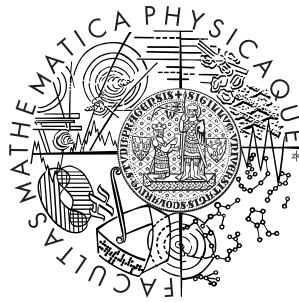


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Jakub Hromádka

Modelování šíření seismických vln v náhodném prostředí a jeho vliv na direktivitu

Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. František Gallovič, Ph.D.

Studijní program: Fyzika, obor Obecná fyzika

2010

Chtěl bych poděkovat především svému školiteli RNDr. Františku Gallovičovi, Ph.D. za zodpovědné vedení práce, za ochotu vždy pomoci a velkou trpělivost. Děkuji také své rodině, která má studia plně podporuje.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 27.5.2010

Jakub Hromádka

Obsah

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Seismické vlny | 5 |
| 1.1 | Vznik a druhy seismických vln | 5 |
| 1.2 | Elastodynamická rovnice v izotropním prostředí | 5 |
| 1.3 | Přechod k 2D prostředí | 7 |
| 2 | Software SeisSol2D | 9 |
| 2.1 | Základní ideje programu SeisSol2D | 9 |
| 2.2 | Příklad výpočtu pro homogenní izotropní oblast | 10 |
| 3 | Náhodné prostředí | 16 |
| 3.1 | Zavedení náhodného prostředí | 16 |
| 3.2 | Generace náhodného prostředí | 17 |
| 3.3 | Efekty náhodného prostředí | 19 |
| 3.4 | Výpočet seismických vln v náhodném prostředí | 20 |
| 3.5 | Direktivita konečného zdroje | 26 |
| 4 | Diskuze a závěr | 33 |
| | Literatura | 36 |

Název práce: Modelování šíření seismických vln v náhodném prostředí a jeho vliv na direktivitu

Autor: Jakub Hromádka

Katedra (ústav): Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. František Gallovič, Ph.D.

e-mail vedoucího: gallovic@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstrakt: V práci se zabýváme výpočtem a vlastnostmi vlnového pole seismických zdrojů v homogenním a náhodném 2D prostředí. Nejprve uvádíme základní rovnice popisující vznik a šíření seismických vln v homogenním izotropním prostředí. Dále popisujeme základní principy softwaru SeisSol2D použitého k numerickým výpočtům vlnových polí. V případě homogenního prostředí identifikujeme vyzařovací charakteristiku užitého bodového zdroje vlnění a jednotlivé fáze seismických vln. Následně zavádíme náhodné prostředí jako jednu z možností aproximace reálného zemského nitra a provádíme numerickou studii vlivu Hurstova exponentu. Pozorované efekty náhodného prostředí porovnáваме s již provedenými studiemi a interpretujeme. Nakonec zkouáme vliv náhodného prostředí na vlnové pole konečného zdroje a diskutujeme, zda by efekty náhodného prostředí mohly vysvětlit pozorovanou nízkou direktivitu konečných zdrojů.

Klíčová slova: seismické vlny, náhodné prostředí, direktivita zdroje

Title: Modeling of seismic wave propagation in random medium and its influence on source directivity

Author: Jakub Hromádka

Department: Department of Geophysics

Supervisor: RNDr. František Gallovič, Ph.D.

Supervisor's e-mail address: gallovic@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstract: In this work we are concerned with computation and properties of wave fields of seismic sources in homogeneous and random 2D media. At first, we present basic equations describing the origination and propagation of seismic waves in homogeneous isotropic medium. Next we describe basic principles of SeisSol2D software which has been used for computation of wave fields. In homogeneous medium we identify emissive properties of point source and we also identify particular phases of seismic waves. Consequently we introduce random medium as one of the alternatives of approximation of the real Earth's interior. Then we realize numeric study of Hurst's exponent influence. We compare observed effects with performed scientific studies and we try to interpret them. At the end, we explore the influence of random medium on wave field of finite seismic source. We try to find if the effects of random medium are able to make clear weak observed directivity of finite sources.

Keywords: seismic waves, random medium, source directivity

Kapitola 1

Seismické vlny

1.1 Vznik a druhy seismických vln

Vznik zemětřesení je úzce spojen se vzájemným pohybem litosférických desek. Desky se vůči sobě mohou pohybovat rychlostí až několik centimetrů za rok. Vzájemný pohyb desek nemusí být všude plynulý, v některých místech rozhraní dochází k zaklesnutí. Zaklesnutí jistou dobu trvá, po tuto dobu na zlomu roste napětí. Pokud nahromaděné napětí překročí určitou mez, dochází k trhání zaklesnutých bloků hornin a ke vzniku zemětřesení. Během několika sekund až minut je expandována potenciální energie nakumulovaná během stovek až tisíců let, kdy byly bloky do sebe zaklesnuté. Část uvolněné energie se prostředím šíří ve formě seismických vln. V místě trhání bloků a jeho okolí dochází k nevratnému posunutí, k anelastické deformaci. V dostatečné vzdálenosti od zdroje zemětřesení uvažujeme o elastických seismických vlnách. Seismické prostorové (také objemové) vlny se šíří nitrem Země, povrchové vlny se šíří po zemském povrchu a na každém materiálovém rozhraní uvnitř Země. Dva hlavní typy prostorových seismických vln jsou tyto:

1. **podélné vlny** – částice prostředí kmitají kolem svých rovnovážných poloh ve směru šíření vln. Vlna se šíří postupným zředováním a zhušťováním prostředí. Podélné vlny se šíří nejrychleji ze všech seismických vln, označují se jako vlny primární neboli P-vlny.
2. **příčné vlny** – směr kmitání částic prostředí je kolmý ke směru šíření vln. Příčné vlny nezpůsobují žádné objemové změny. Nazývají se také vlnami střížnými, popř. vlnami sekundárními (S-vlny). Je možné je rozložit na složku polarizovanou horizontálně (SH-vlny) a na složku polarizovanou vertikálně (SV-vlny).

1.2 Elastodynamická rovnice v izotropním prostředí

Vznik a šíření jednotlivých druhů seismických vln v elastickém prostředí se opírá o teorii lineární elasticity. Jednou ze základních rovnic, které popisují vznik a šíření seismických vln, je pak pohybová rovnice pro kontinuum. Ta je přímým důsledkem zákona zachování hybnosti. V globální formulaci tato rovnice udává:

Velikost časové změny celkové hybnosti tělesa je rovna výsledné síle působící na těleso.

Matematický zápis uvedené věty provedu nejdříve pomocí eulerovského popisu kontinua, tedy v okamžitém souřadném systému $\vec{x} = (x, y, z)$. Pro těleso s okamžitým objemem $v(t)$ a hraničním povrchem $s(t)$ s vnější normálou \vec{n} má integrální forma pohybové rovnice tvar:

$$\frac{d}{dt} \int_{v(t)} \rho \vec{v} dv = \oint_{s(t)} \vec{t}(\vec{n}) da + \int_{v(t)} \rho \vec{f} dv, \quad (1.1)$$

kde ρ , \vec{v} , \vec{f} jsou po řadě hustota prostředí, okamžitá rychlost a objemová síla na jednotku hmotnosti v daném bodě objemu $v(t)$, \vec{t} je pak Cauchyův vektor napětí v bodě na povrchu $s(t)$. Odvození diferenciální formy pohybové rovnice je detailně provedeno např. v Martinec (2003). Použitím Reynoldsova transportního teorému pro převod časové derivace členu na levé straně rovnice (1.1) za integrační znaménko a užitím vyjádření vektoru napětí $\vec{t}(\vec{n})$ pomocí Cauchyova tenzoru napětí \mathbf{t} získáváme:

$$\int_{v(t)} \left(\frac{d(\rho \vec{v})}{dt} + \rho \vec{v} \operatorname{div} \vec{v} \right) dv = \oint_{s(t)} \vec{n} \cdot \mathbf{t} da + \int_{v(t)} \rho \vec{f} dv. \quad (1.2)$$

Aplikací Gaussovy věty na povrchový integrál na pravé straně rovnice a za předpokladu platnosti rovnice kontinuity (ta je přímým důsledkem zákona zachování hmotnosti) ve tvaru: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0$, dostáváme vyjádření:

$$\int_{v(t)} \left(\rho \frac{d\vec{v}}{dt} - \operatorname{div} \mathbf{t} - \rho \vec{f} \right) dv = 0. \quad (1.3)$$

Platnost tohoto vztahu pro libovolný objem $v(t)$ vede k diferenciálnímu tvaru pohybové rovnice:

$$\operatorname{div} \mathbf{t} + \rho \vec{f} = \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2}, \quad (1.4)$$

kde \vec{u} značí vektor posunutí ($\vec{v} = \dot{\vec{u}}$).

V seismologii je však názornější lagrangeovský popis kontinua, v němž prostorové závislosti jednotlivých veličin jsou vztaheny k tzv. referenčnímu souřadnému systému $\vec{X} = (X, Y, Z)$. Pokud chceme zapsat rovnici (1.4) lagrangeovským popisem, musíme Cauchyův tenzor napětí \mathbf{t} vyjádřit pomocí prvního Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí $\mathbf{T}^{(1)}$, jehož složky udávají velikost síly na jednotku plochy v referenčním systému:

$$\mathbf{T}^{(1)}(\vec{X}, t) = J \mathbf{G}^{-1} \mathbf{t}(\vec{x}(\vec{X}, t)), \quad (1.5)$$

kde $\vec{x} = \vec{x}(\vec{X}, t)$ udává vztah okamžitého a referenčního souřadného systému, J je Jakobián této transformace a složky tenzoru \mathbf{G} jsou dány: $G_{kK} = \frac{\partial x_k}{\partial X_K}$. Lze odvodit (detailněji Martinec (2003)), že v referenčním systému má rovnice (1.4) tvar:

$$\operatorname{Div} \mathbf{T}^{(1)} + \rho \vec{F} = \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2}, \quad (1.6)$$

kde objemová síla \vec{F} je definována: $\vec{F}(\vec{X}, t) := \vec{f}(\vec{x}(\vec{X}, t), t)$ a prostorové derivace operátoru Div jsou počítány v referenčním systému. V seismologii v dostatečné vzdálenosti od zemětřeseného zdroje uvažujeme malé deformace, rozdíly mezi referenčním a okamžitým systémem je možné zanedbat, tenzory $\mathbf{T}^{(1)}$ a \mathbf{t} budou totožné, rovnice (1.4) a (1.6) taktéž.

Pohybová rovnice představuje 3 rovnice pro 3 neznámé složky vektoru posunutí \vec{u} a 6 neznámých složek symetrického tenzoru napětí \mathbf{T} (symetrie plyne ze zákona zachování momentu hybnosti). Budeme předpokládat izotropní lineární elastické prostředí. V referenčním systému má konstituční rovnice tohoto prostředí tvar:

$$\mathbf{T}^{(2)} = \lambda(\text{tr } \mathbf{E})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E}, \quad (1.7)$$

kde $\mathbf{T}^{(2)}$ ($= \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{G}^{-T}$) je druhý Piola-Kirchhoffův tenzor napětí, jehož složky udávají velikost síly v referenčním systému na jednotku plochy. \mathbf{E} je linearizovaný tenzor deformace v referenčním systému, λ a μ značí Laméovy konstanty pro dané prostředí. Za předpokladu malých deformací, a tedy zanedbatelných rozdílů mezi referenčním a okamžitým systémem, konstituční vztahy pro tenzory $\mathbf{T}^{(2)}$ a \mathbf{t} splynou, můžeme tak psát vztah:

$$\mathbf{t} = \lambda(\text{tr } \mathbf{e})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{e}, \quad (1.8)$$

v němž tenzor \mathbf{e} je linearizovaný tenzor deformace v okamžitém systému (taktéž tenzor malých deformací), pro který platí: $\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\nabla\vec{u} + \nabla^T\vec{u})$. Rovnice (1.8) představuje 6 rovnic pro 3 neznámé složky vektoru \vec{u} (prostřednictvím tenzoru \mathbf{e}) a 6 neznámých složek tenzoru \mathbf{t} . Soustava rovnic (1.4) a (1.8) je již plně určena, nazývá se *elastodynamickou rovnicí*.

1.3 Přejchod k 2D prostředí

Z hlediska přechodu k 2D prostředí je vhodné soustavu rovnic (1.4) a (1.8) přepsat do formulace v rychlostech a napětích. Tato formulace je výhodná také pro různá numerická schémata řešení dané soustavy rovnic. Má tvar:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{v}} &= \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{t} + \vec{f} \\ \dot{\mathbf{t}} &= \lambda \mathbf{I} \nabla \cdot \vec{v} + \mu(\nabla\vec{v} + \nabla^T\vec{v}). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Přejchod od obecně 3D prostředí k prostředí 2D provedu způsobem, kdy prostorovou derivaci libovolné veličiny X dle souřadnice y položím rovnu nule:

$$\frac{\partial X}{\partial y} = 0. \quad (1.10)$$

Libovolná veličina X zůstává konstantní ve směru osy y , neboli $X(x, y, z) = X(x, z)$. Graf závislosti $X(x, z)$ bude představovat 2D řez obecně 3D prostředí kolmý k ose y . V důsledku podmínky (1.10) se soustava (1.9) rozpadá na dvě nezávislé soustavy rovnic. První soustava popisuje vznik a šíření vln P-SV, což je případ vln, kdy vektor posunutí \vec{u} kmitá pouze

v rovině xz . Tato soustava (vyjádřena ve složkách) má následující tvar:

$$\begin{aligned}
\dot{t}_{xx} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} - \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} &= S_1(x, z, t) \\
\dot{t}_{zz} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} - \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} &= S_2(x, z, t) \\
\dot{t}_{xz} - \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) &= S_3(x, z, t) \\
\rho \dot{v}_x - \left(\frac{\partial t_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial t_{xz}}{\partial z} \right) &= \rho S_4(x, z, t) \\
\rho \dot{v}_z - \left(\frac{\partial t_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial t_{zz}}{\partial z} \right) &= \rho S_5(x, z, t).
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Funkce $S_{1,2,3}(x, z, t)$ udávají časově a prostorově závislé zdroje napětí v daném prostředí, funkce $S_{4,5}(x, z, t)$ jsou zdroje zrychlení. Z uvedeného složkového zápisu soustavy vidíme vzájemnou provázanost složek rychlosti v_x a v_z .

