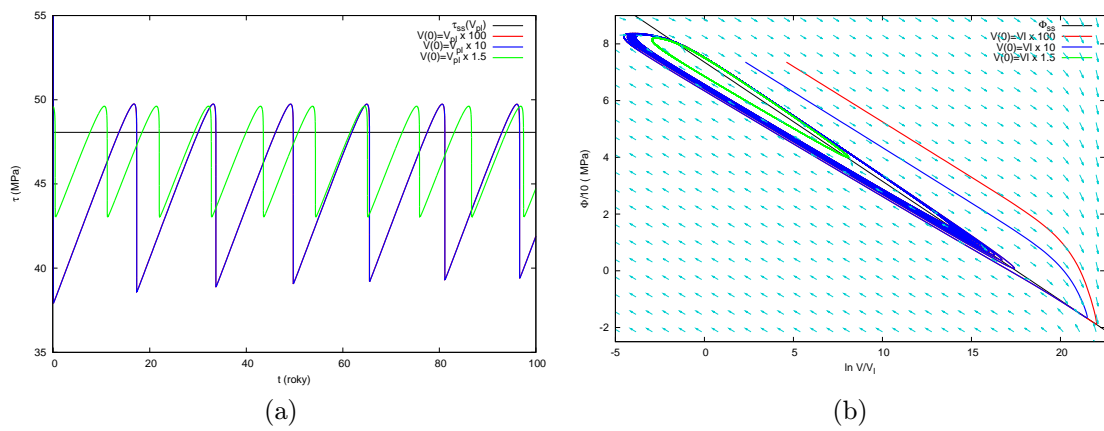
Obrázek 2.22: $k/k_c = 2, \eta \neq 0$ 

(a)

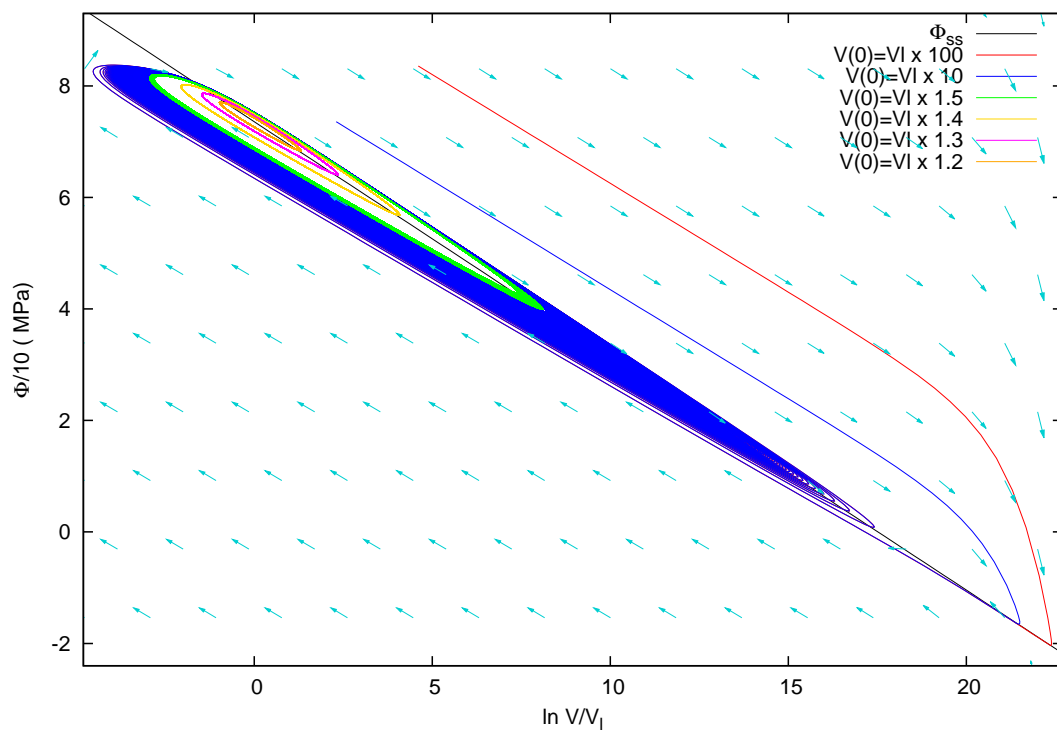


(b)

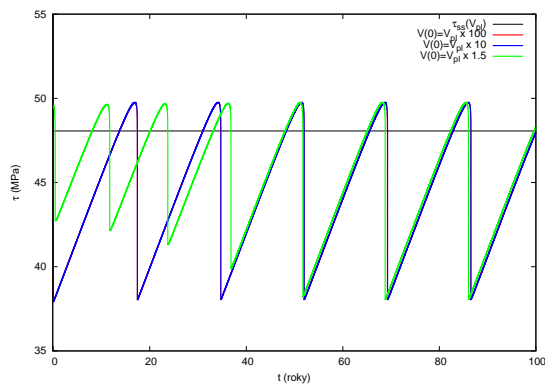
Obrázek 2.23: $k/k_c = 1.01, \eta \neq 0$



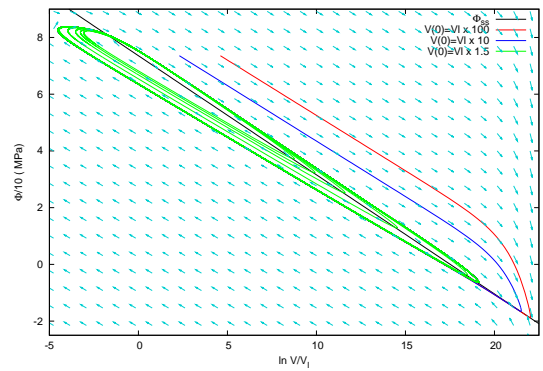
Obrázek 2.24: $k/k_c = 1$, $\eta \neq 0$



Obrázek 2.25: Fázový diagram pro $p = 1$ v tlumeném případě, s časem integrace 100 000 let.

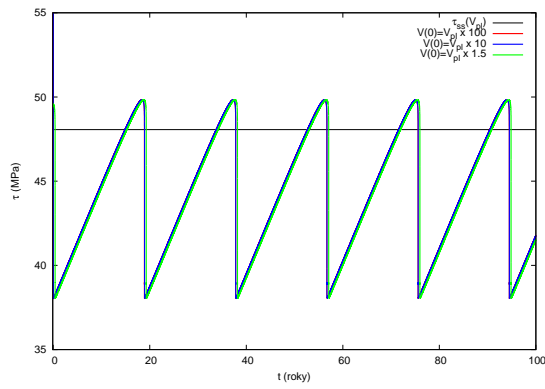


(a)

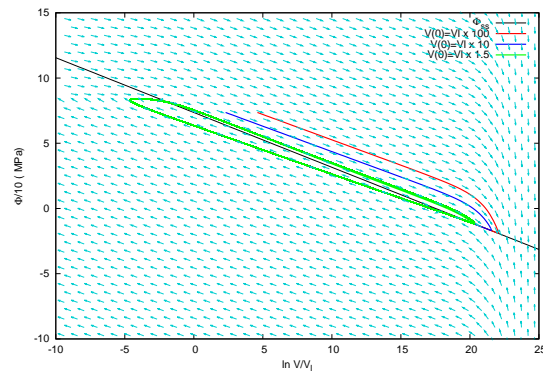


(b)

Obrázek 2.26: $k/k_c = 0.99$, $\eta \neq 0$

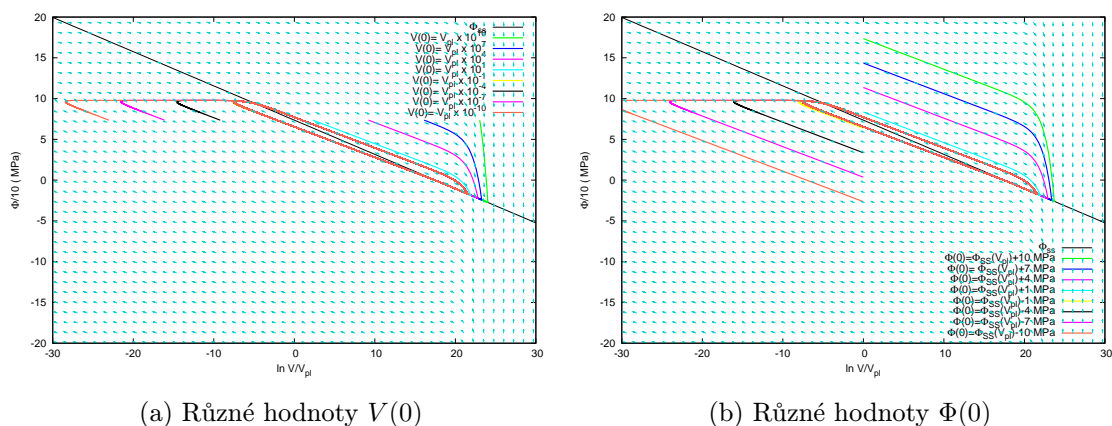


(a)



(b)

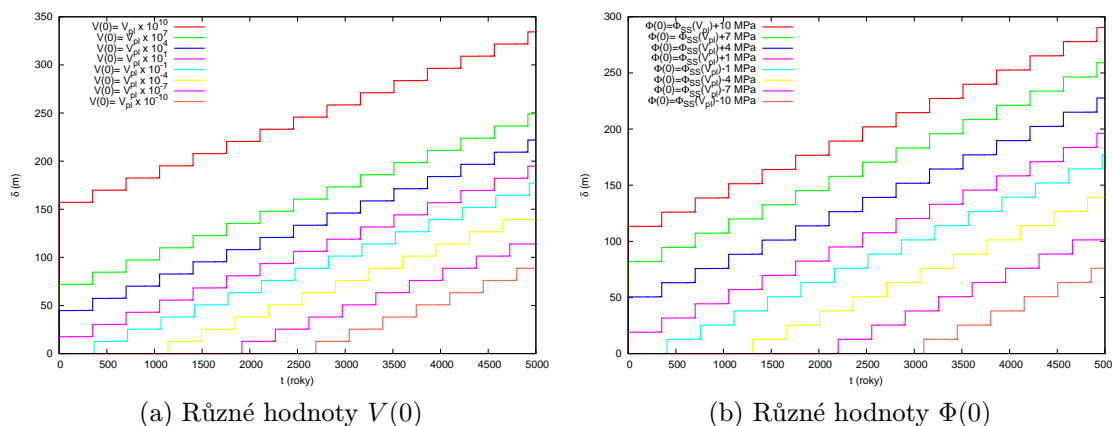
Obrázek 2.27: $k/k_c = 0.90$, $\eta \neq 0$



(a) Různé hodnoty $V(0)$

(b) Různé hodnoty $\Phi(0)$

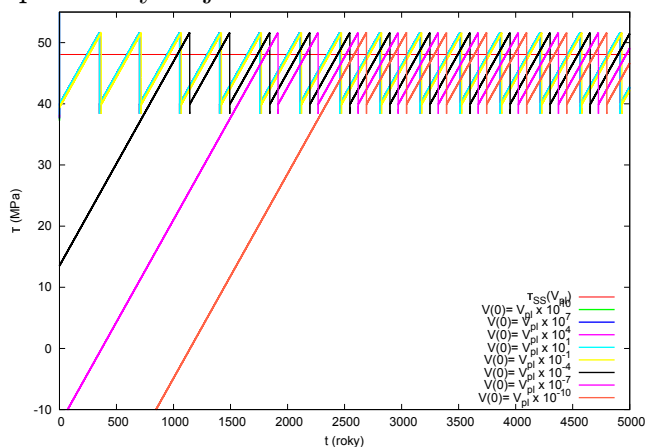
Obrázek 2.28: Chování systému s tlumením pro různé počáteční podmínky při $p = 0.043$, což odpovídá 20 km šířce zlomu. Nezávisle na počátečních podmínkách konvergují všechny trajektorie k jedinému limitnímu cyklu.