Druhá soustava pak popisuje vlny SH - vektor posunutí \vec{u} kmitá ve směru kolmém k rovině xz . Soustava rovnic pro vlny SH má tvar:

$$\begin{aligned}
\dot{t}_{xy} - \mu \frac{\partial v_y}{\partial x} &= \hat{S}_1(x, z, t) \\
\dot{t}_{yz} - \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} &= \hat{S}_2(x, z, t) \\
\rho \dot{v}_y - \left(\frac{\partial t_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial t_{yz}}{\partial z} \right) &= \rho \hat{S}_3(x, z, t).
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Dále se zabývám pouze případem vln P-SV, u nichž je možné pozorovat vzájemné konverze vln P a vln S.

Uvedený přechod k prostředí 2D klade výrazné omezení na zdroje seismických vln. Pokud budu dále hovořit o bodových zdrojích napětí či objemových sil ve výše zavedeném 2D prostředí, budu mít na mysli ve skutečnosti přímkový zdroj ve 3D prostředí. Tento fakt plyne z podmínky (1.10) pro libovolnou veličinu X . Přímkový zdroj bude kolmý k uvažované rovině 2D prostředí a tuto rovinu bude protínat právě v místě určení „bodového“ zdroje ve 2D prostředí. Analogická situace nastane při zadání úsečkového zdroje ve 2D prostředí. Ve skutečnosti se jedná o rovinný zdroj ve 3D prostředí. Rovina zdroje bude kolmá k uvažované 2D rovině a protínat ji bude v místě určení „úsečkového“ zdroje. Pozorované seismogramy bodového zdroje ve 2D prostředí budou tedy odpovídat přímkovému zdroji ve 3D prostředí, teoreticky budou mít nekonečně dlouhou dobu trvání. Prakticky však amplituda signálů přicházejících ze vzdálenějších bodů na přímkovém zdroji výrazně poklesne vlivem geometrie rozšiřování vln.

Kapitola 2

Software SeisSol2D

2.1 Základní ideje programu SeisSol2D

Vznik a šíření seismických vln P-SV vyvolaných vnějšími zdroji napětí a objemových sil v izotropním 2D prostředí zavedeném v předchozím odstavci popisuje elastodynamická rovnice tvaru (1.11). K numerickému řešení tohoto 2D problému jsem měl k dispozici paralelizovaný program SeisSol2D, který byl vyvinutý na LMU v Mnichově. Autory jsou M. Käser, M.Dumbser, C.E.Castro a kol. Detailní popis numerického schématu použitého uvedeným programem lze nalézt v článcích Dumbser a Käser (2006) a Castro a kol. (v tisku), zde se omezím jen na velmi zevrubný popis.

Program byl napsán v jazyce Fortran 95. Existuje také 3D verze tohoto programu. Omezení na výpočty ve 2D prostředí jsem provedl vzhledem k výpočetní náročnosti 3D verze. K řešení rovnice (1.11) užívá tzv. ADER-DG metodu, která kombinuje nespojitou Galerkinovu (Discontinuous Galerkin) metodu řešení hyperbolického systému parciálních diferenciálních rovnic s idejemi tzv. ADER časové integrace (Arbitrary high-order DERivatives). ADER-DG metoda umožňuje získat řešení s libovolně vysokým stupněm přesnosti v oblasti prostorové i časové.

Nespojitá Galerkinova metoda byla poprvé použita roku 1973 při řešení problému transportu neutronů, později se rozšířila i do jiných vědeckých oblastí, např. fluidní dynamiky, elektrodynamiky a také do geofyziky. Tato metoda kombinuje postupy metod konečných elementů a konečných objemů, umožňuje dosáhnout vysokého řádu přesnosti řešení i na nestrukturovaných sítích.

Pro účel přibližného naznačení numerického schématu použitého programem SeisSol2D je vhodné soustavu (1.11) přepsat kompaktnějším způsobem:

$$\frac{\partial u_p(\vec{x}, t)}{\partial t} + A_{pq}(\vec{x}) \frac{\partial u_q(\vec{x}, t)}{\partial x} + B_{pq}(\vec{x}) \frac{\partial u_q(\vec{x}, t)}{\partial z} = S_p(\vec{x}, t), \quad (2.1)$$

kde $\vec{u}(\vec{x}, t) = (\sigma_{xx}, \sigma_{zz}, \sigma_{xz}, v_x, v_z)^T$ je vektor neznámých veličin a jednotlivé elementy matic \mathbf{A} a \mathbf{B} jsou příslušné prostorově závislé kombinace Laméových koeficientů $\lambda = \lambda(\vec{x})$ a $\mu = \mu(\vec{x})$ a hustoty prostředí $\varrho = \varrho(\vec{x})$.

Před samotným výpočtem je nutno výpočetní oblast $\Omega \in R^2$ dostatečně diskretizovat na elementy $E^{(i)}$. Program SeisSol2D pracuje s nepravidelnými obdélníkovými i trojúhelníkovými sítěmi. Lineární transformací L se přechází ze souřadného systému (x, z) do systému

referenčního (ξ, η) :

$$(\xi, \eta) = L[(x, z)]. \quad (2.2)$$

Původní element $E^{(i)}$ se transformuje na referenční element E_R . V rámci tohoto elementu dochází k aproximaci hledaného řešení $u_p^{(i)}(\xi, \eta, t)$, $p = 1, \dots, 5$ pomocí lineární kombinace prostorově závislých a časově nezávislých polynomiálních ortogonálních bázových funkcí $\Phi_l(\xi, \eta)$ do řádu $N - 1$ a časově závislých koeficientů $\hat{u}_{pl}^{(i)}(t)$:

$$u_p^{(i)}(\xi, \eta, t) \approx \sum_{l=0}^{N-1} \hat{u}_{pl}^{(i)}(t) \Phi_l(\xi, \eta). \quad (2.3)$$

Bázové funkce $\Phi_l(\xi, \eta)$ jsou definovány v referenčním elementu E_R , jejich tvar závisí na typu užití sítě. Numerické schéma pokračuje dosazením aproximace řešení ve tvaru (2.3) do rovnice (2.1) a počítáním prostorových derivací známých bázových funkcí $\Phi_l(\xi, \eta)$ spolu s jakobiánem transformace L .

Následuje integrace v čase ADER metodou. Při přechodu od časového okamžiku t^n k času t^{n+1} , je řešení $\vec{u}(\vec{x}, t)$ rovnice (2.1) v intervalu $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ aproximováno Taylorovým rozvojem v proměnné t . Aplikací Cauchy-Kovalewského procedury (algoritmus je uveden v Dumbser a Käser (2006)) na rovnici (2.1) je možno časové derivace řádu k v Taylorově rozvoji řešení $\vec{u}(\vec{x}, t)$ nahradit prostorovými derivacemi $\vec{u}(\vec{x}, t)$ stejného řádu. Tím dosáhneme stejně vysokého řádu aproximace v čase i v prostoru v jednom kroku.

Řešení se hledá na každém elementu $E^{(i)}$ nezávisle na okolních buňkách. Výpočetní schéma je proto doplněno o vyjádření numerických toků přes hranice elementů, aby byla zajištěna spojitost výsledného řešení $\vec{u}(\vec{x}, t)$ ve výpočetní oblasti Ω . Na vnějších hranicích oblasti Ω je nutno hraniční podmínky deklarovat. Ve výpočtech dále jsem užíval podmínek pro volný povrch a pro absorbující rozhraní. Volný povrch je určen podmínkou nulovosti vektoru napětí $\vec{t}(\vec{n})$ ($= \vec{n} \cdot \mathbf{t}$; \mathbf{t} - tenzor napětí, \vec{n} - vnější normála) na uvažované hranici, absorbující rozhraní bylo definováno jako tzv. PML absorbující hranice (Festa a Nielsen, 2003).

Zdroje $S_{1-5}(x, z, t)$ v rovnici (1.11) budu dále zadávat jako bodové zdroje, tedy ve tvaru:

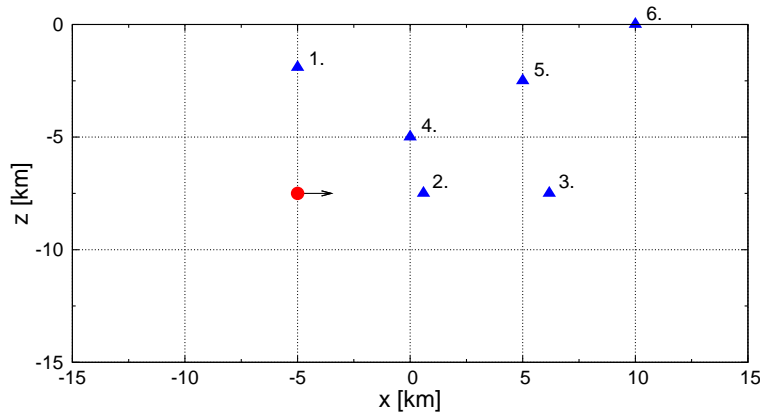
$$S_p(x, z, t) = S_p^T(t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_S), \quad p = 1, \dots, 5 \quad (2.4)$$

kde $S_p^T(t)$ jsou časové funkce zdrojů a vektor $\vec{x}_S = (x, z)$ udává polohu bodového zdroje. Pro program Seissol2D není nutné bodové zdroje umísťovat do uzlových bodů diskretizační mřížky.

2.2 Příklad výpočtu pro homogenní izotropní oblast

Výpočty programem SeisSol2D budu demonstrovat na případě vzniku a šíření seismických vln v homogenním izotropním prostředí.

Vstupní soubory užívaného programu jsou dva. Prvním je soubor typu *.neu- zde je deklarována síť, do níž je diskretizována výpočetní oblast $\Omega \in R^2$. Ve druhém souboru typu *.par je možno specifikovat všechny ovládací prvky programu (např. parametry prostředí λ, μ, ρ , řád N polynomiálních funkcí Φ_l použitých k aproximaci řešení \vec{u} , formát výstupních souborů programu, časovou diskretizaci počítaných seismogramů. . .) a v originální



Obrázek 2.1: Obrázek rozmístění zdroje seismických vln (červený bod) a seismických stanic (modré trojúhelníčky). Šipka u zdroje vlnění značí směr kladné výchylky zdroje.

verzi programu se zde také zadávají souřadnice a charakteristiky zdrojů $S_{1-5}(\vec{x}, t)$ v soustavě (1.11) a souřadnice seismických stanic, v nichž jsou počítány seismogramy. Užívali jsme však úpravu, kdy údaje o zdrojích a seismických stanicích byly načítány ze souborů *sources.dat* a *stations.dat*.

Uvažoval jsem oblast $\Omega = [x_1; x_2] \times [z_1; z_2] = [-15; 15] \times [-15, 0]$ km². Tato oblast představuje 2D řez zemské kůry rovinou $y = konst.$ a pro všechny veličiny X platí podmínka (1.10). Hranice oblasti Ω o souřadnici $z = 0$ km tvoří zemský povrch. Jedná se o tzv. volný povrch, od něhož se příchozí seismické vlny odrážejí zpět do oblasti Ω a kde interferencí vznikají povrchové vlny. Zbývající část hranice, je deklarována jako absorbující rozhraní, jímž by příchozí vlny měly procházet téměř bez odrazů. Uvažoval jsem homogenní prostředí s parametry: $\rho = 2500$ kg.m⁻³, $\lambda = 2, 25 \cdot 10^{10}$ N.m⁻², $\mu = 2, 25 \cdot 10^{10}$ N.m⁻².

Rychlosti šíření vln P (tj. α) a vln S (tj. β) jsou dány vztahy:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (2.5)$$

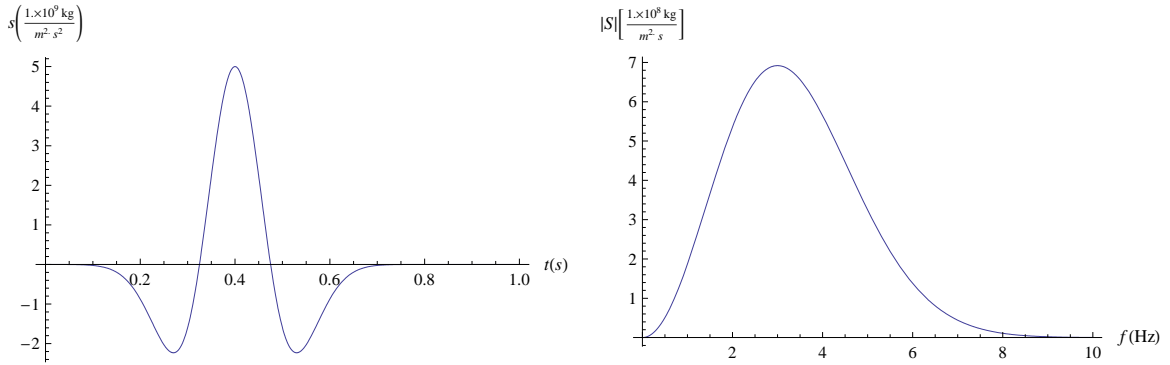
Uvedenému prostředí odpovídají tyto hodnoty: $\alpha = 5, 2$ km.s⁻¹, $\beta = 3, 0$ km.s⁻¹.

Zkoumal jsem vlnové pole bodového seismického zdroje umístěného v bodě: $\vec{x}_S = [-5; -7, 5]$ km.

Seismické stanice jsem umístil do těchto poloh [x;z]:

| č.stanice | x [km] | z [km] |
|-----------|--------|--------|
| 1 | -5,0 | -1,9 |
| 2 | 0,6 | -7,5 |
| 3 | 6,2 | -7,5 |
| 4 | 0,0 | -5,0 |
| 5 | 5,0 | -2,5 |
| 6 | 10,0 | -0,1 |

Tabulka 2.1: Polohy seismických stanic



Obrázek 2.2: Časový průběh $s(t)$ užitého Rickerova signálu (parametry signálu uvedeny v textu) a absolutní hodnota $|S(f)|$ jeho spektra

Rozmístění zdroje a seismických stanic jsem zobrazil v obrázku 2.1.

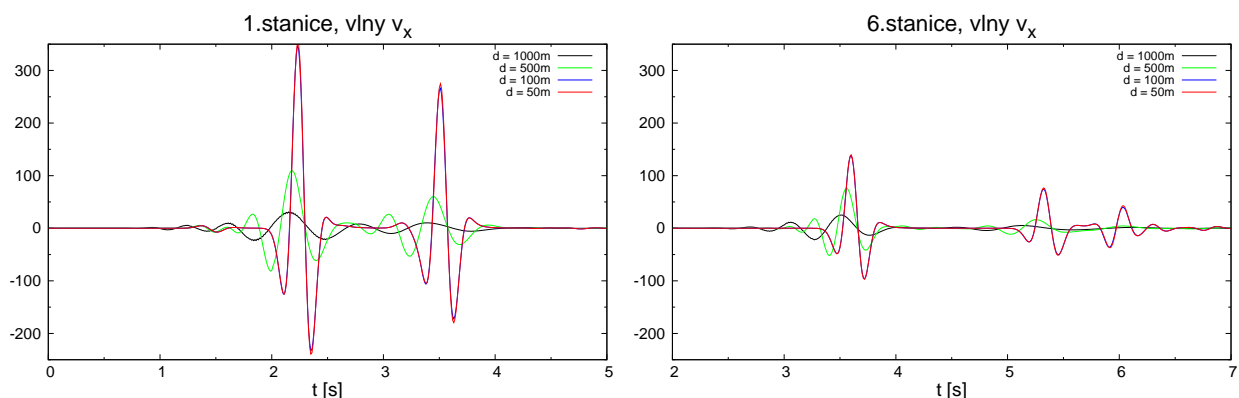
Dále jsem deklaroval zdroj seismických vln. V soustavě (1.11) jsem zadal časovou funkci zdroje $S_4(\vec{x}, t)$, tzn. zadal jsem časový průběh x -ové složky zrychlení v bodě $\vec{x}_S = [-5; -7.5]$ km. Za časovou funkci $s(t)$ jsem volil Rickerův signál. Zdroj $S_4(\vec{x}, t)$ byl dán funkcí:

$$S_4(\vec{x}, t) = \frac{1}{\rho} s(t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_S) = \frac{1}{\rho} a_1 [0.5 + a_2(t - t_D)^2] \exp^{a_2(t - t_D)^2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_S), \quad (2.6)$$

kde $a_2 = -(\pi f_c)^2$. Výpočet jsem provedl s těmito parametry signálu: amplituda $a_1 = 1.10^{10} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$, centrální frekvence $f_c = 3 \text{ Hz}$, časový posun $t_D = 0,4 \text{ s}$. Na obrázku 2.2 je vykreslen časový průběh užitého Rickerova signálu $s(t)$ a absolutní hodnota $|S(f)|$ jeho spektra.

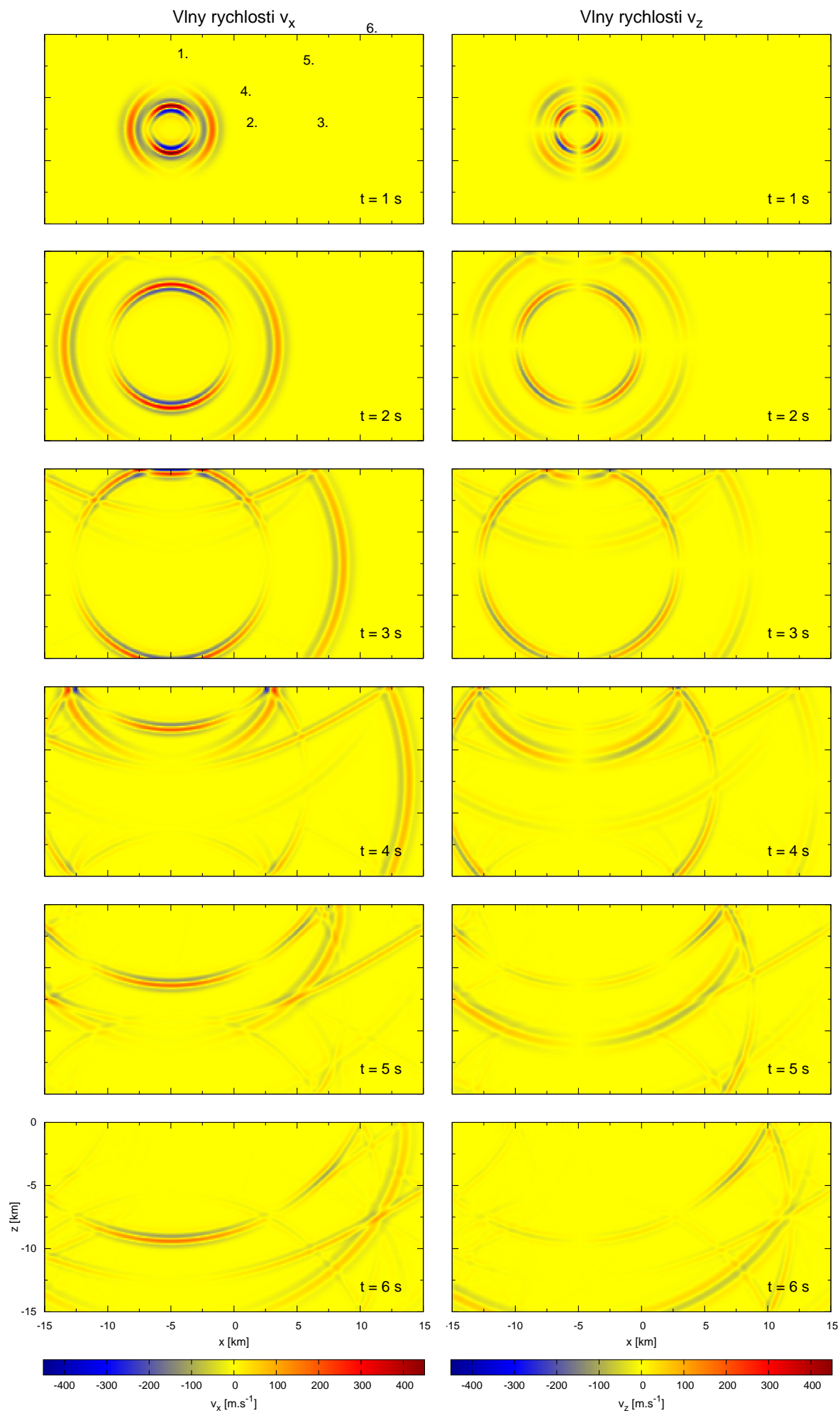
Výpočetní oblast Ω jsem diskretizoval pomocí čtvercové sítě s délkou hrany d jednoho elementu. Délka hrany d musela být dostatečně malá, aby diskretizační síť dokázala co nejdříve zachytit procházející vlnu o dané vlnové délce. Vlnové délky λ_P a λ_S vln P a vln S při frekvenci 3 Hz převládající ve spektru Rickerova signálu byly pro výše uvedené rychlosti α a β rovny: $\lambda_P = 1730 \text{ m}$, $\lambda_S = 1000 \text{ m}$. V obrázku 2.3 uvádím porovnání seismogramů složek rychlostí v_x vypočítaných ve stanicích č.1 a č.6 pro různé velikosti parametru d diskretizační sítě. Z obrázku je zřejmé, že při nedostatečné diskretizaci dochází k tlumení a rozšíření signálu vlivem numerické disperze. I při špatné diskretizaci se však řešení chová stabilně. Obrázek také ukazuje, že pro výše popsany výpočet je dostatečná již diskretizace při $d = 100 \text{ m}$; výpočty při $d = 100 \text{ m}$ a $d = 50 \text{ m}$ dávají totožná řešení.

Na obrázcích 2.4 a 2.5 jsou výsledky výpočtu. Obrázek 2.4 znázorňuje pole rychlostí $v_x(\vec{x})$ a $v_z(\vec{x})$ ve výpočetní oblasti v uvedených časech. Obrázek 2.5 uvádí časové záznamy rychlostí $v_x(t)$ a $v_z(t)$ v místech stanic č.1-6 rozmístěných dle obrázku 2.1. Šipkami jsem v obrázcích označil vybrané fáze seismických vln, identifikaci jednotlivých fází jsem provedl porovnáním časových záznamů oblasti na obrázku 2.4 se seismogramy. Všechny výsledky jsou zobrazeny pro diskretizační mřížku s délkou hrany elementu $d = 100 \text{ m}$.

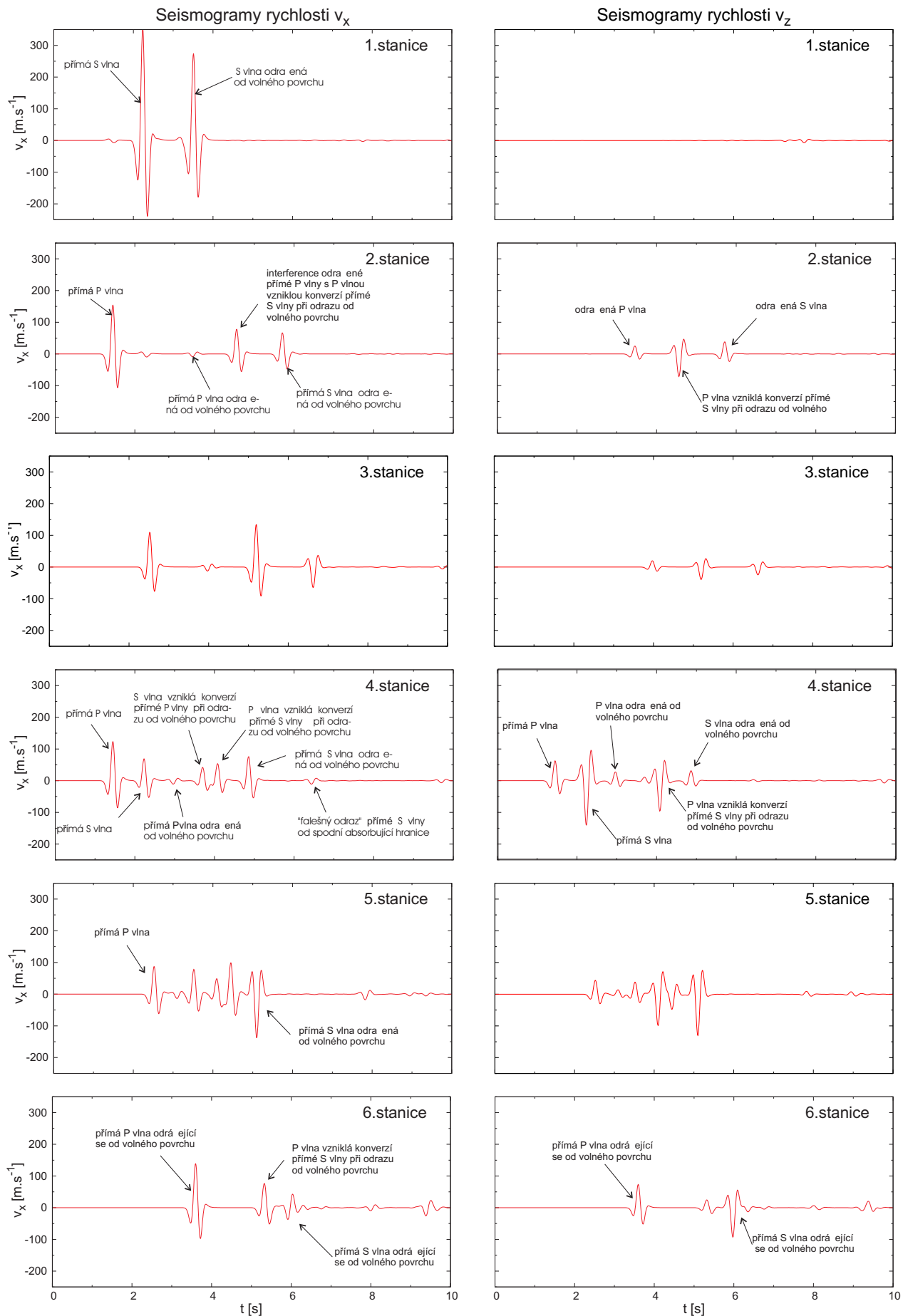


Obrázek 2.3: Porovnání seismogramů pro různé diskretizace výpočetní oblasti.