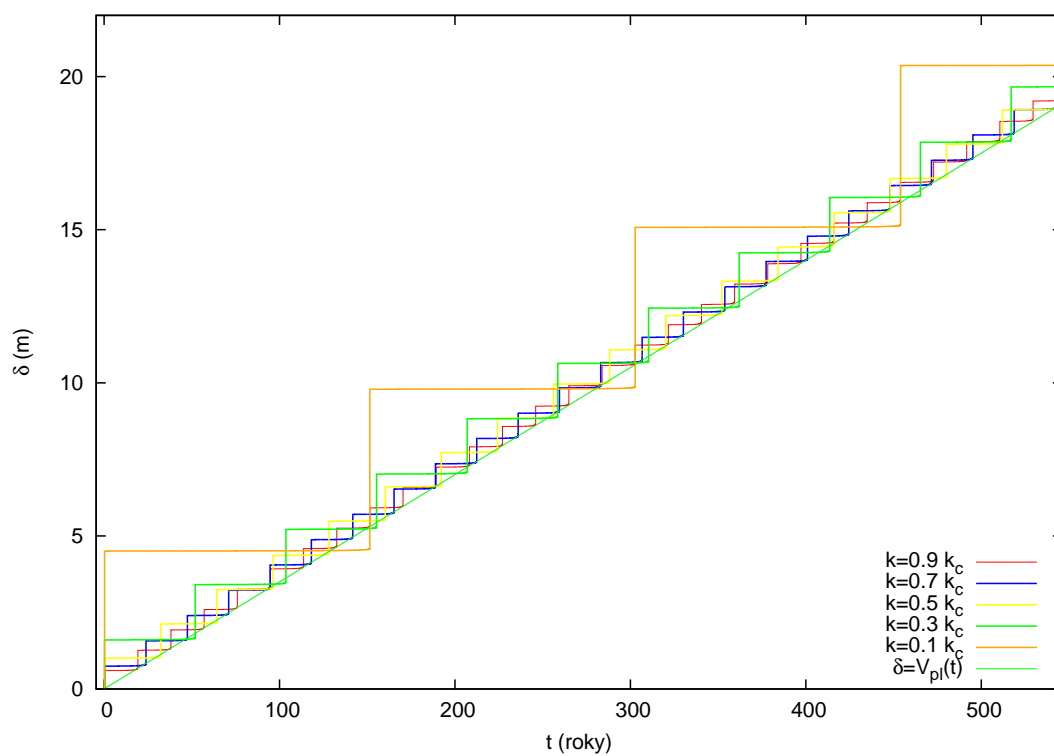
(a) Různé hodnoty $V(0)$

(b) Různé hodnoty $\Phi(0)$

Obrázek 2.29: Závislost skluzu na čase pro různé počáteční podmínky. S klesající $V(0)$ i $\Phi(0)$ roste doba před začátkem stick-slip chování, pak už se systém chová pro všechny poč. podmínky stejně.



Obrázek 2.30: Závislost τ na čase pro různé počáteční podmínky $V(0)$. Porovnáním s obrázkem 2.28 si můžeme všimnout, že před dospěním systému k limitnímu cyklu roste τ lineárně s časem, než dosáhne určité prahové hodnoty, pak začne konat stick-slip.



Obrázek 2.31: Vývoj skluzu s časem v závislosti na tuhosti. Pro menší tuhosti vidíme delší periody i větší skoky v rychlostech, průměrná rychlost však odpovídá tažné rychlosti V_{pl} .

3. Segmentace zemětřesení na 2D modelu nekonečně dlouhého zlomu

V této kapitole využijeme pomocí RS zákona představeného v předchozí dvou kapitolách ukážeme několik příkladů, jak nehomogenní rozložení parametrů může vést k segmentaci zemětřesení– vzniku oddělených nestabilit na různých částech zlomu. K tomu využijeme idealizovaný model nekonečně dlouhého 2-D vertikálního zlomu.

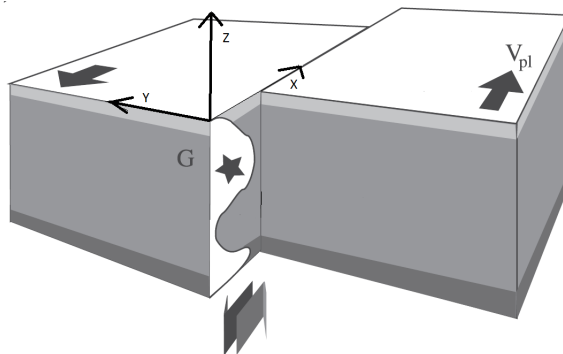
3.1 Představení modelu

Budeme využívat model vertikálního zlomu o konečné šířce W , nekonečného podél směru strike, představeného v [20]. V následujícím popisu modelu sledujeme s drobnými úpravami výklad v [22]. Geometrie zlomu je na obr. 3.1. Vzájemná rychlost desek V_{pl} míří ve směru osy x , stejně jako skluz δ . Protože má zlom nekonečnou délku, budeme předpokládat, že pro danou hloubku $-z$ jsou všechny veličiny invariantní podél osy x . Horní hranici zlomu, rovinu $z = 0$, simulujeme jako volný povrch, tj. v hloubce $z = 0$ požadujeme nulovou hodnotu vektoru traktice \vec{t} . Tento efekt simulujeme přidáním zrcadlové oblasti $(0, W)$, se symetrickým rozložením rychlostí $V(z, t)$.

Pro výpočet napětí použijeme vzorce (dle [22])

$$\tau(z, t) = \tau^0(z, t) - \eta(\dot{\delta}(z, t) - V_{pl}) - \frac{G}{2\pi} \int_{-W}^W \frac{1}{z - \xi} \frac{\partial(\delta(\xi, t) - V_{pl}t)}{\partial \xi} d\xi, \quad (3.1)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku a η tlumící koeficient. Vzorec 3.1 můžeme chápat jako analogii 2.8 pro 1-D model jezdce na pružince– první člen představuje počáteční napětí, druhý aproximativně popisuje vyzařování, třetí člen popisuje elastickou interakci na zlomu. V této interakci se přitom uvažují pouze kvazistatické příspěvky (nepočítá se s interakcí s vlnami), dynamické efekty jsou přibližně zastoupeny pouze ve formě vyzařovacího členu. V tomto smyslu je náš model pouze *kvazi-dynamický*. Z numerických simulací nicméně vyplývá ([21]), že plně



Obrázek 3.1: Model zlomu využívaný v této kapitole. Upraveno z [22].

dynamický model, splňující elastodynamické rovnice, je s kvazi-dynamickým ve skutečnosti v dobré shodě při modelování průběhu seismických cyklů.

Při diskretizaci modelu předpokládáme, stejně jako v [22], že veličiny jsou konstantní na velikostech buněk a skluz se mění v polovině buněk (posunutá síť), takže ho můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\delta(z, t) = \sum_{i=1}^n \delta_i(t) (H[z - (i - 1/2)\Delta z] - H[z - (i + 1/2)\Delta z]), \quad (3.2)$$

kde $H(\cdot)$ označuje Heavisideovu funkci. Dosazením tohoto předpokladu do 3.1 dostaneme diskrétní verzi výrazu pro τ :

$$\tau_i(t) = \tau_i^0 - \eta(\dot{\delta}_i(t) - V_{pl}) - \sum_{j=1}^n K_{ij}(V_{pl}t - \delta_{ij}(t)), \quad (3.3)$$

kde index i označuje hodnoty veličin na i -té buňce a *jádru* K_{ij} je množina konstant, pro které platí ([22]):

$$K_{ij} = \frac{G}{2\pi\Delta z} \left(\frac{1}{(i - j)^2 - 1/4} \right). \quad (3.4)$$

V tomto vztahu vystupuje ve jmenovateli rozdíl indexů $i - j$, takže jádro K_{ij} můžeme chápat jako vzájemnou tuhost buněk ubývající se vzdáleností. Pro $i = j$ („vlastní tuhost“) dostaneme výraz 2.4 pro k v modelu jezdce na pružince (chápaného jako jedinou buňku o velikosti $\Delta z = W$).

Pro zákon tření předpokládáme stejné zákony jako v případě 1-D modelu, tedy RS zákon 2.2 a Nagatův evoluční zákon 2.3. Přitom obecně předpokládáme nehomogenní rozložení parametrů na zlomu a_i , b_i i normálového napětí σ_i . Naproti tomu relaxační vzdálenost L a parametr c budeme uvažovat pro všechny buňky konstantní.

Buňky mezi sebou interagují pouze pomocí třetího členu v rovnici 3.3, takže rovnice pro Φ a V odvozené v minulé části přejdou ve 2-D případě na soustavu $2n$ rovnic ve tvaru:

$$\frac{d\Phi_i(t)}{dt} = \frac{\frac{b_i\sigma_i}{L} \left(V_* \exp\left(-\frac{\Phi_i(t) - \Phi_*}{b_i\sigma_i}\right) - V_i(t) \right) - c \frac{\sum_{j=1}^n K_{ij}(V_j(t) - V_{pl})}{1 + \eta V_i(t)/(a_i\sigma_i)}}{1 + c \frac{1}{1 + a_i\sigma_i/(\eta V)}}. \quad (3.5)$$

a

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = \frac{\sum_{j=1}^n K_{ij}(V_j(t) - V_{pl}) - \frac{d\Phi_i(t)}{dt}}{\frac{a_i\sigma_i}{V_i(t)} + \eta}. \quad (3.6)$$

Poznámka o diskretizačním kroku

V minulé kapitole jsme si ukázali, že pro systém o tuhosti $k > k_c$, kde kritická tuhost k_c je daná rovnicí 2.19, je k zemětřesnému chování potřebná určitá konečná rychlostní porucha. Naopak systémy s $k < k_c$ jsou nestabilní vůči rychlostním poruchám libovolně malým. Pokud tedy bude „vlastní tuhost“ K_{ii} buňky příliš malá, může u ní docházet k nestabilitám nezávisle na chování ostatních buněk. Protože tato tuhost je dle vztahu 3.4 nepřímou úměrná šířce buňky Δz , může k

tomu docházet pro Δz větší než určitá kritická šířka w_c . Položením $K_{ii} = k_c$ a vyjádřením Δz dostaneme pro kritickou šířku buňky w_c (dle [20] s úpravou pro Nagatův evoluční zákon) :

$$w_c = \frac{2GL}{\max_{i \in \{1,2,\dots,n\}} (\pi \sigma_i (b_i - a_i))} \times (1 + c) \quad (3.7)$$

Rice ([20], 1993) ukázal, že pokud je šířka buňky srovnatelná s touto kritickou šířkou, bude docházet k nevhodnému chování modelu a segmentaci způsobené pouze nevhodnou diskretizací. Pro správné přiblížení se limitě spojitého prostředí je proto potřeba brát $\Delta z \ll w_c$, dle [22] budeme požadovat alespoň $\Delta z/w_c < 0.1$.

3.2 Riceův model tektonického zlomu

Při hledání segmentace modifikujeme následující Riceův model tektonického zlomu (podle [20]):

Na zlomu o šířce $W = 24$ km je rozdělení parametrů a, b dle dat získaných extrapolací z laboratorních dat dle [25] na zlom, viz obr. 3.2. Na krajích zlomu se nachází velocity-strengthening oblasti, mezi nimi je seismogenní velocity-weakening oblast. Pro $z < -17$ km začnou díky teplotní závislosti lineárně stoupat hodnota a ; b jde naopak k nule, takže se přestává uplatňovat evoluční efekt.