Na obrázku 2.4 je v čase $t = 1$ s zřetelně vidět vyzařovací charakteristiku použitého zdroje vlnění. Ve směru osy x , tj. ve směru výchylky zdroje vlnění, se šíří přímá vlna P, kolmo na tento směr je možno pozorovat přímou vlnu S (viz seismogramy rychlosti v_x ze stanic č.1 a č.2). Naopak přesně ve směru výchylky zdroje se vůbec nešíří přímá S vlna, ve směru kolmém se nešíří přímá P vlna (viz seismogramy rychlosti v_z ze stanic č.1 a č.2, nízkoamplitudové vlny na těchto seismogramech jsou vlny odražené a konvertované). Amplituda S vlny je přibližně $2\times$ větší než amplituda vlny P. Zřejmý je útlum obou druhů vln v důsledku geometrie jejich šíření, např. přímá P vlna na seismogramech ze stanic č.2 a č.3. Vlna P se šíří rychleji, vlnoplochy obou vln se od sebe postupně vzájemně vzdalují. Zřetelné jsou také konverze vln, při odrazech od volného povrchu. Dopadající vlna (P nebo S) konvertuje na P vlnu a S vlnu. Amplituda vlny P vzniklé konverzí je pro dopadající vlnu P i S menší než amplituda konvertované vlny S. Na záznamu pole rychlostí $v_x(\vec{x})$ na obrázku 2.4 v čase $t = 4$ s je vidět u povrchu vlna o poměrně vysoké amplitudě. O povrchovou vlnu se však zřejmě nejedná, na seismogramech z povrchové stanice č.6 povrchové vlny nepozorují. Povrchové vlny by se mohly objevit při menší hloubce zdroje vln nebo větší vzdálenosti stanice od zdroje vlnění. Vnější hranice o souřadnici $z = -15$ km je deklarována jako absorbující rozhraní, v čase $t = 4$ s však jisté „falešné“ odrazy od tohoto rozhraní pozorujeme. „Falešné“ odrazy jsou zachyceny i na seismogramech.



Obrázek 2.4: Šíření seismických vln v homogenním prostředí. Použitý zdroj vln a parametry prostředí jsou specifikovány v textu.



Obrázek 2.5: Časové záznamy rychlostí v_x a v_z v jednotlivých seismických stanicích. Souřadnice stanic jsou uvedeny v textu, jejich rozložení lze nahlédnout na obrázku 2.1.

Kapitola 3

Náhodné prostředí

3.1 Zavedení náhodného prostředí

Z hlediska parametrů hustota prostředí ρ a Laméových konstant λ, μ je nitro planety Země, zejména zemská kůra, prostředím heterogenním. Heterogenity jsou dány např. geologickou strukturou Země, tektonickými faktory, geotermálními podmínkami atd. Heterogenity lze pozorovat na dlouhých vzdálenostech (až desítky kilometrů); lokálně (i několik centimetrů) uvažujeme o malých prostorových fluktuacích těchto parametrů. Popsat takovéto prostředí pomocí jednoduchých fyzikálních modelů je možné pouze s určitým stupněm přesnosti. Jiným způsobem je popis uvedeného prostředí pomocí tzv. náhodného prostředí - prostředí s daným prostorovým statistickým rozdělením hodnot parametrů ρ, λ a μ . Vztahy (2.5) následně implikují prostorové variace rychlostí vln P a vln S. Prostorové fluktuace rychlostí α a β působí různé odrazy a ohyb seismických vln, vliv mají také na amplitudu procházející vlny.

Na pole rychlostí šíření $c(\vec{x})$ seismických vln v náhodném prostředí lze nahlížet jako na superpozici prostředí homogenního, kde se vybrané vlny šíří rychlostí c_0 , s polem náhodných prostorově závislých fluktuací rychlostí $\delta c(\vec{x})$. Tedy:

$$c(\vec{x}) = c_0 + \delta c(\vec{x}) = c_0(1 + \epsilon(\vec{x})), \quad (3.1)$$

kde $\epsilon(\vec{x})$ je poměrná fluktuace rychlosti. Předpokládám, že fluktuace $\epsilon(\vec{x})$ jsou ve statistickém smyslu homogenní a izotropní, střední hodnota pole fluktuací bude rovna nule, tj. $\langle \epsilon(\vec{x}) \rangle = 0$. Rychlost c_0 bude tedy střední hodnotou pole rychlostí $c(\vec{x})$, tj. $\langle c(\vec{x}) \rangle = c_0$.

Pravděpodobnostní rozdělení rychlostního pole je charakterizováno autokorelační funkcí $h(\vec{x})$ (dále jen korelační funkce), která je definována jako:

$$h(\vec{x}) = \langle \epsilon(\vec{y})\epsilon(\vec{y} + \vec{x}) \rangle. \quad (3.2)$$

Funkce $h(\vec{x})$ udává „míru podobnosti“ parametrů prostředí ve dvou bodech lišících se o vektor \vec{x} . Pole fluktuací rychlostí předpokládáme izotropní, korelační funkce bude záviset pouze na vzdálenosti $r = |\vec{x}|$ dvou bodů, tj. $h(\vec{x}) = h(r)$.

Při modelování náhodného prostředí se používají tři hlavní typy korelačních funkcí: Gaussova, exponenciální a von Kármánova funkce. Použitím prvních dvou korelačních funkcí získáváme prostředí, kde se rychlosti α a β seismických vln mění relativně zvolna. Model

bližší reálnému zemskému nitru získáme užitím von Kármánovy korelační funkce. V dalších výpočtech jsem používal právě von Kármánovu korelační funkci:

$$h(r) \approx \left(\frac{r}{a}\right)^N K_N\left(\frac{r}{a}\right), \quad (3.3)$$

kde a značí korelační délku, N je tzv. Hurstův exponent a K_N je modifikovaná Besselova funkce N -tého řádu. Pro spektrum korelační funkce platí:

$$H(k) = \overline{F(k)}F(k) = |F(k)|^2, \quad (3.4)$$

kde pro von Kármánovu korelační funkci (3.3) je funkce $F(k)$ dána:

$$F(k) \approx \frac{1}{(1 + a^2 k^2)^{\frac{d}{4} + \frac{N}{2}}}, \quad (3.5)$$

v němž d značí dimenzi prostoru. O různých korelačních funkcích pro náhodná prostředí pojednává např. článek Klimeš (2002). Ve výpočtech dále jsem uvažoval náhodná prostředí s von Kármánovou korelační funkcí ve tvaru (3.3), kde Hurstův exponent N nabýval hodnot: $N = \{-0,5; 0; 0,5\}$.

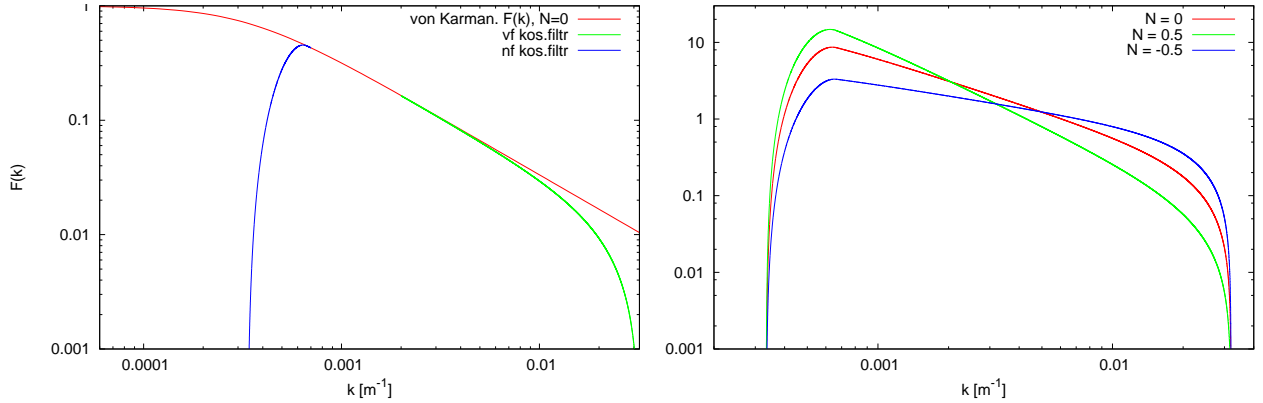
3.2 Generace náhodného prostředí

K vytváření náhodných prostředí různých parametrů jsem měl k dispozici generátor náhodných prostředí vyvinutý F.Gallovičem z Katedry geofyziky UK v Praze. Generátor pracoval přímo ve 2D prostředí.

Výpočetní oblast byla nejdříve diskretizována do zadané obdélníkové mřížky. Každému bodu mřížky následně generátor náhodných čísel přiřadil hodnotu $\epsilon(\vec{x})$ udávající v daném místě hodnotu rychlosti vln S $\beta(\vec{x})$ dle vztahu (3.1). Pole hodnot $\epsilon(\vec{x})$ (tzv. „bílý šum“) bylo převedeno Fourierovou transformací do spektrální oblasti a zde přenásobeno filtrem $F(k)$.

Filtraci prováděl generátor užitím modifikovaného filtru $F(k)$ daného rovnicí (3.5). Filtr $F(k)$ byl na nízkých vlnových číslech k a na vlnových číslech blízcích se Nyquistově frekvenci k_{Nyq} modifikován kosinovými filtry, jak názorně ukazuje levý obrázek 3.1. Červená linie v tomto obrázku vykresluje průběh funkce (3.5) pro Hurstův exponent $N = 0$. Modrý filtr odfiltroval hodnoty $F(k)$ pro nízká vlnová čísla, pro $k < 0,003 \text{ m}^{-1}$, a zamezil tím vzniku rychlostně odlišných oblastí na dlouhých škálách, v našem případě tedy na vzdálenostech větších než 3000 m. Na těchto škálách jsme tak získali prostředí homogenní. Zelený filtr spadající k Nyquistově frekvenci k_{Nyq} pak odstranil výrazné výkyvy rychlostního pole na velmi krátkých vzdálenostech, které narušovaly konvergenci řešení. Dle obrázku nabývá spektrum největší amplitudy pro vlnová čísla $k \in (5 - 10) \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, ve vygenerovaném náhodném prostředí tak budou mít největší zastoupení právě heterogenity o rozměrech srovnatelných s vlnovými délkami λ_P a λ_S vln P a vln S ve výše uvažovaném homogenním prostředí. Užití kosinových filtrů a jejich vliv na šíření seismických vln je diskutováno dále.

Následně se inverzní Fourierovou transformací přešlo zpět do oblasti prostorové. Konstanta úměrnosti ve vztahu (3.5) pro filtr $F(k)$ byla volena tak, aby odmocnina ze součtu čtverců variací rychlostí $\epsilon(\vec{x})$ přes všechny body výpočetní oblasti (tj. RMS = Root Mean



Obrázek 3.1: Modifikace spektrálního filtru $F(k)$ (vlevo). Srovnání normalizovaných modifikovaných filtrů $F(k)$ s různými hodnotami Hurstova exponentu N (vpravo).