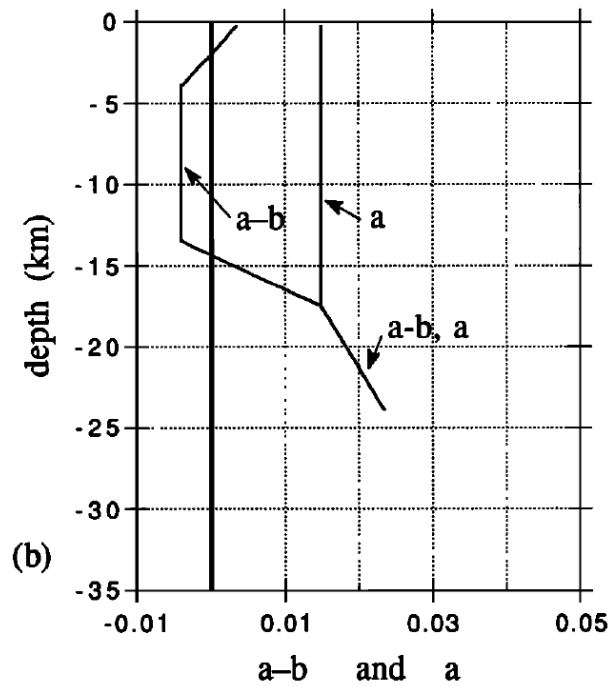
Normálové napětí σ je konstantní po téměř celou šířku zlomu, jen pro malá z roste k této hodnotě lineárně od nuly.

Jako první ukázkou výsledku modelu a také jako jisté ověření správnosti našeho programu se pokusme přibližně reprodukovat dvě z Riceových simulací. Rice používal pro modelování tření Ruinův evoluční zákon, my použijeme pro srovnání výjimečně zákon Dietrichův, který dostaneme jednoduše položením parametru c v Nagatově zákoně rovném nule. V prvním příkladě volil Rice $\sigma = 100$ MPa, $L = 30$ mm a krok 250 m ($w_c/\delta z \approx 0.17$) a tlumení $\eta = G/2\beta \times 10^2$. Porovnání vývoje skluzu Riceova a našeho výsledku uvádíme na obr. 3.3. Ve druhém příkladě bylo $\sigma = 50$ MPa, $L = 3$ mm a krok 75 m ($w_c/\delta z \approx 0.25$, s tlumením $\eta = G/2\beta 10^4$ zvolený krok adaptujeme pro srovnání stejný, ačkoliv neodpovídá vytyčenému požadavku na velikost Δz). Srovnání výsledků uvádíme na obr. 3.4. Jak vidíme, obrázky jsou v dobré shodě, spojitá oblast izochron skluzu ve spodní části skluzu přechází v nespojitou v horní části, ta odpovídá zemětřesení.

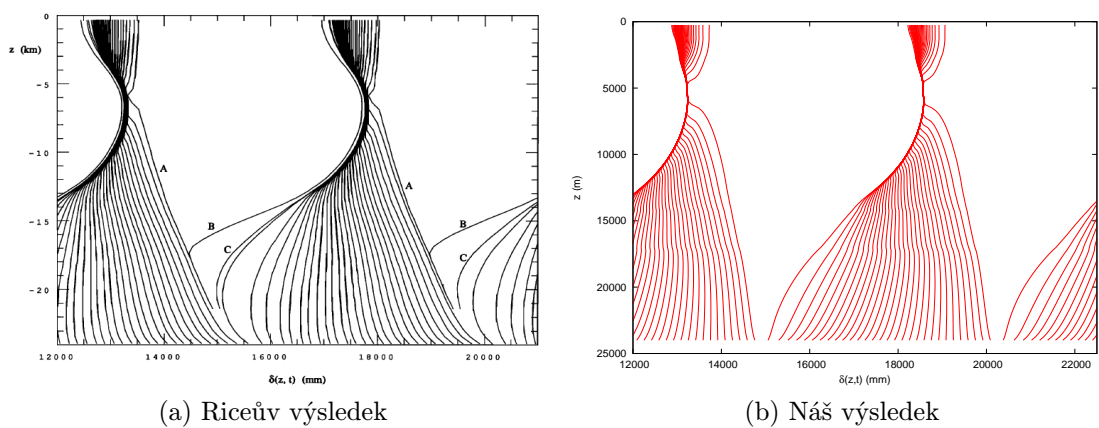
3.3 Idealizované rozložení parametrů

Vliv nehomogenního rozložení parametrů ukážeme nejprve na případě idealizovaného rozložení a, b , kdy budeme ignorovat vymizení evolučního efektu ve velkých hloubkách, takže vynikne vliv velikosti $a - b$. Za šířku zlomu zvolíme $W = 20$ km, pro normálové napětí konstantní hodnotu $\sigma = 50$ MPa, $V_{pl} = 3.5$ cm/rok, $L = 10$ cm. Tato data jsou převzata z [22], s tím, že L jsme oproti tamní hodnotě zmenšili na polovinu, neboť Nagatovu evolučnímu zákonu odpovídá menší hodnota L , než v Dietrichově zákonu užívaném v článku.

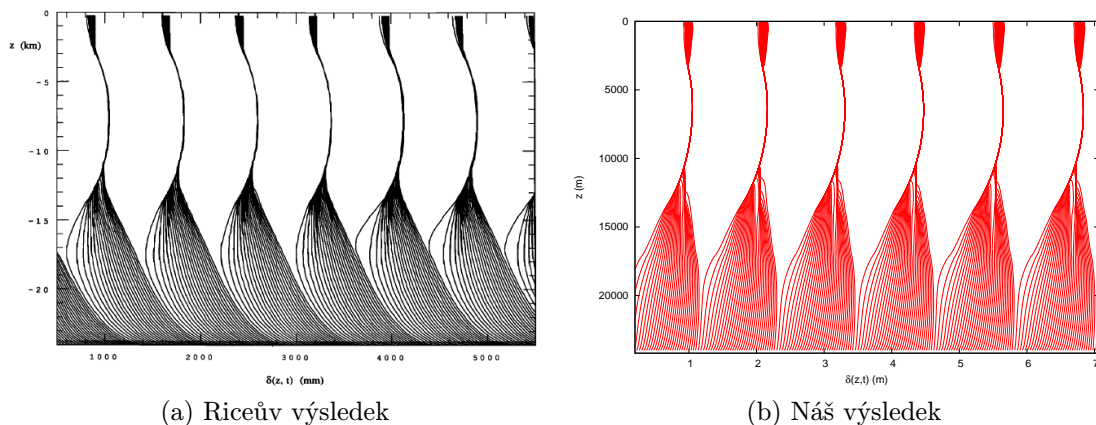
Pro celý zlom uvažujeme konstantní hodnotu $a = 0.050$ (dle obr. 3.2 se a mění až s velkou hloubkou), hodnota b je na většině zlomu konstantní až na úzké



Obrázek 3.2: Široce používané rozdělení parametrů a, b jenž použil také Rice ve svém článku z roku 1993. Převzato z [20].



Obrázek 3.3: Srovnání Riceových (vlevo) a našich (vpravo) výsledků pro parametry $\sigma = 100\text{MPa}$, $L = 30\text{ mm}$ a $\delta z = 250\text{ m}$. Křivky na obrázků jsou izochrony skluzu s časovým krokem pět let.



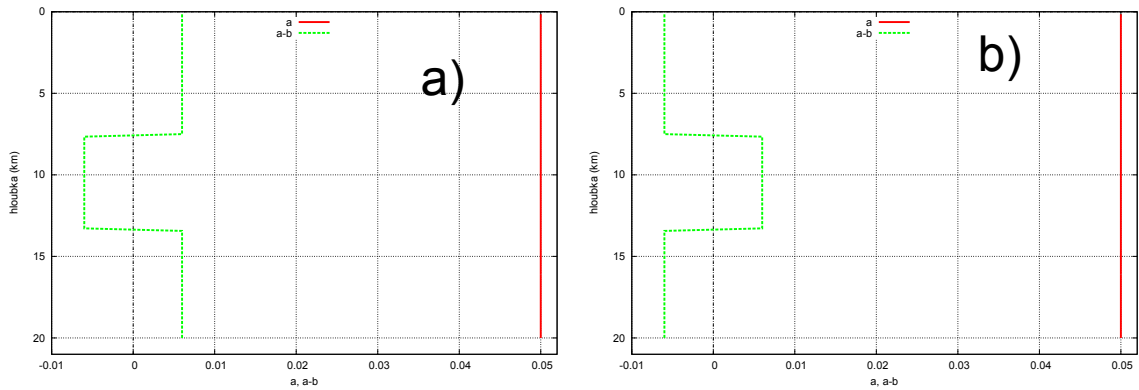
Obrázek 3.4: Srovnání Riceových (vlevo) a našich (vpravo) výsledků pro parametry $\sigma = 50\text{MPa}$, $L = 3\text{ mm}$ a $\delta z = 75\text{ m}$. Křivky na obrázku jsou izochrony skluzu s časovým krokem 1 rok.

oblasti, kde mění strmě hodnotu, takže je zlom rozdělen na oblasti vykazující *velocity – strengthening* ($a > b$) nebo *velocity – weakening* ($a < b$) chování. Absolutní hodnota rozdílu je $a - b$ je pro tyto pokusy rovna 0.006.

3.3.1 Růst nestabilní oblasti

Pro tento případ nastavíme $a - b$ záporné na krajích a kladné uprostřed, takže oblast o velikosti A bude rozdělena na dvě symetrické *velocity-weakening* (VW) oblasti na krajích a *velocity-strengthening* (VS) oblast uprostřed (viz horní levá část obr. 3.5). Kritické šířce při takovém rozložení odpovídá hodnota $w_c = 1910\text{ m}$, takže můžeme zvolit krok odpovídající rozdělení zlomu na 128 buněk, $\Delta z = 156.25\text{ m}$. V následujícím budeme sledovat chování zlomu při zvětšování asperity A . Abychom zlom vyvedli z rovnovážného stavu, nastavíme na začátku uprostřed zlomu rychlost na 1.5 násobek V_{pl} . Vývoj zlomu pak simulujeme po dobu 750 let. V příložených obrázcích sledujeme levé straně vývoj izochrony skluzu s intervalem 1 rok, na pravé straně maximální rychlost na zlomu (dole) a místo tohoto maximálního výskytu. Místa, kde rychlost přesahuje 1 dm s^{-1} , jsou zobrazena červeně.

Začněme nastavením $A = 0\text{ km}$, takže se celý zlom nachází ve VS oblasti. Dle očekávání se takový zlom chová zcela stabilně (obr. 3.6), maximální rychlost během několika let klesne zpět na deskovou rychlost V_{pl} (3.5 cm za rok odpovídá zhruba $1.1 \times 10^9\text{ m s}^{-1}$). Stabilní chování zpočátku přetrvává i při malém nenulovém A , v našem případě se ještě choval stabilně zhruba pro $A \approx 5000\text{ m}$ (obr. 3.7), maximální rychlost na zlomu ubývá velmi pomalu (po skončení integrace v čase 750 let nebyla ani na polovině poč. výchylky) a rapidně se přelévá po celém zlomu- Pro $A = 5200\text{ m}$ začalo docházelo k zemětřesení (obr. 3.8) v čase 400 let po začátku integrace. Po výskytu prvního zemětřesení se zemětřesení začnou pravidelně opakovat. Největších rychlostí se dosahuje uprostřed zlomu, kde leží nestabilní oblast. Z té se pak rychlost přesune směrem k zemskému povrchu, načež následuje „stín“ zemětřesení, kdy je rychlost na většině seismogenní zóny téměř rovná nule, zatímco spodní část se pohybuje téměř konstantní rychlostí V_{pl} . Tato asymetrie je důsledkem existence volného povrchu, neboť náš model je jinak ve všem symetrický (až na drobné odchylky při centrování seismogenní zóny



Obrázek 3.5: Konkrétní realizace rozložení parametrů v idealizovaném případě, jenž zde diskutujeme: Na obr. a) rozrůstání VW oblasti, na obr. b) rozrůstání VS oblasti. Na obrázku je $A = 6.6$ km.

způsobené diskrétním krokem Δz).

S rostoucí velikostí VW zóny stoupají periody, amplituda i rozsah zemětřesení, brzké ustálení na limitním cyklu po jednom nebo dvou zemětřeseních je společným rysem při všech velikostech VW zóny. Uvedme ještě rozložení pro $A = 16$ km (obr. 3.9) a VW zónu pokrývající celý zlom, $A = 20$ km, 3.10. Všimněme si na tomto příkladě, že s odstraňováním VS zóny se oblast maximální rychlosti zlomu posouvá směrem k povrchu.

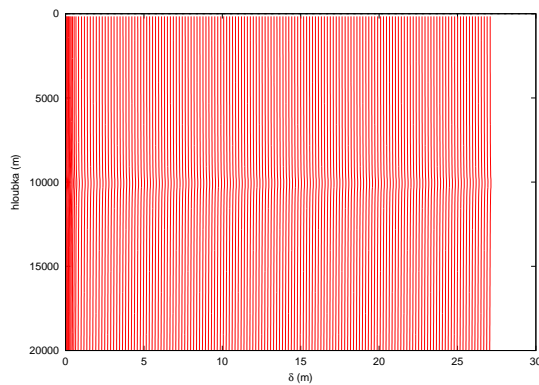
3.3.2 Růst stabilní oblasti

Nyní uvažujme situaci b na obr. 3.5. Uprostřed nestabilního VW zlomu se nachází VS zóna („asperita“) o šířce A , přičemž absolutní hodnota rozdílu $a - b$ je opět ve všech oblastech rovna 0.006. Stejně jako v předchozím, inverzním případě, budeme studovat vliv velikosti oblasti na chování zlomu.

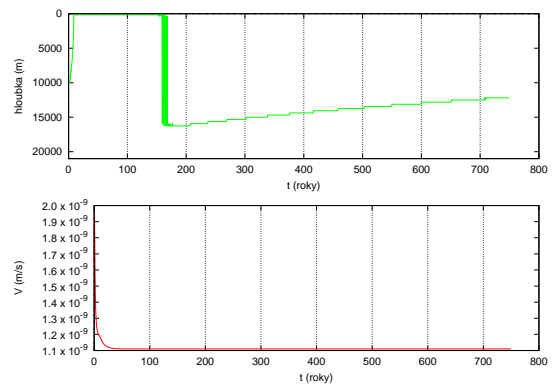
Případ nulové VS asperity už jsme vlastně ukázali v posledním příkladu, kdy na celém zlomu bylo předepsáno velocity-weakening chování (obr. 3.10). Zvolme si proto rovnou nenulovou asperitu o velikosti $A = 600$ m (obr. 3.11). Jak vidíme na obrázku, zlom se i díky této relativně malé asperitě chová rozdílně oproti neporušenému případu 3.10. Narozdíl od postupného praskání směrem k povrchu praskají nyní místa nad asperitou i pod ní v rychlejší časovém sledu. Dále se zvětšilo maximum rychlosti, ačkoliv perioda poklesla. To není ve vzájemném sporu, neboť, za prvé, na celkový skluz je v druhém případě menší, takže zlom si drží velkou rychlost po menší dobu. Za druhé dochází k nerovnoměrnému přelévání rychlosti mezi jednotlivými částmi zlomu. Všimněme si například na obr. 3.11 b), že v úzké oblasti kolem středu odpovídající asperitě nikdy maximální rychlost nestoupne nad 1 dm/s, narozdíl od ostatních míst na zlomu.

Tento efekt se stává více patrným s rostoucí velikostí asperity. Na obr. 3.12 je chování zlomu pro $A = 3$ km, vidíme, že prostřední oblast malých maximálních rychlostí se rozrůstá.

Pro $A = 4$ km se však stane zajímavá věc. Oblast v okolí asperity začne praskat častěji než horní část zlomu, místo jednoho společného prasknutí tak spodní část zlomu prodělá ještě zemětřesení o malé amplitudě, zatímco horní část praská jen jednou, ale s mnohem větší amplitudou. Vidíme tak první příklad

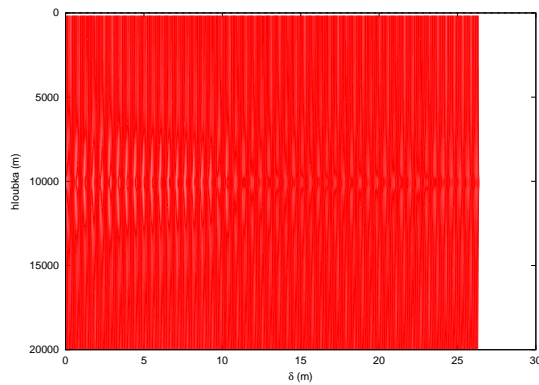


(a) Isochrony skluzu

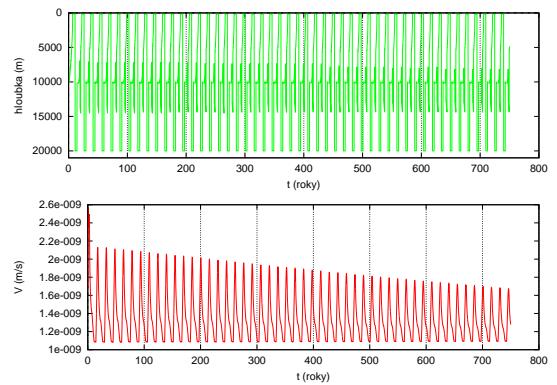


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.6: $R < 0$, $A = 0$ km. Zlom je stabilní, během několika let se rychlost ustálí na hodnotě V_{pl} .

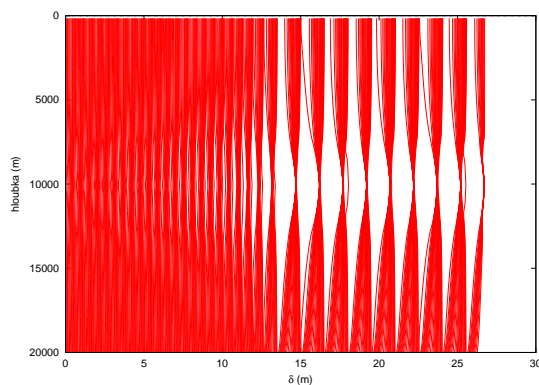


(a) Isochrony skluzu

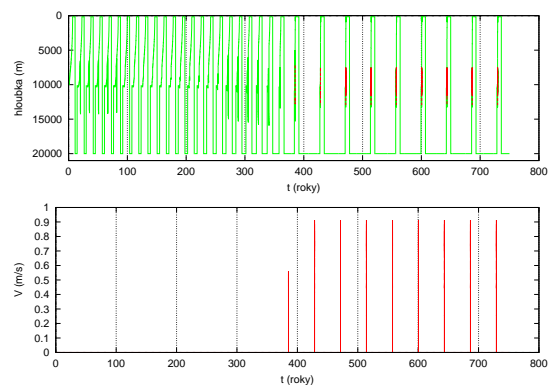


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.7: $R < 0$, $A = 5$ km, těsně podkritická oblast (ještě nedochází k zemětřesení). Prvotní výchylka je velmi pomalu tlumena, maximální rychlost se přelévá po celém zlomu.

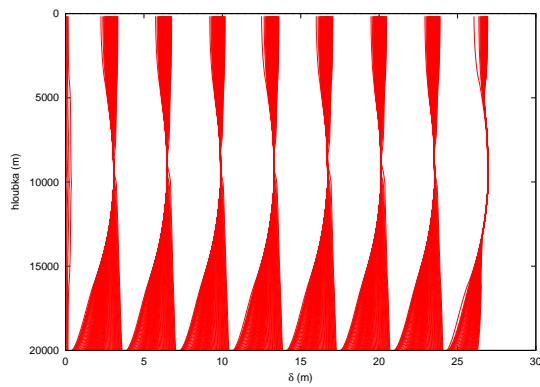


(a) Isochrony skluzu

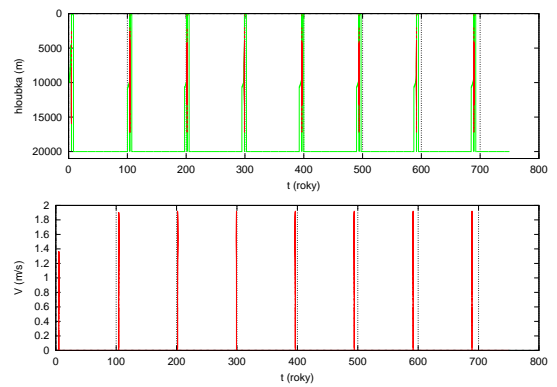


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.8: VW oblast uprostřed, $A = 5.2$ km, první výskyt zemětřesení. Všimněme si pomalého nástupu zemětřesení až zhruba 400 let po prvotním vychýlení.

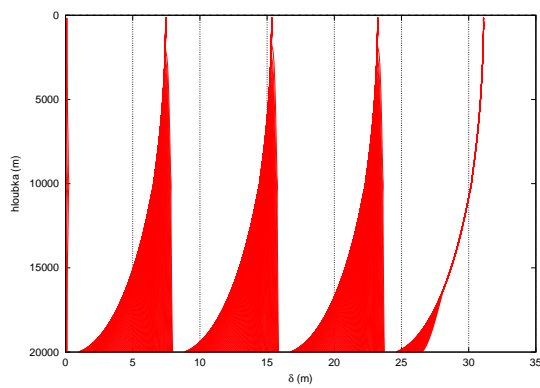


(a) Isochrony skluzu

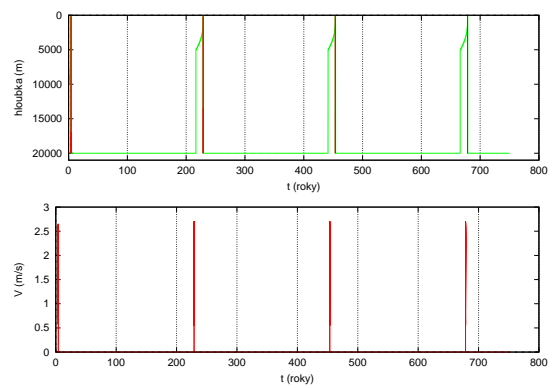


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.9: VW oblast uprostřed, $A = 16$ km.