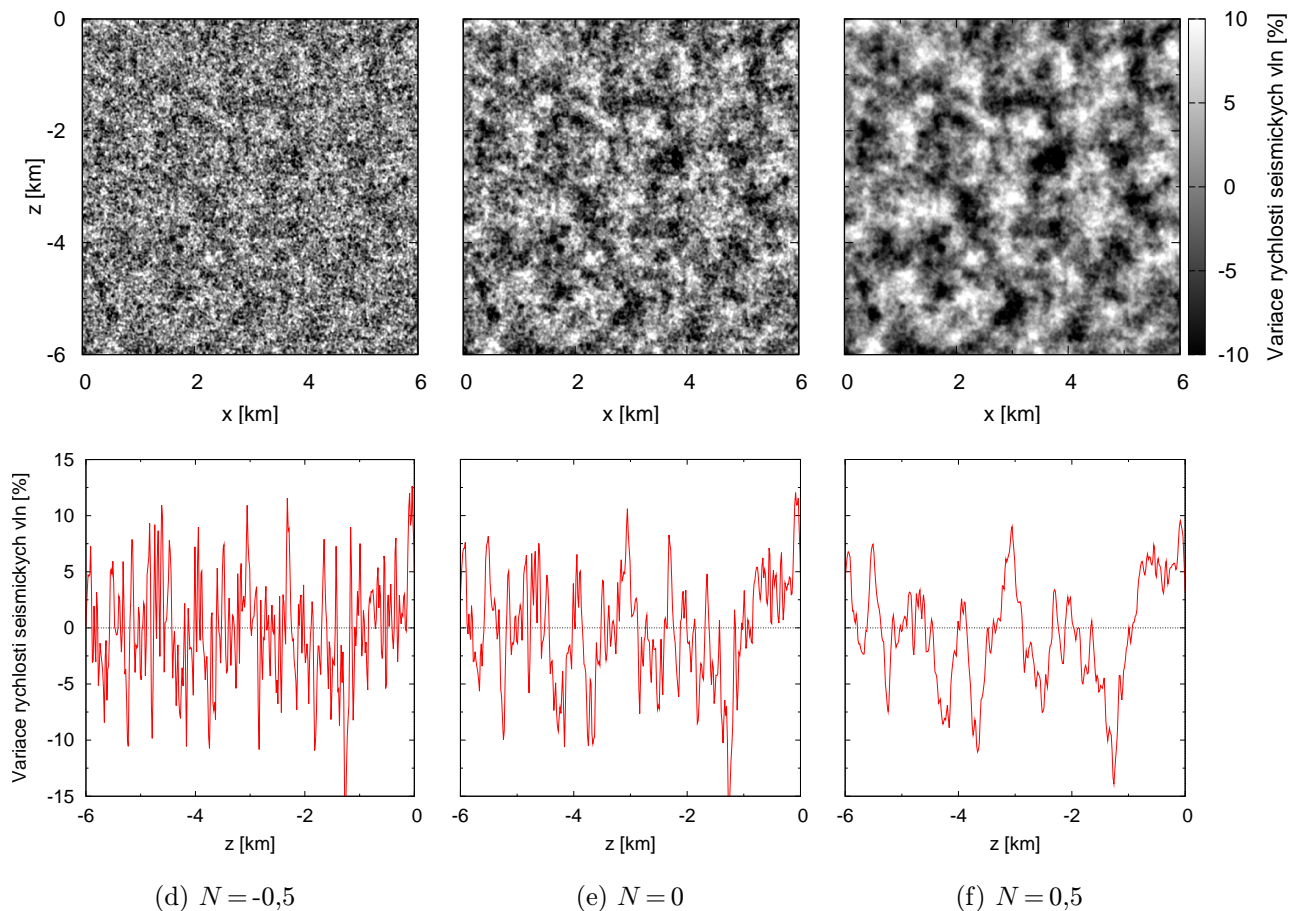
Square) byla rovna předem zadané hodnotě. Na pravém obrázku 3.1 jsou porovnány odpovídající normalizované modifikované filtry $F(k)$ pro různé hodnoty Hurstova exponentu. Normalizační konstanta byla počítána jako integrál z druhé mocniny funkce $F(k)$ přes celou 2D spektrální oblast, což dle Rayleighova teoremu odpovídá integrálu druhých mocnin variací rychlostí $\epsilon(\vec{x})$ přes 2D prostorovou oblast. Filtry na zmíněném obrázku jsou normalizovány relativně, tj. na stejnou konstantu, můžeme tak porovnat relativní zastoupení vlnových čísel k pro daný filtr $F(k)$. Vidíme, že pro různá N jsou ve spektru $F(k)$ vůči sobě v jiném poměru amplitudy spektra na nízkých a vysokých vlnových číslech. Pro klesající N relativní poměr amplitud vysokých vlnových čísel ve filtru $F(k)$ vůči amplitudám nízkých vlnových čísel roste. Vysoká vlnová čísla ve spektru odpovídají heterogenitám menších rozměrů v prostorové oblasti.

Vstupním souborem pro generátor náhodných prostředí byl soubor *var2Dgen.in*. Zde se zadávaly rozměry výpočetní oblasti, počet elementů diskretizační mřížky v jednotlivých souřadných směrech, parametry a a N pro filtr $F(k)$ daný rovnicí (3.5) a požadovaná hodnota RMS pro variace rychlostí $\epsilon(\vec{x})$ v rovnici (3.1).

Vygenerované pole variací rychlostí bylo dle vztahů (2.5) převedeno na variace Laméových konstant λ a μ . Výstupem generátoru byl soubor *var2Dxy.txt* obsahující souřadnice daného bodu mřížky a jemu odpovídající hodnoty variací Laméových konstant. Generátor pracoval tak, aby poměr hodnot Laméových konstant λ a μ byl držen konstantní ve všech bodech mřížky, což dle vztahů (2.5) implikuje stálý poměr rychlostí vln S a vln P.

Na obrázku 3.2 jsou uvedeny realizace náhodného prostředí pro měnící se Hurstův exponent N . Prostředí byla generována na 2D mřížce s krokem přibližně 15 metrů. Lze pozorovat, že s rostoucím Hurstovým exponentem N se náhodné prostředí stává hladší a korelovanější.

Pro výpočty seismických vln v náhodném prostředí jsem použil také program SeisSol2D popsáný v předchozí kapitole. Ve vstupním souboru *distances.par* pro SeisSol2D bylo nutno deklarovat výpočet pro náhodné prostředí a uvést zde také název souboru *var2Dxy.txt*, z něhož byly čteny informace o náhodném prostředí.



Obrázek 3.2: Různé realizace náhodného prostředí s von Kármánovou korelační funkcí (3.3) modifikovanou dvěma kosinovými filtry (viz text) pro různé hodnoty Hurstova exponentu N . Pro všechny realizace činí korelační délka $a = 3$ km a RMS hodnota variací je 5 %. Na horních obrázcích jsou vyobrazeny mapy 2D náhodného prostředí, na spodních jsou vertikální řezy těmito prostředími pro hodnotu souřadnice $x = 0$.

3.3 Efekty náhodného prostředí

Doposud bylo provedeno množství numerických studií vlivu náhodného prostředí na pole seismických vln, např. Frankel a Clayton (1986), Hoshiya (2000), málo z nich se však zabývá vlivem náhodného prostředí na vlnové pole konečného zdroje. Bylo pozorováno několik důležitých fenoménů.

Průchod náhodným prostředím způsobuje rychlejší útlum vln než v homogenním prostředí. V obou prostředích dochází k útlumu v důsledku geometrie šíření seismických vln, v náhodném prostředí je dále signál tlumen díky rozptylu vln na heterogenitách oblasti, dochází ke vzájemným konverzím vln P a vln S, k odrazům a ohybům vln atd. Dle Fermatova principu se seismické vlny šíří prostředím po nejrychlejších možných drahách. Tyto dráhy se liší pro různé frekvence procházející vlny, neboť míra difrakce vln je frekvenčně závislá. Dráhy a časy příchodů paprsků seismických vln v náhodném prostředí se liší pro nízké a vysoké frekvence. Rickerův signál je vytvořen konstruktivní interferencí signálů z frekvenčního rozsahu

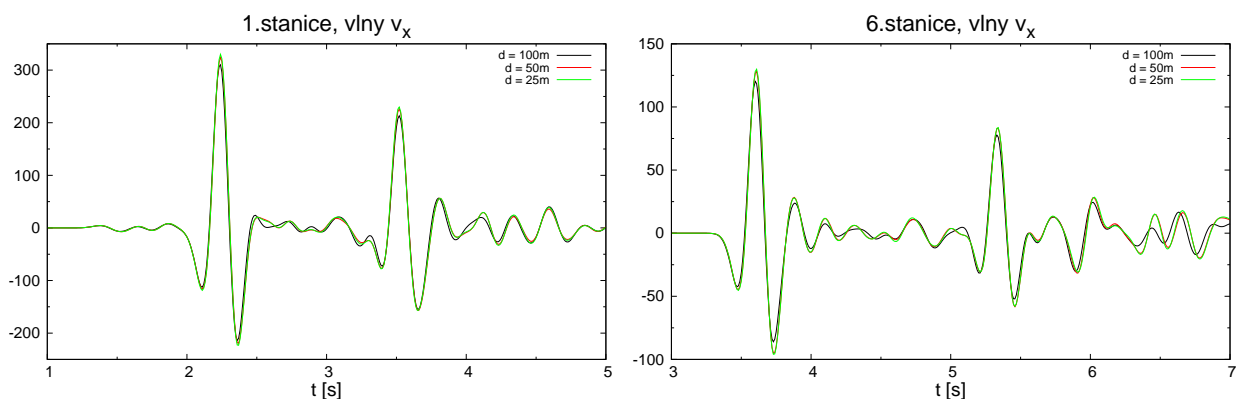
$[0, f_{max}]$. Pokud se signál šíří jistou vzdáleností s náhodným prostředím, budou se lišit časy příchodů nižších a vyšších frekvencí. Ve vzdálenosti s již bude interference neúplná, což se projeví rozšířením signálu. Amplituda signálu pak klesá, aby zůstala zachována celková energie signálu.

Při dostatečně velkých variacích rychlosti šíření vln lze pozorovat fluktuace amplitud signálu. Fluktuace amplitud se vzdáleností rostou, po dosáhnutí jistého maxima klesají (Hoshiya, 2000). Dalším efektem náhodného prostředí je přítomnost dlouhotrvajících tzv. coda vln, které jsou způsobeny rozptýlenými vlnami vznikajícími za hlavními vlnoplochami. Coda vlny mají nízkou amplitudu, především na vyšších frekvencích. Výše zmínění autoři pozorují při dlouhých vzdálenostech šíření vln (> 10 km) také variace časů jejich příchodů.

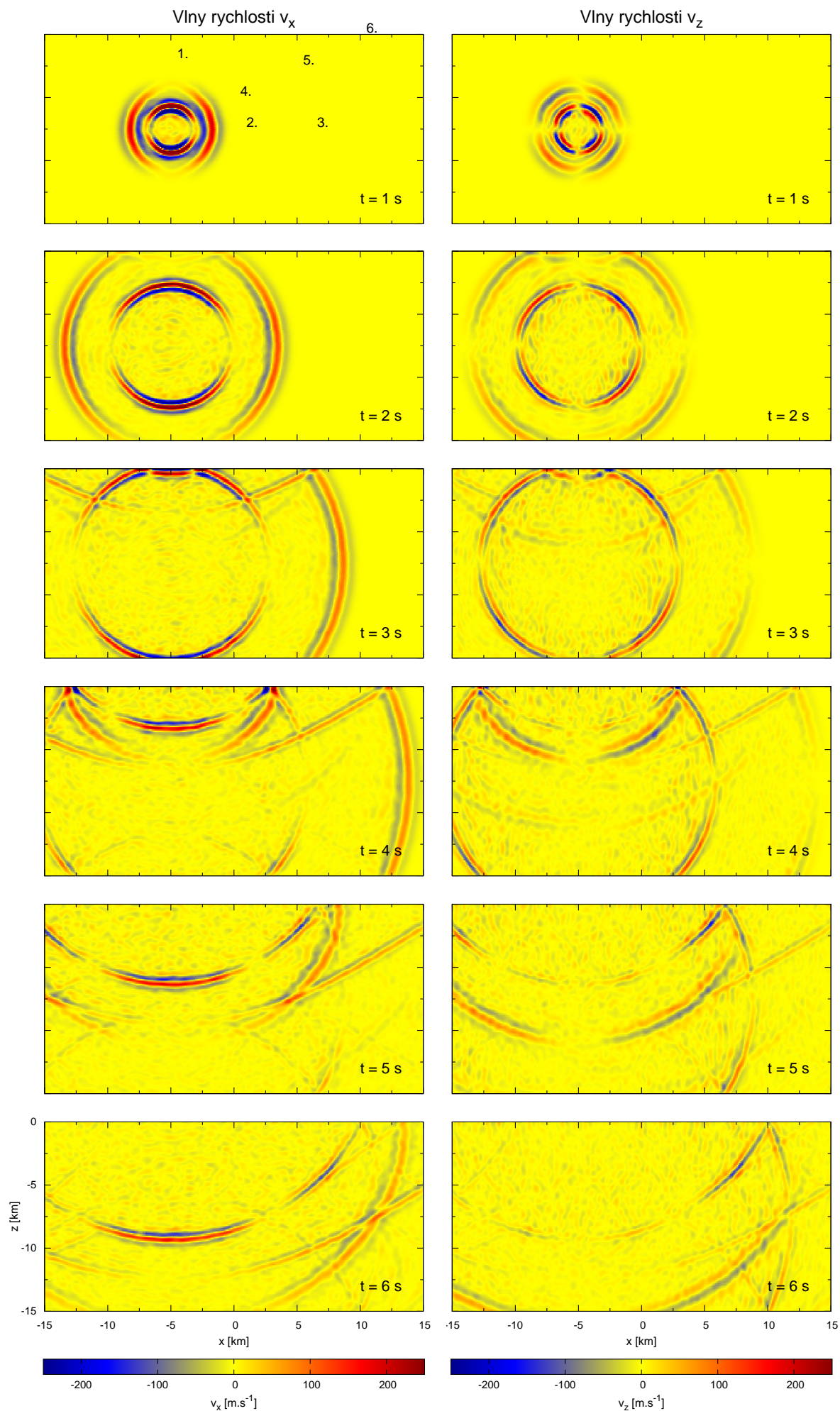
3.4 Výpočet seismických vln v náhodném prostředí

Výpočet analogický tomu v kapitole 2.2 pro homogenní prostředí jsem nyní formuloval v prostředí náhodném. Uvažoval jsem stejnou výpočetní oblast Ω , stejné rozmístění seismických stanic i zdroje vlnění a také stejné parametry zdroje. Náhodné prostředí bylo charakterizováno hodnotou $RMS = 5\%$ pro variace rychlostí seismických vln, běžně uvažovaná hodnota RMS pro zemskou kůru je menší než 10% (Frankel a Clayton, 1986). Filtr $F(k)$ daný rovnicí (3.5) měl parametry: $a = 3$ km, $N = 0$. Střední hodnoty hustoty ρ a Laméových konstant λ a μ odpovídaly hodnotám těchto veličin ve výše uvažovaném homogenním prostředí. Náhodné prostředí bylo generováno na 2D mřížce s krokem přibližně 15 m.