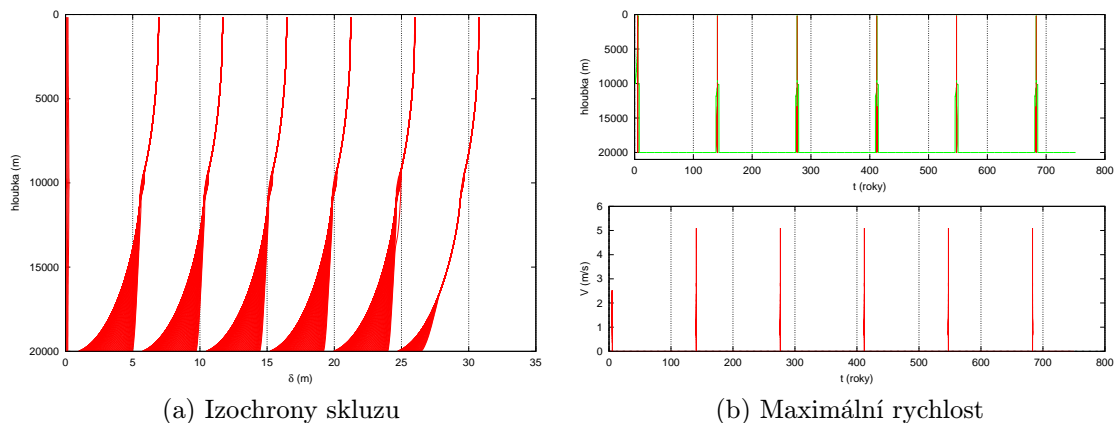


(a) Isochrony skluzu



(b) Maximální rychlost

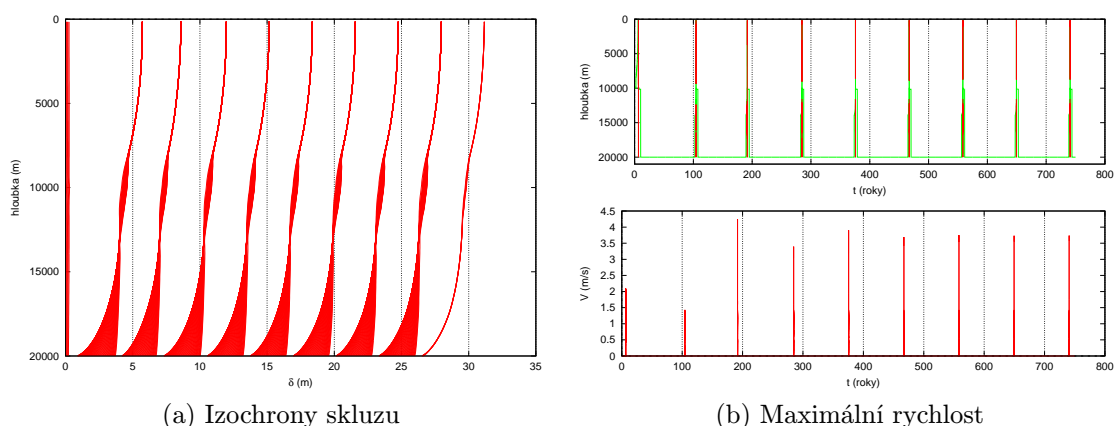
Obrázek 3.10: VW oblast uprostřed, $A = 20$ km, tj. celý zlom ve velocity-weakening módu. Spodní část zlomu klouže téměř konstantní rychlostí, rychlost skluzu stoupá s klesající hloubkou



(a) Isochrony skluzu

(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.11: VS oblast uprostřed, $A = 600$ m



(a) Isochrony skluzu

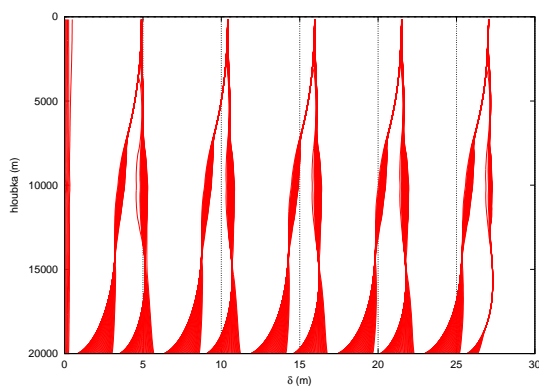
(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.12: VS oblast uprostřed, $A = 3$ km

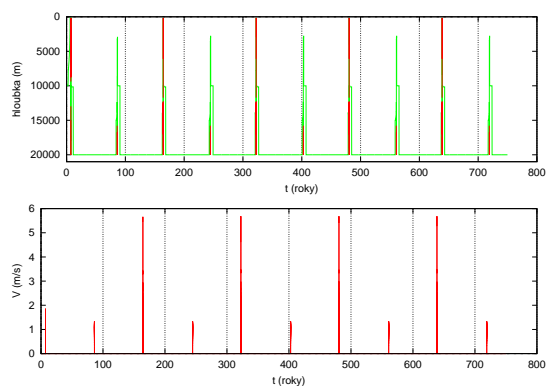
segmentace zemětřesení, způsobené nerovnoměrným rozložením parametrů tření na zlomu, přítom symetrickém. Vliv dalšího nárůstu asperity je na obr. 3.13-3.17. S rostoucím A se oblast menšího zemětřesení posouvá směrem k povrchu, klesá celková amplituda i perioda. Pro $A = 10$ km už jsou na spodní části viditelná střídavě tři a čtyři malá prasknutí. Pro $A = 16$ km se jejich frekvence zvětší a jejich amplituda zmenší natolik, že se zlom začne celkově chovat stabilně- kraje zlomu o šířce 2 km, oddělené velkou VS oblastí už nejsou schopny prasknout, byť celková šířka VW zóny 4 km přesahuje krajní šířku zjištěnou pro vznik zemětřesení v případě inverzního případu a).

3.4 Segmentace zemětřesení na modifikovaném Riceově modelu

V předchozí části jsme na idealizovaném rozložení parametrů na zlomu viděli, jak může přítomnost i kolem středu symetrické velocity-strengthening oblasti vést k segmentaci zemětřesení na horní a dolní části zlomu. Nyní uvažujme poněkud složitější rozložení, které dostaneme modifikací Riceova modelu na obr. 3.2. Zlom si prodloužíme na šířku $W = 38$ km, přičemž první čtyři km zůstanou stejné, rozložení na posledních 10 km, tj. přechod k stabilní oblasti a oblast bez evolučního

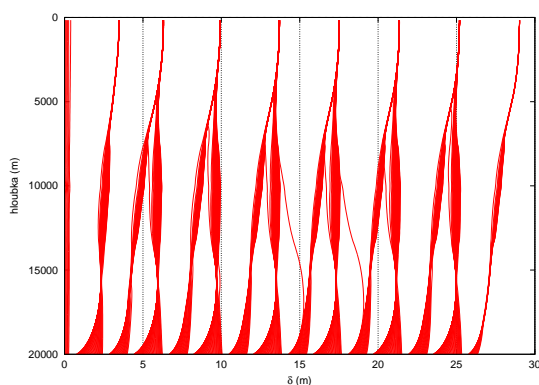


(a) Isochrony skluzu

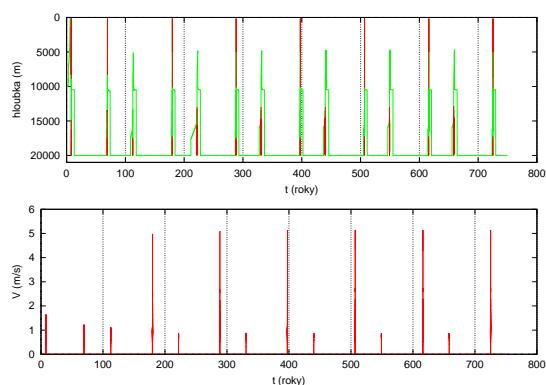


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.13: VS oblast uprostřed, $A = 4$ km

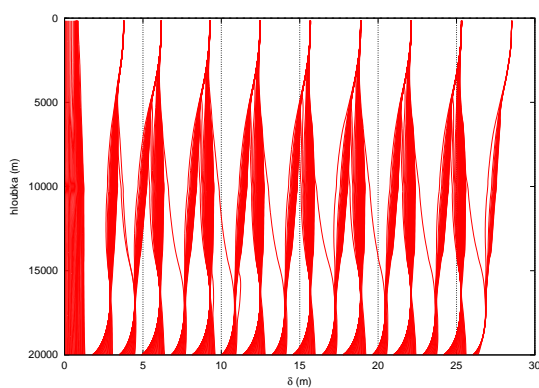


(a) Isochrony skluzu

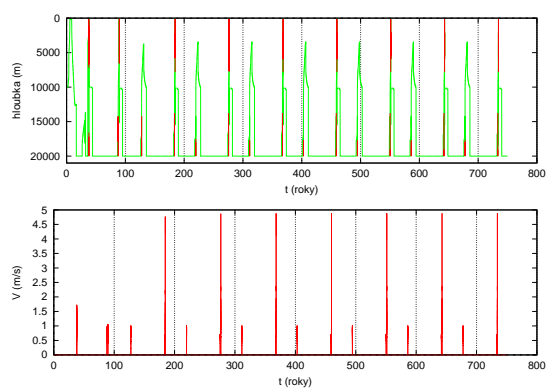


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.14: VS oblast uprostřed, $A = 6.6$ km

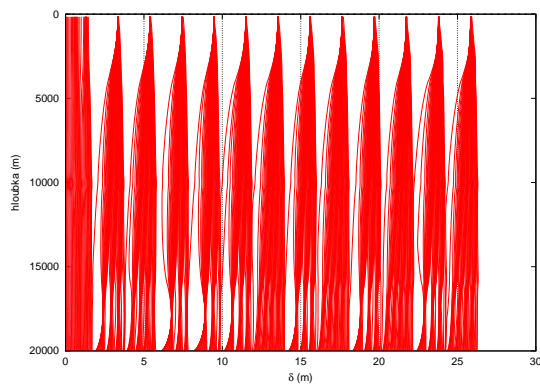


(a) Isochrony skluzu

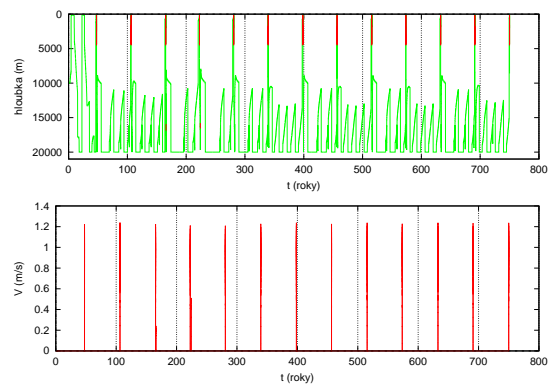


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.15: VS oblast uprostřed, $A = 8$ km

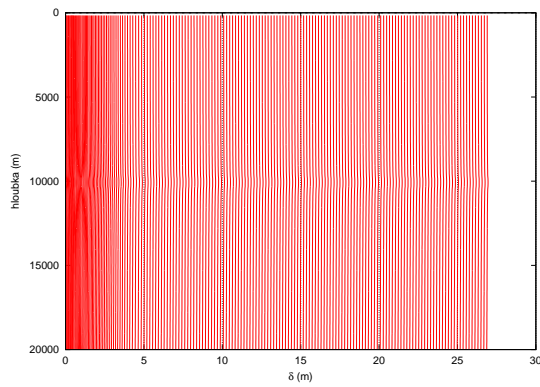


(a) Isochrony skluzu

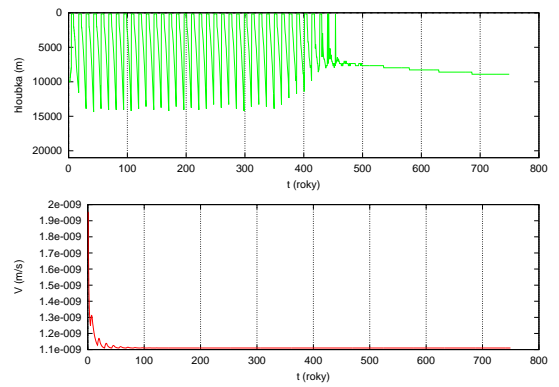


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.16: VS oblast uprostřed, $A = 10$ km

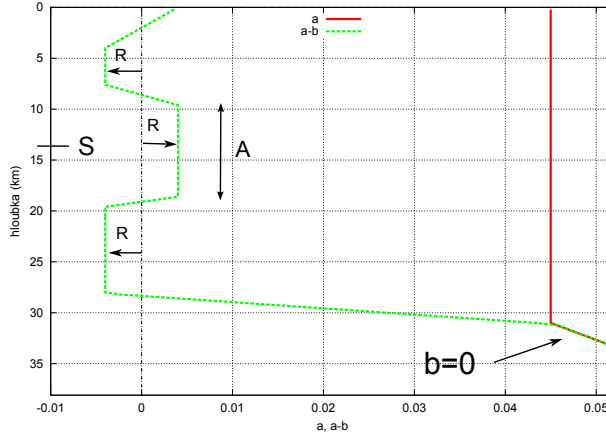


(a) Isochrony skluzu



(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.17: VS oblast uprostřed, $A = 16$ km



Obrázek 3.18: Obecné rozložení parametrů v modifikovaném Riceově modelu studovaném v části 3.4. Parametr a má na celém zlomu konstantní hodnotu 0.050, vyjma spodní části zlomů, kde lineárně narůstá. Parametr b tam naopak klesá k nule, takže ve spodní části zlomů je silná stabilní oblast. Uprostřed dvou velocity-weakening zón se nachází konstantní velocity-strengthening oblast („asperita“) s obecně různou velikostí A a středem S

efektu, odsuneme na spodní část zlomů. Mezi oběma konci se v neporušeném případě nachází VW oblast o absolutní hodnotě rozdílu $a - b$ rovném $R = 0.004$, viz obr. 3.19. Tuto VW zónu narušíme vložení VS oblasti („asperity“) o stejném R , polohu jejího středu S i šířku A budeme měnit. Obecně je tato situace zobrazena na obr. 3.18.

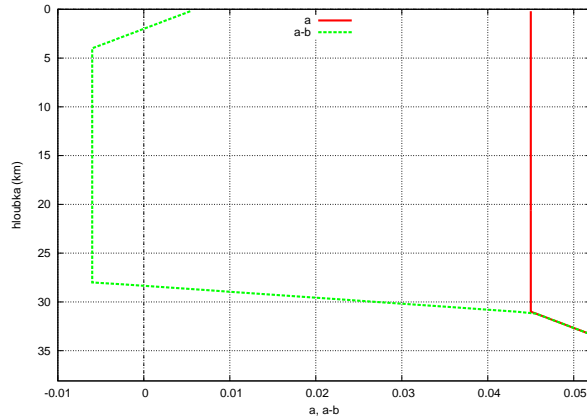
Pro normálové napětí použijeme stejné hodnoty jako při porovnání s Riceovým modelem, tj. $\sigma = 50 \text{ MPa}$ téměř všude na zlomu, kromě oblasti těsně u povrchu, kde přechází lineárně k nule viz [20]. Pro relaxační vzdálenost položíme jako v minulé části $L = 1 \text{ cm}$. Kritická šířka pro tento model pak je $w_c = 2865 \text{ m}$. Pro diskretizaci použijeme krok 200 m , pak poměr $\Delta z/w_c \approx 0.07$, což je více než dostačující.

Na začátku integrace nastavíme počáteční rychlost v oblasti široké 1 km kolem $23. \text{ km}$ zlomů na 1.5 násobek V_{pl} , $\Phi(0)$ pak na hodnotu $\Phi_S S V_{pl}$.

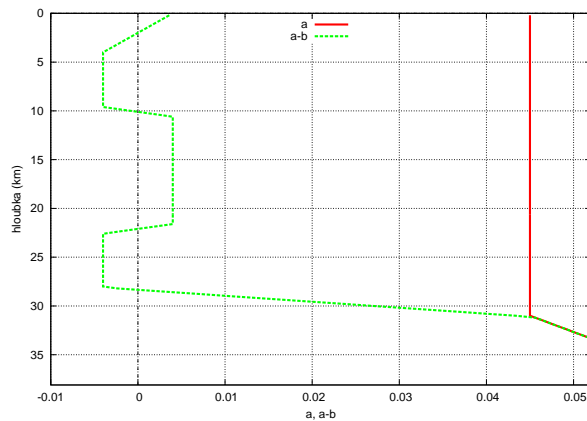
3.4.1 Rozšiřování velocity-strengthening zóny

Studujeme nejprve asperitu centrovanou kolem středu nenarušené VW zóny (tj. $S = 16 \text{ km}$, viz obr. 3.20) a vliv její velikosti A na chování zlomů. Nejprve nastavíme $A = 0$, takže situace odpovídá nenarušenému případu na obr. 3.19. Vývoj na zlomu uvádíme na obr. 3.21. Vidíme, že chování je podobné tomu s idealizovaným rozložením parametrů v případě velké VW zóny, jen spodní část zlomů klouže téměř konstantní rychlostí („creep“) – to je důsledkem silné VS zóny v této oblasti ($b = 0$). Díky přítomnosti malé stabilní oblasti u povrchu vidíme v horní části zlomů navíc pomalejší skluz v interseismických obdobích v porovnání s obr. 3.10.

Se stoupajícím A dochází k podobnému chování jako v idealizovaném rozložení, spodní oblast praská častěji než horní ($A = 6 \text{ km}$ na obr. 3.22) a maximální rychlost se zmenšuje, pro $A > 12 \text{ km}$ už přestává zlom vykazovat zemětřesná chování. Vidíme, že i v případě složitějšího rozložení se symetrický růst asperity



Obrázek 3.19: Rozložení parametrů tření v modifikovaném Riceově modelu v případě nenarušené velocity-weakening zóny.



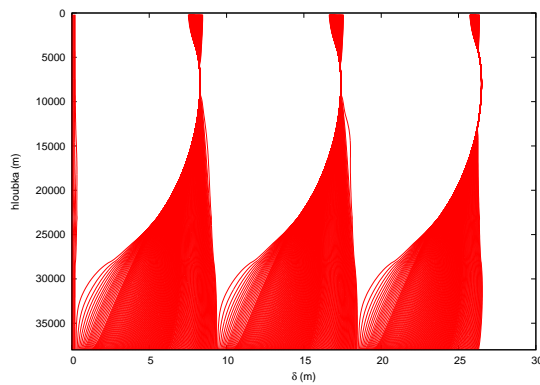
Obrázek 3.20: Rozložení parametrů tření v modifikovaném Riceově modelu po vložení asperity.

uvnitř VW oblasti projeví podobně jako v idealizovaném případě.

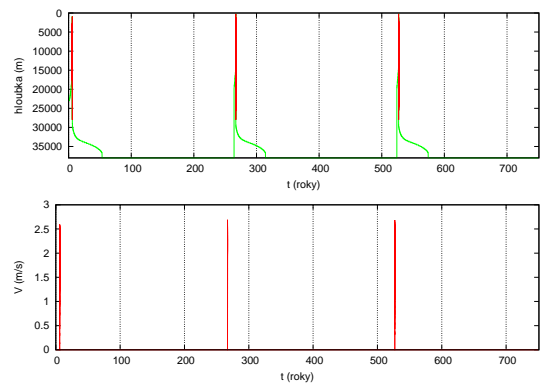
3.4.2 Posouvání středu velocity-strengthening zóny

Pokusili jsme se najít další příklady segmentace tak, že jsme střed S asperity nepoložili do středu VW zóny, ale blíže k jednomu z jejích okrajů, takže po stranách asperity máme dvě VW oblasti o různé šířce – viz např. uspořádání na obr. 3.24, kde máme případ $S = 10$ km a $A = 5$ km. Zkoumali jsme chování zlomu u velkého množství poloh středu S pro šířku asperity A o velikosti 5, 9, 10 a 15 km:

Pro šířku $A = 5$ km docházelo ve větších výškách S pouze k vytváření pomalejších oblastí kolem asperity při zemětřeseních (viz obr. 3.25). Při $S = 13$ km se nám podařilo najít segmentaci zemětřesení (obr. 3.26) – nejprve praskne spodní část zlomu a až potom horní. Na obrázku se to projeví tak, že mezi oblastmi hustých izochron existuje jedna, která rozděluje prostor mezi nimi na spodní a dolní část, izochrony jsou kresleny s krokem 0.1 roku, zhruba takové se dá očekávat zpoždění horního zemětřesení oproti dolnímu. Pro střed ve hloubce $S = 15$ km je segmentace ještě zajímavější: na rozdíl od předchozí případů nepozorujeme periodické opakování amplitud, rovněž oblasti velké maximální rychlosti se

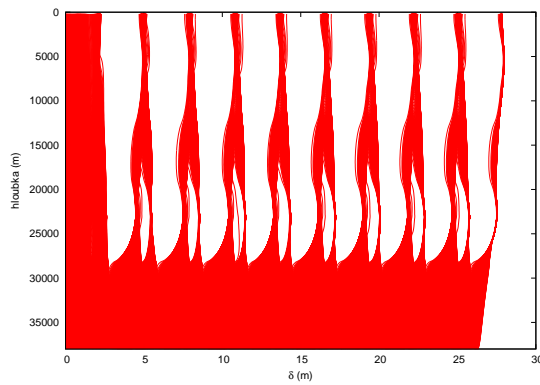


(a) Isochrony skluzu

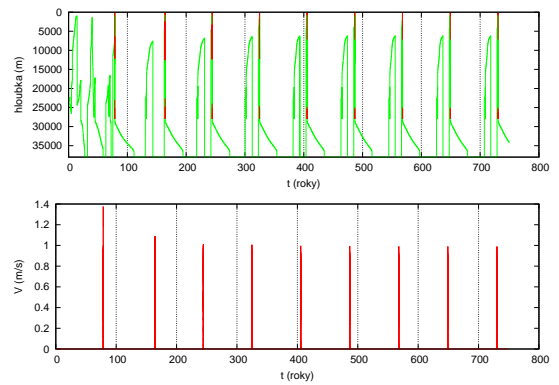


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.21: Symetrické umístění asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 0$ km.

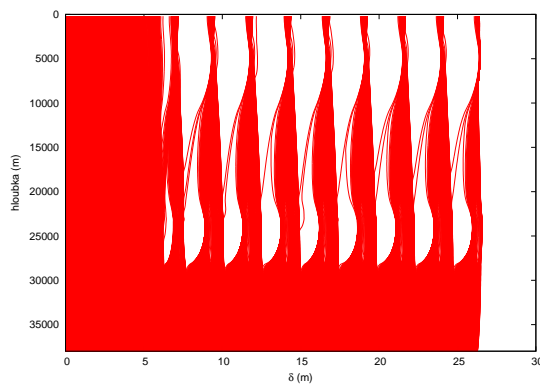


(a) Isochrony skluzu

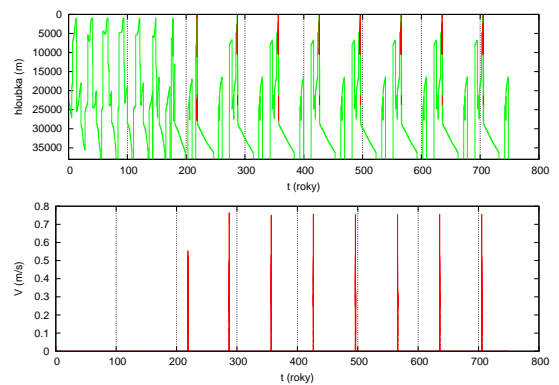


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.22: Symetrické umístění asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 6$ km.

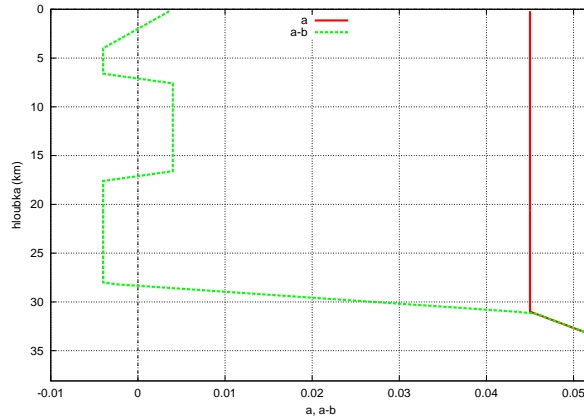


(a) Isochrony skluzu



(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.23: Symetrické umístění asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 10$ km.