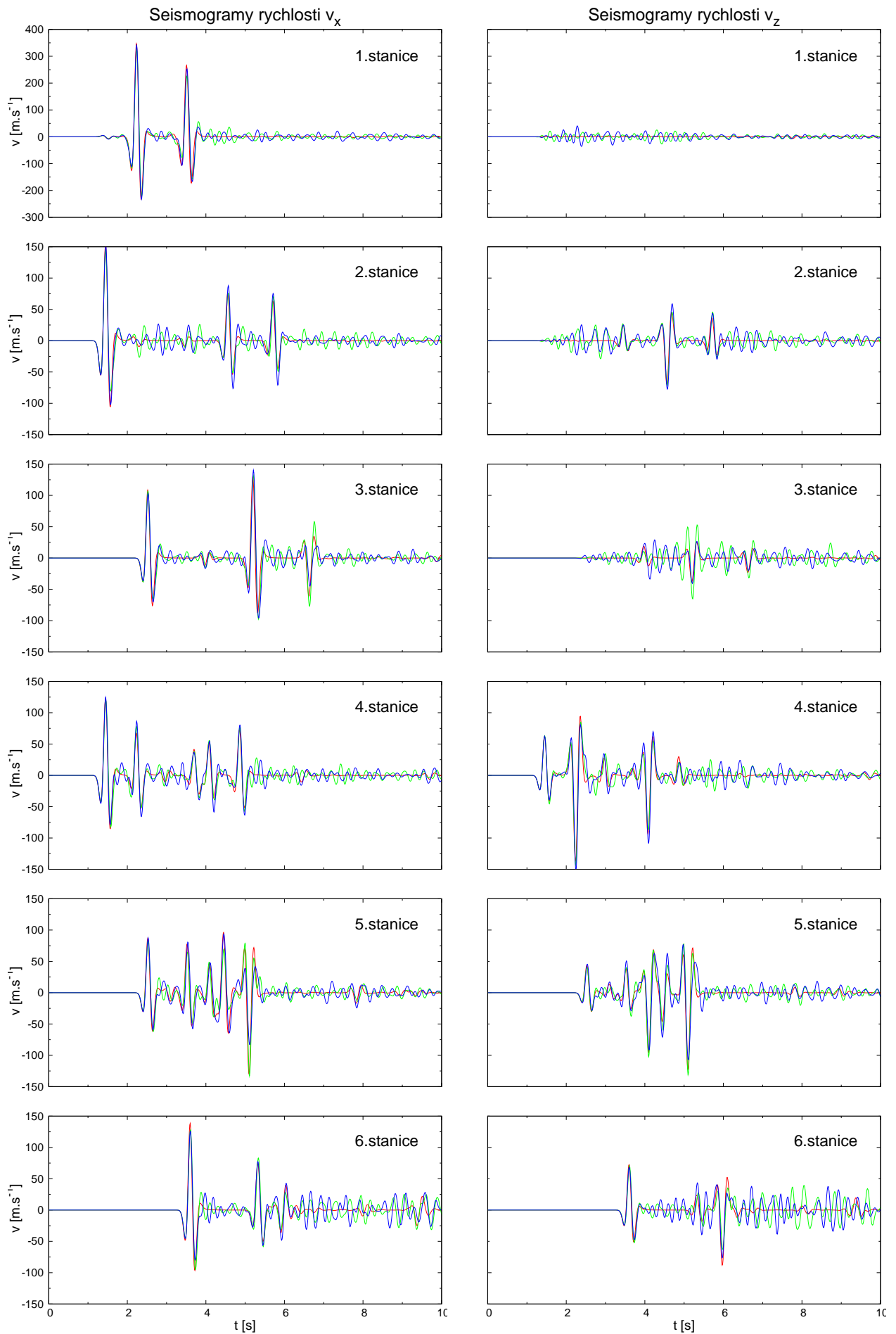
Porovnání výpočtů provedených na diskretizačních sítích s různou velikostí kroku d ukazuje obrázek 3.3. Je vidět, že řešení pro diskretizace 100 m a 50 m se ještě liší, pro 50 m a 25 m se již shodují, 50 m diskretizace je tedy v tomto případě již dostatečná. Na obrázcích 3.4 a 3.5 jsou zachyceny výsledky výpočtu pro diskretizaci 50 m.



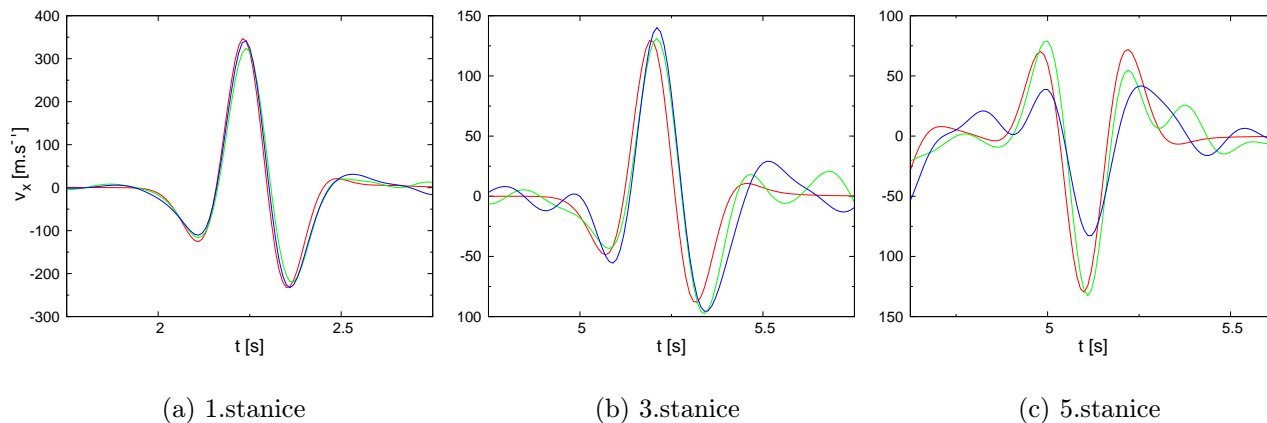
Obrázek 3.3: Seismogramy vypočítané v náhodném prostředí s Hurstovým exponentem $N = 0$ pro různé diskretizace oblasti.



Obrázek 3.4: Šíření seismických vln v náhodném prostředí. Hurstův exponent $N = 0$. V časech $t = 1\text{ s}$ a $t = 2\text{ s}$ pro vlny rychlosti v_x je škála saturovaná, aby dále vynikly rozptýlené vlny.



Obrázek 3.5: Srovnání seismogramů vypočítaných v homogenním prostředí (červená linie) se seismogramy počítanými ve dvou různých realizacích náhodného prostředí s Hurstovým exponentem $N = 0$.



Obrázek 3.6: Zvětšení vybraných fází seismických vln v náhodném prostředí, Hurstův exponent: $N = 0$. Řešení v homogenním prostředí značí červená linie.

Pohledem na záznamy rychlostních polí na obrázku 3.4 zjišťujeme, že všechny fáze přímé i odražené viditelné v homogenním prostředí lze rozpoznat i v daném náhodném prostředí. Okamžitě se také za hlavními fázemi objevují vlny rozptýlené na rychlostních heterogenitách, v obrázku se tyto vlny projevují skvrnami. Rozptýlené vlny jsou v oblasti přítomny relativně dlouho a jsou zdrojem dlouhotrvajících nízkoamplitudových coda vln viditelných na uvedených seismogramech. Vyšších amplitud dosahují rozptýlené vlny za přímou S vlnou, která má amplitudu vyšší než přímá vlna P. V náhodném prostředí dochází k narušení pravidelného tvaru vybuzených vln. Tento efekt není nikterak výrazný, při delších vzdálenostech šíření vlny však pozorovatelný je. Jeví se, že více je narušen tvar přímé S vlny, která při svém pohybu již interferuje s rozptýlenými vlnami vzniklými za přímou P vlnou. Dále je možno pozorovat kolísání velikosti amplitudy hlavních fází v rámci jedné vlnoplochy, efekt je vidět na odražené S-vlně rychlosti v_x v časech 4 a 5 sekund. Seismogramy na obrázku 3.5 však ukazují, že popsané efekty nejsou tak výrazné, jak by se mohlo z obrázku 3.4 zdát.

Na seismogramech na obrázku 3.5 pozorujeme také několik efektů. Předně, první hlavní fáze přicházejí na uvedené stanice fázově nezpožděny vůči vlnám v homogenním prostředí. Na obrázku 3.6 jsou vybrané fáze zvětšeny, vybral jsem zástupce malých, středních a poměrně velkých efektů náhodného prostředí. Přímá S vlna na 1.stanici je náhodným prostředím ovlivněna pouze minimálně. Ve vzdálenější 3.stanici jsem zvětšil fázi vzniklou interferencí dvou P vln, efekty jsou nyní již větší. Významněji jsou ovlivněny amplitudy, zřetelný je také fázový posun. Vyšší amplitudy této fáze v náhodném prostředí jsou zřejmě pouze lokální fluktuací. Největší efekty pozorují na odražené S vlně ve stanici č.5. Díky odrazu se tato vlna šířila poměrně dlouhou dráhou, pozorujeme významné kolísání amplitudy. Fázové zpoždění řádu několika setin sekundy tedy vidíme na vzdálenějších stanicích, zejména pro fáze odražené a konvertované.

Nelze jednoznačně tvrdit, že v uvažovaném náhodném prostředí dochází na daných vzdálenostech rychleji k útlumu seismických vln než v homogenním prostředí. Na seismogramech lze pozorovat, že amplituda některých fází je při jedné realizaci náhodného prostředí větší než v prostředí homogenním, podruhé je menší. Dále pozorujeme dlouhotrvající coda

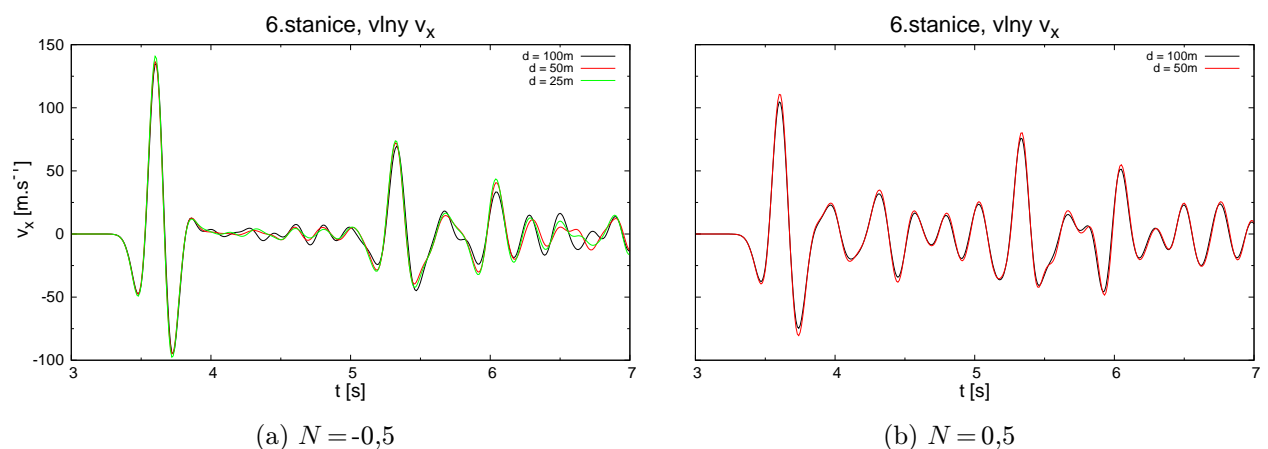
vlny relativně nízkých amplitud. Zajímavý je záznam rychlostí v_z ze stanice č.6. Coda vlny zelené barvy mají amplitudy srovnatelné s vlnou S odrážející se v čase $t = 6$ s v místě této stanice. To může být důsledek umístění stanice u volného povrchu, kde mohou nastat nejrůznější interference rozptýlených vln. Záznam stanice č.1 složek v_z rychlosti ukazuje, že v náhodném prostředí se díky odrazům, ohybům a konverzím na rychlostních rozhraních vlny dostávají do míst, kudy se v homogenním prostředí daná složka vůbec nešíří.

Na první pohled se zdá, že efekty diskutované v kapitole 3.3 (výrazný útlum vln v náhodném prostředí, zpoždování hlavních fází, kolísání amplitud. . .) nepozorují vůbec nebo pouze v malé míře. Je nutno uvést, že výpočty jsem prováděl pro velmi specifické prostředí a pozorování byla provedena na poměrně malých vzdálenostech od zdroje vlnění. Specifičnost prostředí souvisí s užitím již zmíněných kosinových filtrů pro modifikaci funkce $F(k)$ užití při generaci náhodného prostředí. Náhodné prostředí bylo díky těmto filtrům na vzdálenostech větších než 3000 m již homogenní a z jeho spektra byly odfiltrovány vysokofrekvenční složky. Všechna tato nastavení výpočtu byla provedena s ohledem na dále zkoumanou direktivitu zdroje.