Obrázek 3.24: Rozložení parametrů tření při nesymetrickém umístění středu asperity

objevují na různých místech, výjimkou je právě malá oblast o hloubce 15 km, odpovídající umístění asperity. Se závěrem o neperiodičnosti zemětřesení musíme být opatrní, neboť je možné, že zlom ve skutečnosti jen velmi pomalu konverguje k limitnímu cyklu, popř. už se na nějakém (velmi složitém) nachází.

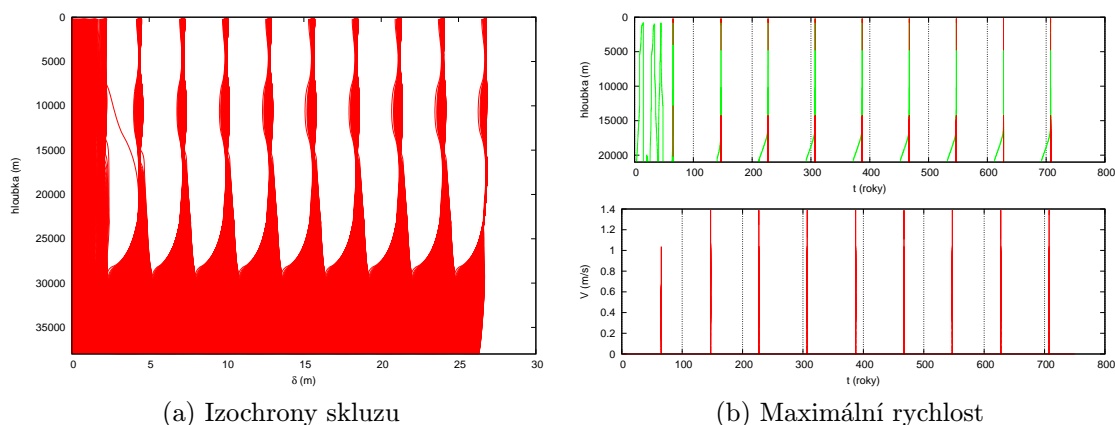
S rostoucí hloubkou se spodní VW část zlomu stává příliš malou, aby na ní mohla vzniknout zemětřesení, segmentace se vytrácí.

Další zajímavé případy segmentace jsme objevili při šířce asperity $A = 9$ km. Nejprve ukažme případ $S = 16$ km (obr. 3.28), kde vidíme jednoduchý časoprostorový průběh segmentace– nejprve praskne horní část zlomu a až potom dolní. Stačí však o dva kilometry snížit hloubku asperity, $S = 14$ km (obr. 3.29) a zlom se začne chovat velmi zajímavě– jednotlivé segmenty praskají s nepravidelnou periodou i amplitudou, poloha maximální rychlosti se přelévá po celém zlomu, tu praskne jako první horní část zlomu, tu dolní (opačné směrnice „spojnic“ hustých oblastí na obrázku). Rovněž si můžeme všimnout, že amplituda rychlosti skluzu není nijak přímočaře spojena s polohou zemětřesení. Složitý případ segmentace zemětřesení jsme našli také pro $S = 13$ km (obr. 3.30). Pro stejnou polohu středu, ale větší $A = 10$ km se vytratí aperiodičnost chování, ačkoliv segmentace zůstává zachována. (obr. 3.31).

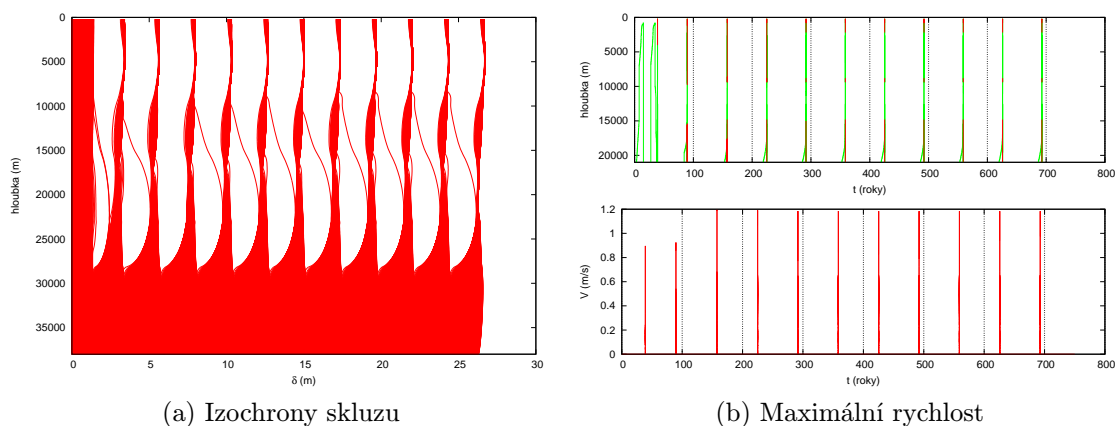
S rostoucí šířkou asperity se celý zlom dostává do stabilního režimu- pro $A = 15$ km pozorujeme rychlý útlum nezávisle na středu asperity. Jako příklad tohoto chování uvádíme $S = 17.5$ km na obr. 3.32.

3.4.3 Diskuze výsledků

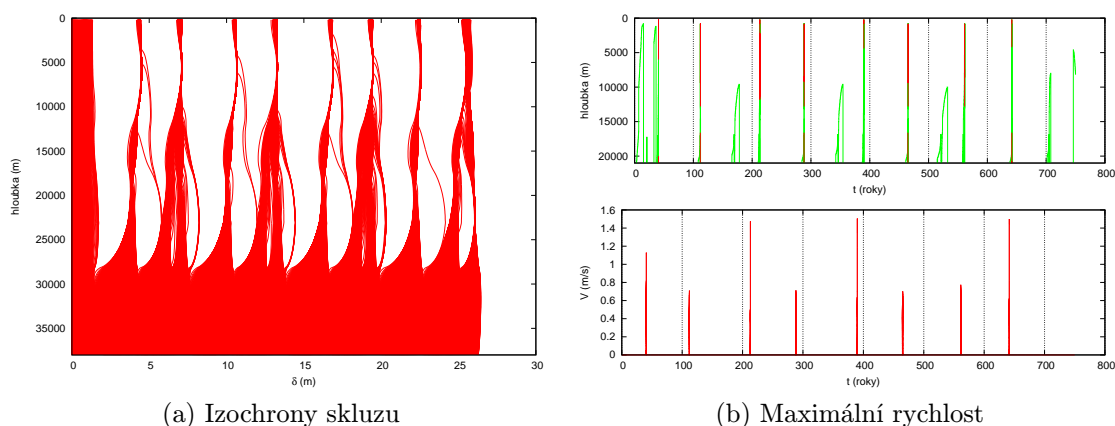
V předchozí části jsme ukázali, že pomocí kvazidynamického modelu zlomu spolu s rate-and-state zákony tření (konkrétně jsme použili Nagatova RS zákona) lze modelovat komplexní chování zlomu při zemětřesení, včetně takového jevu, jako je jeho segmentace. Je zřejmé, že všechny námi zkoumané případy jsou vysoce idealizované- ať už předpokladem nekonečně dlouhého vertikálního zlomu, použitou kvazi-dynamickou aproximací, nebo jednoduchým (po částech lineárním) rozložením parametrů na zlomu. Koneckonců ani RS zákony, ač velmi dobře vyhovují experimentům v laboratoři, zřejmě nemají o chování tření poslední slovo– jsou v jádru empirické a obsahují stále velké množství volných parametrů, jež je



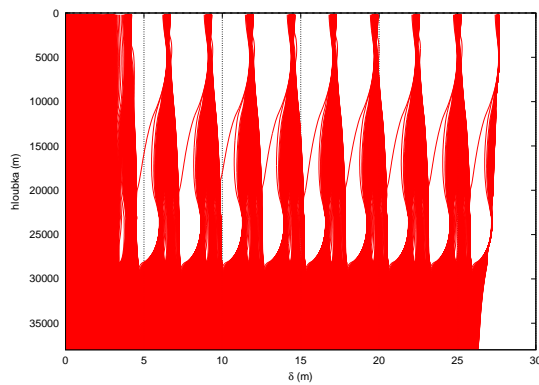
Obrázek 3.25: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 5$ km a $S = 10$ km.



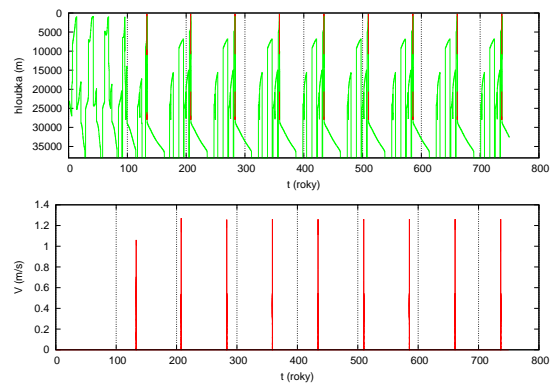
Obrázek 3.26: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 5$ km a $S = 13$ km. Dochází k segmentaci zemětřesení– horní část praská až po dolní.



Obrázek 3.27: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 5$ km a $S = 15$ km. V této hloubce má segmentace složitější průběh než na obr. 3.26. Zemětřesné cykly mají nepravidelný průběh, alespoň po zkoumanou dobu 750 let.

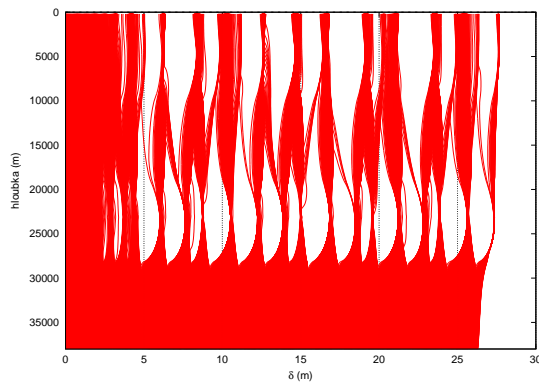


(a) Isochrony skluzu

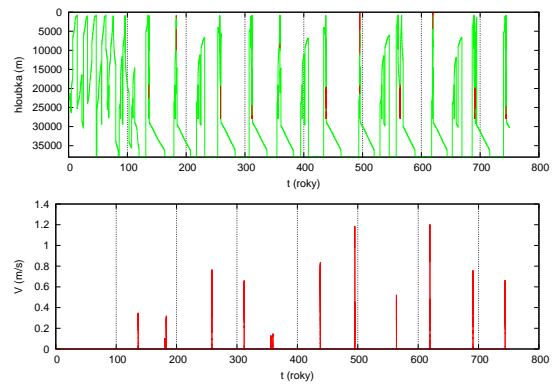


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.28: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 9$ km a $S = 16$ km.