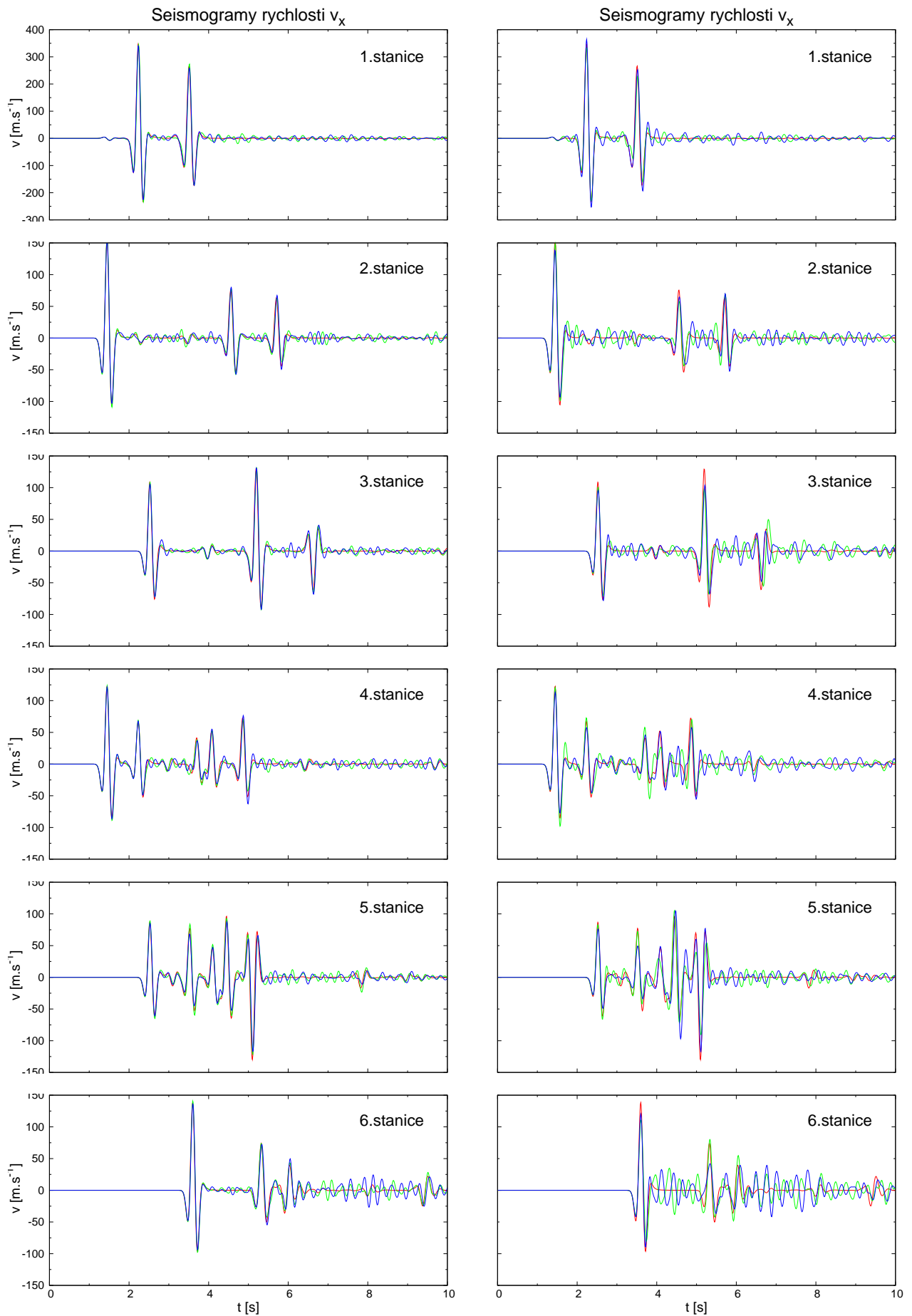
Abych porovnal vliv hodnoty Hurstova exponentu prostředí na šíření seismických vln, formuloval jsem výpočty analogické předchozímu. Uvažoval jsem nyní náhodná prostředí s Hurstovými exponenty: $N = \{-0,5; 0,5\}$, s RMS = 5 % a s korelační délkou $a = 3$ km.

Obrázek 3.7 ukazuje, že k výpočtům v náhodném prostředí s Hurstovým exponentem $N = -0,5$ bylo nutno užít 25 m diskretizaci. Heterogenity malých rozměrů v tomto prostředí narušovaly konvergenci řešení. Pro výpočty v prostředí s $N = 0,5$ stačí diskretizace 50 m.

Pro Hurstův exponent $N = -0,5$ pozorujeme na obrázku 3.8 pouze malý vliv náhodného prostředí na procházející vlny. Generují se coda vlny o relativně nízkých amplitudách, hlavní fáze však oproti homogennímu prostředí zpožděny nejsou, jejich amplituda kolísá pouze minimálně. Pro $N = 0,5$ pozorujeme efekty podobné případu $N = 0$. Pro porovnání jsem stejné fáze jako v předchozím výpočtu zvětšil na obrázku 3.9. Z něj vidíme poměrně velký vliv náhodného prostředí s $N = 0,5$ na amplitudy vln, pro vzdálenější stanice č.3 a č.5 vidíme mírné rozšíření signálu. Interpretaci pozorovaných efektů uvádím v širším kontextu dále v diskuzi.



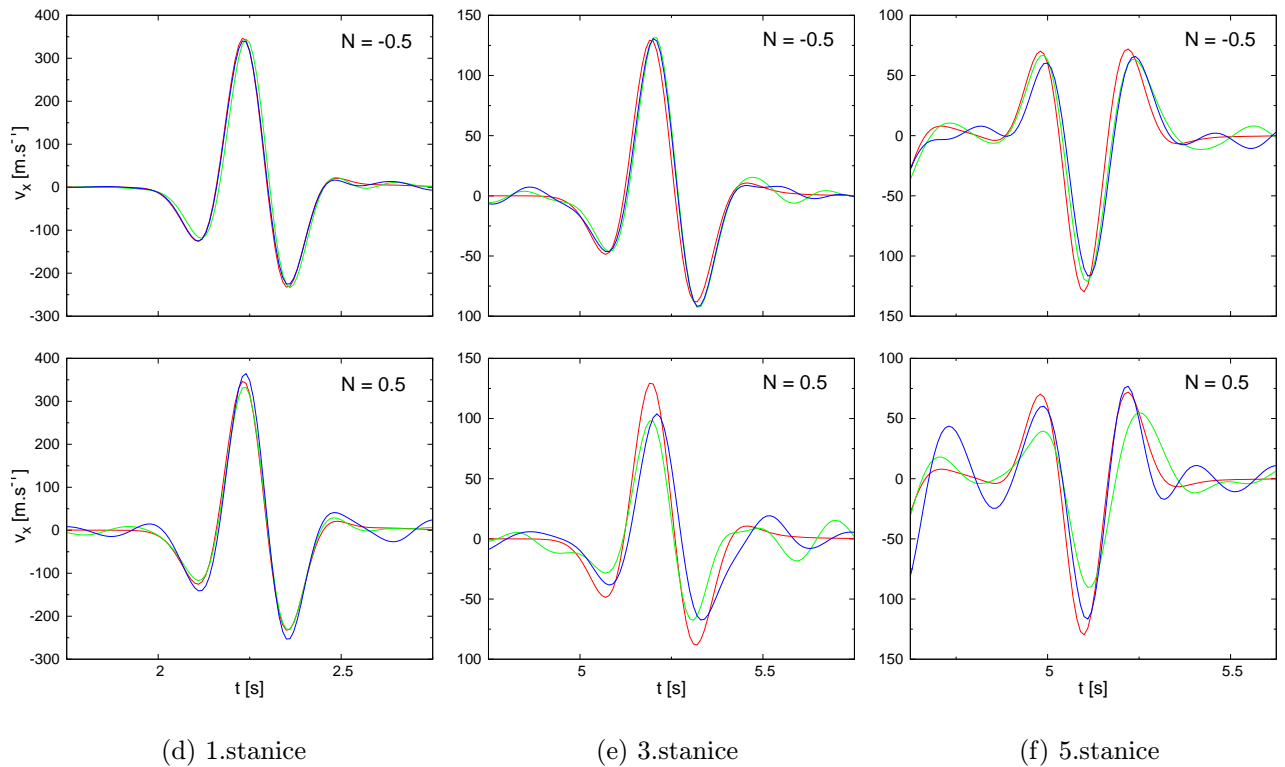
Obrázek 3.7: Porovnání seismogramů počítaných v náhodných prostředích s uvedeným Hurstovým exponentem pro různé diskretizace výpočetní oblasti.



(k) $N = -0,5$

(l) $N = 0,5$

Obrázek 3.8: Seismogramy počítané ve dvou různých realizacích náhodného prostředí s Hurstovými exponenty $N = \{-0,5; 0,5\}$. Červená linie opět značí výpočet v homogenním prostředí.



Obrázek 3.9: Zvětšení vybraných fází seismických vln v náhodném prostředí, Hurstovy exponenty: $N = \{-0,5; 0,5\}$. Řešení v homogenním prostředí značí červená linie.

3.5 Direktivita konečného zdroje

Vlnové pole konečného zdroje (jímž budu dále mínit trhlínu šířící se po zlomové ploše) vykazuje azimutální závislost, tzv. direktivitu.

Teoretické studie konečných zdrojů vykazují silnou direktivitu – amplitudy vln na seismogramech ze stanic ležících ve směru pohybující se trhlíny mohou být i $10\times$ větší než amplitudy vln ve stanicích ležících ve směru opačném. V přírodě se takto silná direktivita nepozoruje, což se přičítá buď komplexnosti konečného zdroje, nebo právě rozptylu seismických vln v heterogenním prostředí (Gallovic a Burjánek, 2007).

V kapitole 3.3 jsem se zabýval výpočtem seismických vln buzených bodovým zdrojem v náhodném prostředí. Parametry výpočtu (např. rozměry výpočetní oblasti, vlastnosti náhodného prostředí) byly nastaveny tak, aby odpovídaly podmínkám, při nichž je nízká direktivita konečných zdrojů pozorována. Zjištěné efekty uvažovaných náhodných prostředí na vlnové pole tohoto zdroje nebyly příliš výrazné. Je však možné, že tyto slabé efekty se v případě konečného zdroje zesílí a ve výsledku tak budou moci vysvětlit nízkou direktivitu zdroje. Prvním krokem k ověření této hypotézy by mohl být dále provedený výpočet.

Provedl jsem výpočet vlnového pole konečného zdroje vlnění ve smyslu 2D prostředí zavedeného v kapitole 1.3. Konečný zdroj jsem aproximoval konečným počtem bodových zdrojů, šíření trhlíny jsem pak simuloval vzájemným časovým posunem zdrojových signálů v jednotlivých bodech. Uvažoval jsem zdroj o délce 10 km distribuovaný do bodových zdrojů

vzdálených 1 m od sebe, umístěn byl v hloubce 7,5 km. Vzájemnou polohu zdroje a seismických stanic uvažovaných při prováděném výpočtu zachycuje obrázek 3.10 a tabulka 3.1. Jednotlivé bodové zdroje měly opět časový průběh Rickerova signálu s parametry: amplituda $a_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$, centrální frekvence $f_c = 3 \text{ Hz}$. Kladná výchylka zdrojů však nyní odpovídala kladnému směru osy z . Vzájemný časový posun bodových zdrojů byl nastaven tak, aby superpozice těchto zdrojů simulovala šíření trhliny po zlomové ploše rychlostí v_r , která je v reálných případech pozorována v intervalu (0,7-0,9) násobku rychlosti β šíření vln S v daném prostředí. Pro výpočet jsem volil hodnotu $0,8\beta$. V případě zachování parametrů prostředí λ , μ a ρ použitých v předchozích výpočtech máme hodnotu: $v_r = 2,4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

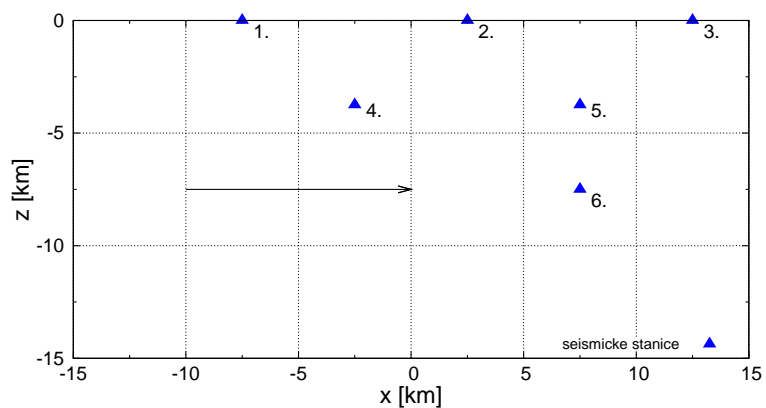
Na obrázku 3.11 je zachyceno rozložení rychlostních polí složek v_x a v_z v uvedených časech pro případ šíření trhliny v kladném směru osy x v homogenním prostředí. Výpočty byly provedeny na mřížce s krokem 100 m. Pozorovaná rychlostní pole jsou poměrně komplikovaná. Na složce v_z vidíme dvě S vlny značných amplitud pohybující se ve směru šíření trhliny. Zajímavý je vznik S vlny druhé v pořadí. Časový záznam pro $t = 5 \text{ s}$ ukazuje, že střed vlnoplochy této fáze je až na konci zdroje. To naznačuje, že se jedná o tzv. stop fázi vznikající při zastavení trhliny. Ve směru opačném se šíří S vlny daleko menších amplitud. Totéž platí také pro P vlny, ty však mají daleko menší amplitudy v porovnání s vlnami S. Přesně ve směru šíření trhliny P vlny nepozorujeme.

Obrázek 3.12 ukazuje rozložení vlnových polí konečného zdroje v náhodném prostředí. Volil jsem náhodné prostředí s poměrně velkými efekty na vlnové pole bodového zdroje (viz předchozí kapitola), bylo charakterizováno parametry: $N = 0$, $a = 3 \text{ km}$, $\text{RMS} = 5 \%$. Výpočty byly provedeny na 50 m diskretizační mřížce. Pozorujeme pouze minimální vliv náhodného prostředí na procházející vlny. Hlavní vlnoplochy se výrazně nedeformují, generovány jsou coda vlny.