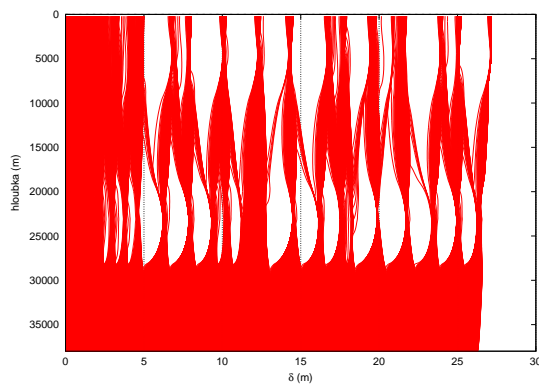


(a) Isochrony skluzu

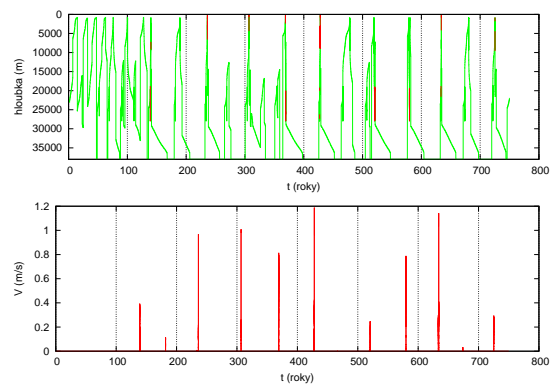


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.29: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 9$ km a $S = 14$ km.

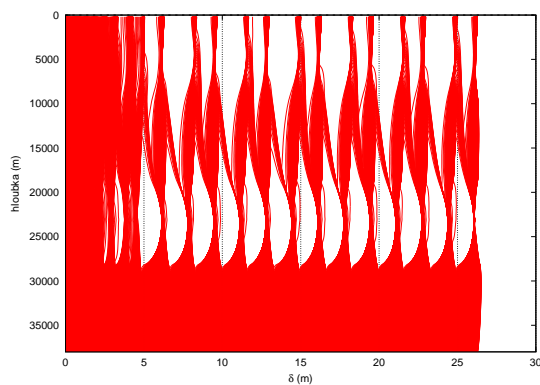


(a) Isochrony skluzu

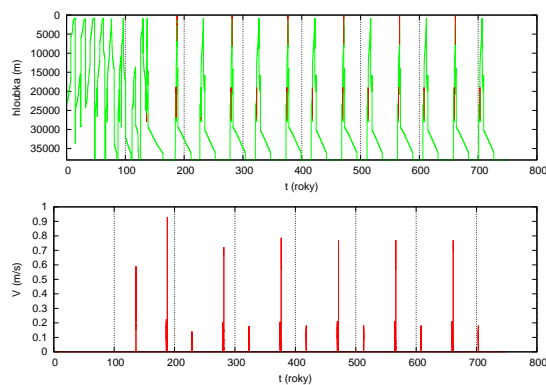


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.30: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 9$ km a $S = 13$ km.

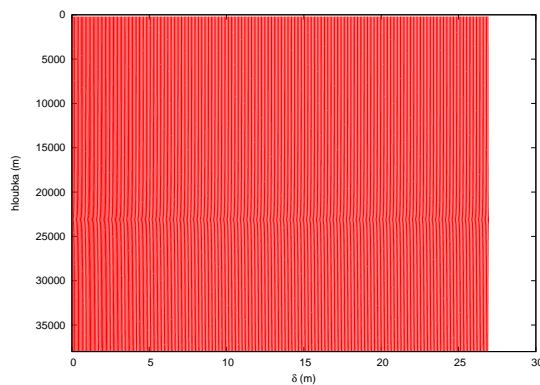


(a) Isochrony skluzu

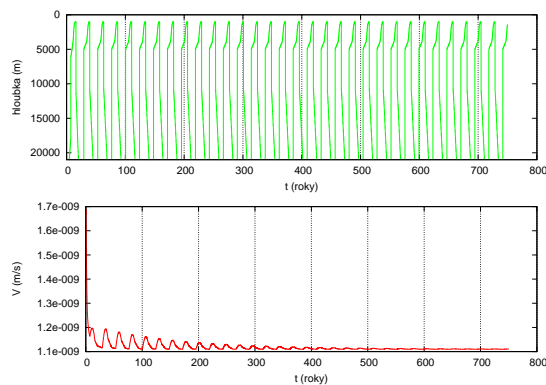


(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.31: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 10$ km a $S = 13$ km. Stejně jako na obrázku 3.30, kde $A = 8$ km, jsou zemětřesení segmentovaná, zároveň však pravidelná.



(a) Isochrony skluzu



(b) Maximální rychlost

Obrázek 3.32: Vliv nesymetricky umístěné asperity v mod. Riceově modelu pro $A = 17.5$ km a $S = 15$ km. Pro takto širokou asperitu už se zlom chová aseismicky. Krokování izochron je pro lepší viditelnost zvětšeno na 2 roky.

potřeba fitovat, nevyřešená zůstává otázka škálování laboratorních výsledků na větší rozměry zlomu. Domníváme se však, že právě díky jednoduchosti použitého modelu jsou námi představené výsledky zajímavé— ne všechny složité aspekty chování při zemětřeseních musí nutně být důsledkem složitého propletení rozličných faktorů, komplexita vystává z chování zákona tření a to i při uvážení relativně jednoduchého rozložení parametrů. Dá se předpokládat, že pokud by rozložení parametrů na zlomu bylo méně homogenní, vykazovalo by chování zlom komplexitu mnohem realističtější. Na druhou stranu je třeba přiznat, že to není úplně jasné— při hledání segmentace jsem postupovali deterministicky, vymezením úzké oblasti parametrového prostoru, o které jsme předpokládali, že povede ke kýženému chování. I tak byl problém komplexní chování najít, viděli jsme například, že mírným posunutím asperity nebo zvětšením její velikosti došlo v systému k přechodu k uspořádanějšímu chování. Otázka vlivu komplexnějšího rozložení parametrů na segmentaci zemětřesení na zlomu může proto být přenechána pro další podrobnější studium.

Závěr

V této bakalářské práci jsme si položili za cíl najít pomocí nehomogenního rozložení parametrů zákona tření příklad segmentace zemětřesení na tektonickém zlomu. V první kapitole jsme provedli rešerši nejpoužívanějších rate-and-state zákonů tření a diskutovali jejich výhody a nevýhody. Pro numerické výpočty jsme se rozhodli adaptovat nejnovější verzi zákona se stavovou veličinou vyvíjejí se dle Nagatova evolučního zákona.

Ve druhé kapitole jsme představili 1-D model jezdce na pružince a diskutovali vliv parametrů RS zákona tření, zejména pak tuhosti systému na jeho stabilitu. Na základě numerických experimentů jsme pro Nagatův zákon předvedli některé vlastnosti takového systému.

Nakonec jsme na 2-D modelu nekonečného vertikálního zlomu potvrdili, že na základě aparátu Nagatova RS zákona lze vysvětlit jak seismické, tak aseismické chování tektonických zlomů. Zároveň jsme prokázali, že s použitím i jednoduchého modelu nehomogenit lze docílit složitěho průběhu segmentace zemětřesení.

Seznam použité literatury

- [1] SCHOLZ, CHRISTOPHER H., 1998 *Earthquakes and friction laws* Nature 391, 37-42, doi:10.1038/34097
- [2] F. BRACE; J. D. BYERLEE *Stick-Slip as a Mechanism for Earthquakes* Science, New Series, Vol. 153, No. 3739. (Aug. 26, 1966), pp. 990-992.
- [3] F.P. BOWDEN, L.Leben. *The nature of sliding and the analysis of friction*, Proc. Of the royal soc. Of London A, 169:371-379, 1939.
- [4] FRANCESCO DI LIBERTO, Emilio Balzano , Marco Serpico, Fulvio Peruggi *Stick-Slip Dynamics: Oscillations with Friction for undergraduates*
- [5] HÅKON NORDHAGEN *Stick-Slip Friction* Department of Physics University of Oslo, dizertační práce
- [6] KVASNICA J., Havránek A., Lukáč P., Sprušil B., *Mechanika* Academia, 2. vydání, Praha, 2004
- [7] ELMER FRANZ-JOSEF 1997 *Nonlinear dynamics of dry friction* J. Phys. A 30, 6057, doi: 10.1088/0305-4470/30/17/015
- [8] KATO, N. (2004), *Interaction of slip on asperities: Numerical simulation of seismic cycles on a two-dimensional planar fault with nonuniform frictional property*, J. Geophys. Res., 109, B12306, doi:10.1029/2004JB003001
- [9] ELLIOTT, J.R., Parsons B., Jackson J.A., Shan X., Sloan R.A., Walker T.R., 2011 *Depth segmentation of the seismogenic continental crust: The 2008 and 2009 Qaidam earthquakes*, Geophysical Research Letters, 38, doi: 10.1029/2011GL046897
- [10] DIETERICH, J.H. , *Modeling of rock friction 1. experimental results and constitutive equations*, J. Geophys. Res., 84, 2161-2168.
- [11] RUINA, A. (1983), *Slip instability and state variable friction laws*, J. Geophys. Res., 88(B12), 10359–10370, doi:10.1029/JB088iB12p10359.
- [12] RICE, J. R., Tse, S. T. (1986), *Dynamic Motion of a Single Degree of Freedom System following a Rate and State Dependent Friction Law*, J. Geophys. Res., 91(B1), 521–530
- [13] NAGATA, K., M. Nakatani, and S. Yoshida (2012) *A revised rate- and state-dependent friction law obtained by constraining constitutive and evolution laws separately with laboratory data*, J. Geophys. Res., doi:10.1029/2011JB008818
- [14] MARTINEC, Z. (2003, 2011), *Continuum mechanics*, učební text, <http://geo.mff.cuni.cz/vyuka/Martinec-ContinuumMechanics.pdf>, Praha.

- [15] MARONE, C. 1998 *Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting*, Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 26, Strany: 643-696 DOI: 10.1146/annurev.earth.26.1.643
- [16] BEELER, N. M., Tullis T. E. a Weeks, J. D. 1994 *The roles of time and displacement in the evolution effect in friction*, Geophysical Research Letters,21(18),1987-1990,doi: 10.1029/94GL01599
- [17] NAKATANI, M. Mochizuki, H.,1996 *Effects of shear stress applied to surfaces in stationary contact on rock friction* Geophysical Research Letters,23(8),869-872 DOI: 10.1029/96GL00726
- [18] NAKATANI,M. 2001 *Conceptual and physical clarification of rate and state friction: Frictional sliding as a thermally activated rheology* J. Geophys. Res., 106(B2), 13347-13380, doi: 10.1029/2000JB900453
- [19] KAME, N. and Fujita, S. and Nakatani, M. and Kusakabe, T. Earthquake Nucleation on Faults with a Revised Rate- and State-Dependent Friction Law
- [20] RICE, J. R. 1993 *Spatio-temporal complexity of slip on a fault*, J. Geophys. Res.,98(B6), 9885–9907, doi: 10.1029/93JB00191
- [21] LAPUSTA, N, Rice, J. R.,Ben-Zion, Y., Zheng, G., 2000 *Elastodynamic analysis for slow tectonic loading with spontaneous rupture episodes on faults with rate- and state-dependent friction* J. Geophys. Res.,105(B10),23765-23789,doi:10.1029/2000JB900250
- [22] PERFETTINI, H., Schmittbuhl J., Cochard,A., 2003, *Shear and normal load perturbations on a two-dimensional continuous fault: 1. Static triggering*, J. Geophys. Res., 108(B9), 2408, doi:10.1029/2002JB001804.
- [23] GALLOVIČ, F., 2008 *Heterogeneous Coulomb stress perturbation during earthquake cycles in a 3D rate-and-state fault model*, Geophysical Research Letters,35(21),doi:10.1029/2008GL035614
- [24] PRESS, W.H. *Numerical Recipes in Fortran 90: The Art of Parallel Scientific Computing, vol. 1* , second edition, Cambridge University Press, Cambridge 1996, ISBN: 9780521574396
- [25] BLANPIED, M. L., Lockner, D. A., Byerlee J. D., 1991 *Fault stability inferred from granite sliding experiments at hydrothermal conditions* Geophysical Research Letters, 18(4),p 609-612, doi: 10.1029/91GL00469