Na obrázku 3.13 jsou porovnány seismogramy složky v_z rychlosti vypočítané v homogenním a ve dvou různých realizacích náhodného prostředí v případě šíření trhliny v kladném směru osy x . Zobrazoval jsem pouze seismogramy složky v_z kvůli dominantnějším amplitudám vln v porovnání se složkami v_x a tedy kvůli větším očekávaným efektům na této složce. Obrázek 3.14 ukazuje seismogramy vypočítané při stejné konfiguraci konečného zdroje a seismických stanic, avšak s trhlinou šířící se v záporném směru osy x .

Porovnáním výsledků pro homogenní prostředí (vyznačeny červenou linií na uvedených seismogramech) zjišťujeme, že amplitudy hlavních fází jsou v případě trhliny šířící se směrem ke stanicím (č.3, č.5 a č.6) přibližně $10\times$ větší než v případě opačného směru šíření trhliny. To odpovídá teoreticky předpokládané direktivitě zdroje. Vidíme, že efekty náhodného prostředí na vlnové pole příliš velký vliv nemají. Pozorujeme generaci coda vln, hlavní fáze však výrazně ovlivněny nejsou. Opět jsou vidět pouze minimální fázové posuny a variace amplitud. Zdá se, že větší efekty náhodného prostředí nastávají v případě, kdy se konečný zdroj šíří směrem ke stanicím. Příchozí vlny mají větší amplitudy, generují tak coda vlny o větších amplitudách.

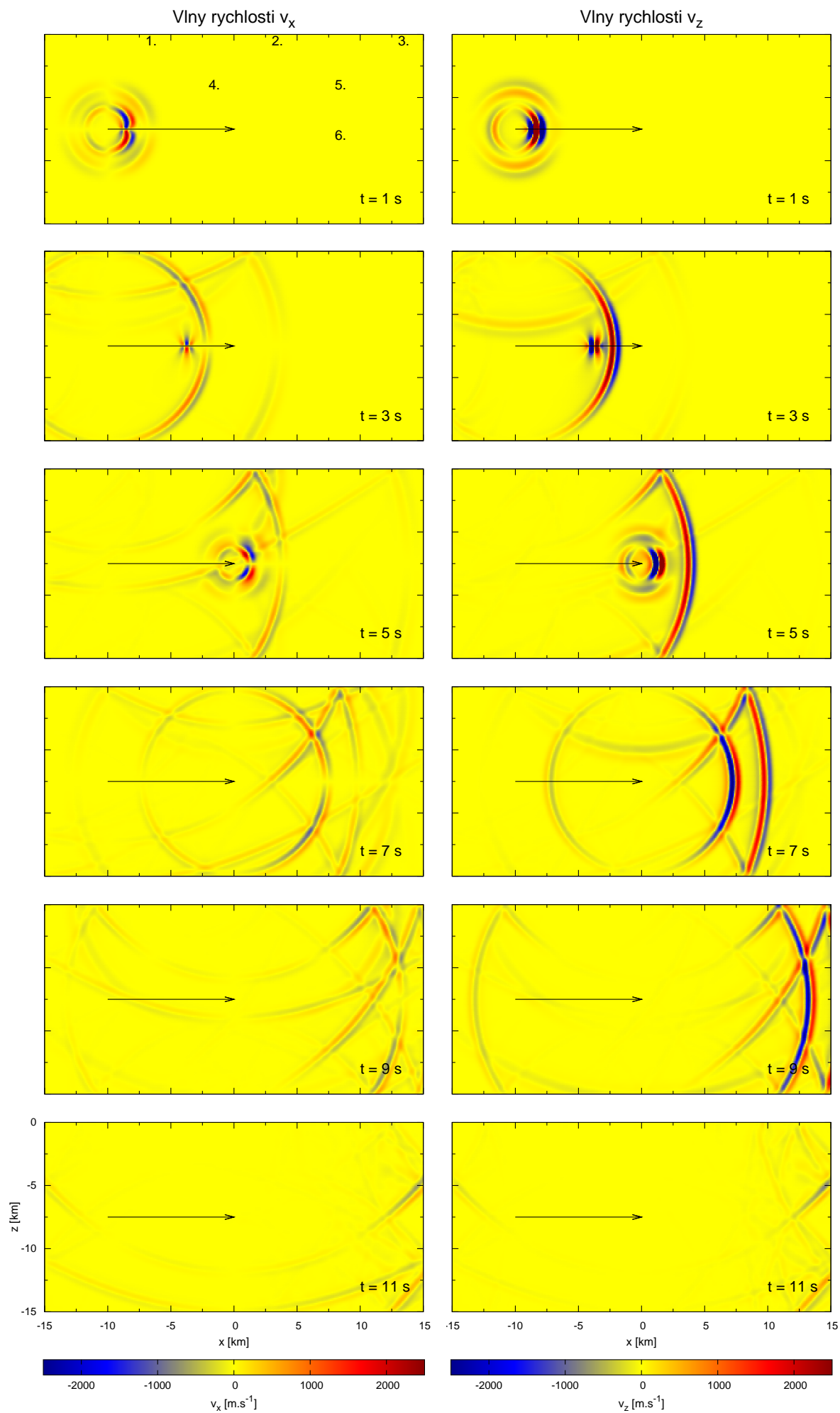
Očekávané zesílení efektů daného náhodného prostředí pro vlnové pole konečného zdroje nenastává, efekty náhodného prostředí v provedeném výpočtu by nestačily pro vysvětlení nižší pozorované direktivity než je teoreticky předpokládaná.



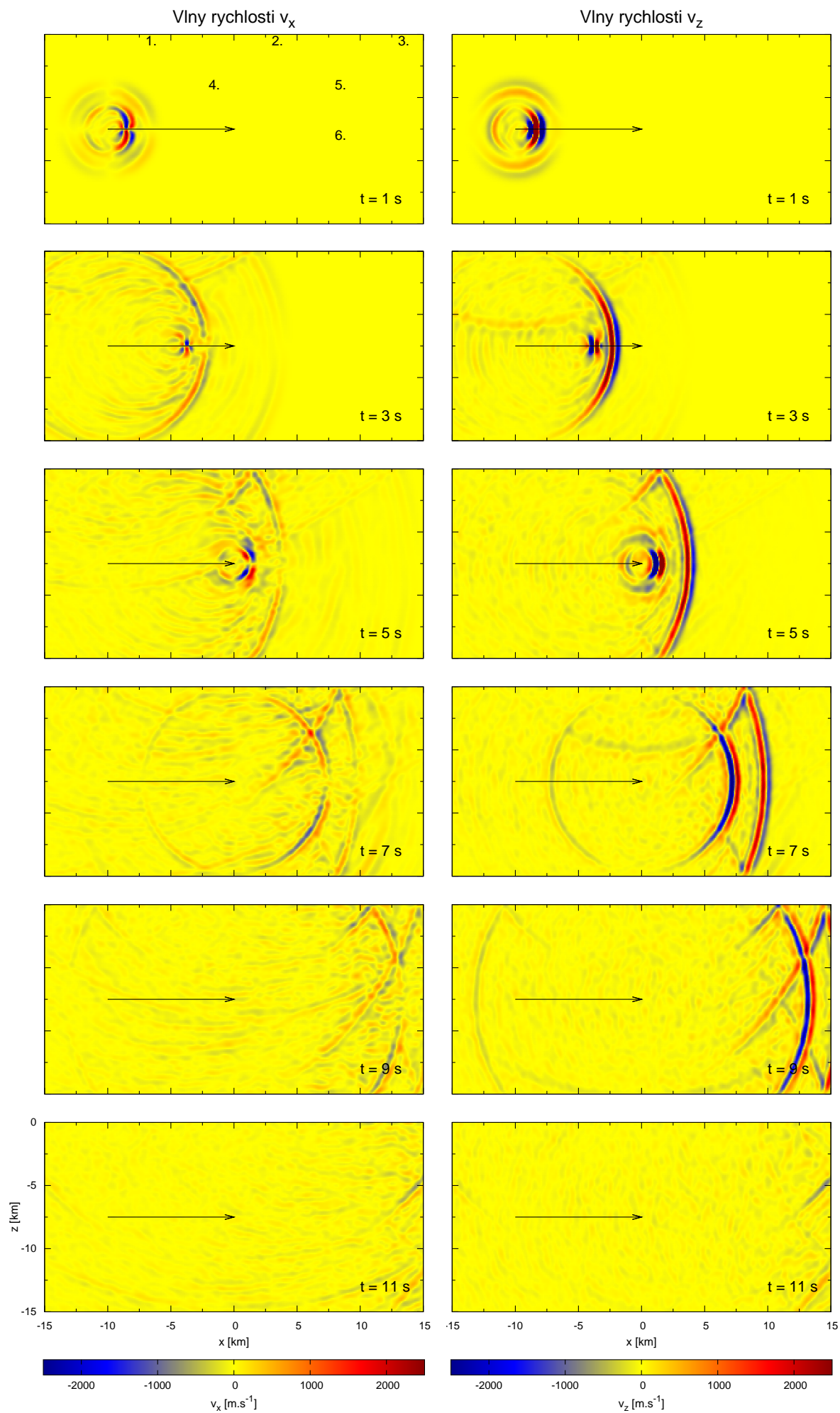
Obrázek 3.10: Obrázek umístění konečného zdroje (tj. pohybující se trhliny) a seismických stanic. (Šipka u konečného zdroje značí směr šíření trhliny.)

| č.stanice | x [km] | z [km] |
|-----------|--------|--------|
| 1 | -7,5 | -0,1 |
| 2 | 2,5 | -0,1 |
| 3 | 12,5 | -0,1 |
| 4 | -2,5 | -3,75 |
| 5 | 7,5 | -3,75 |
| 6 | 7,5 | -7,5 |

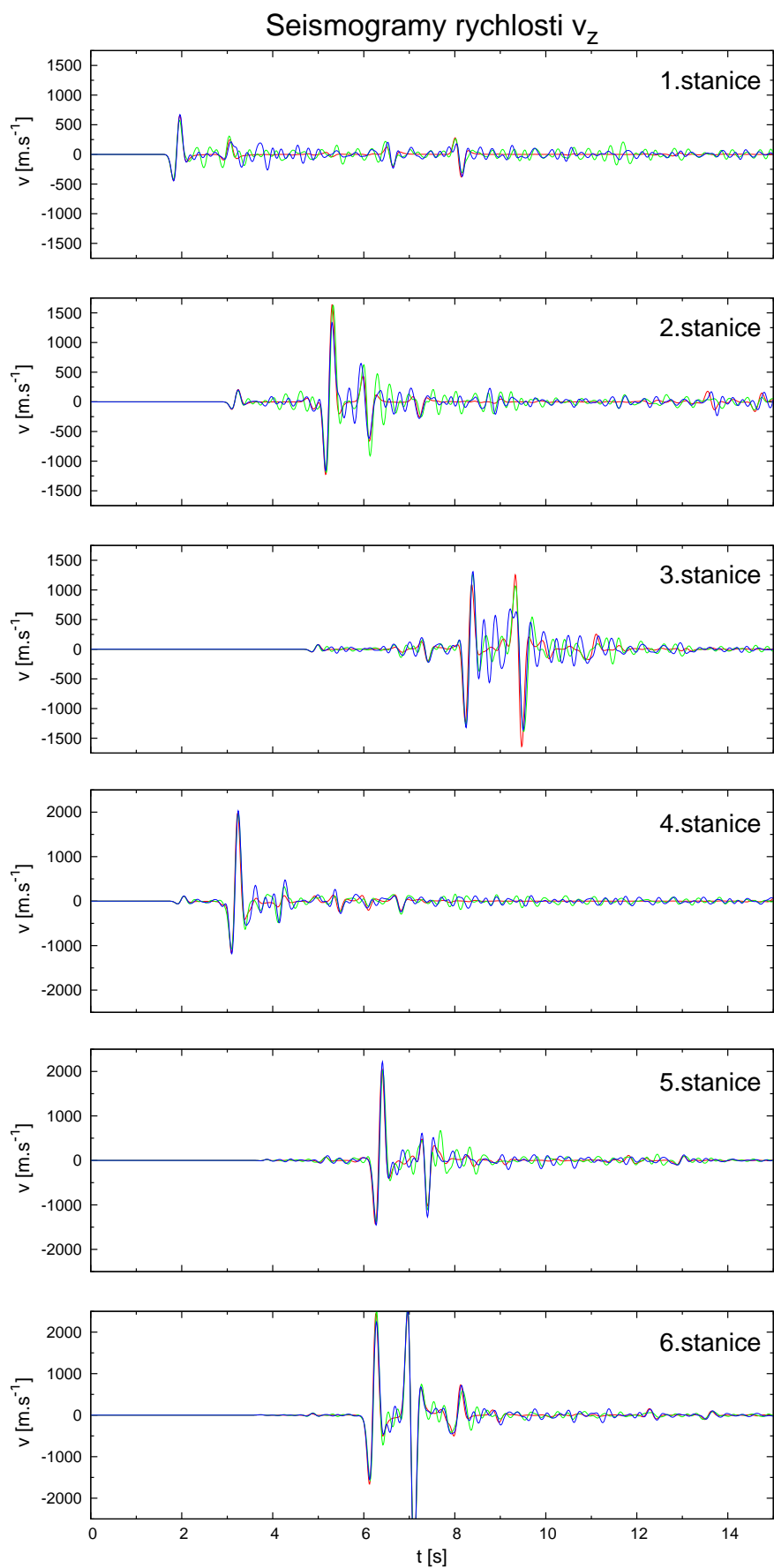
Tabulka 3.1: Polohy seismických stanic.



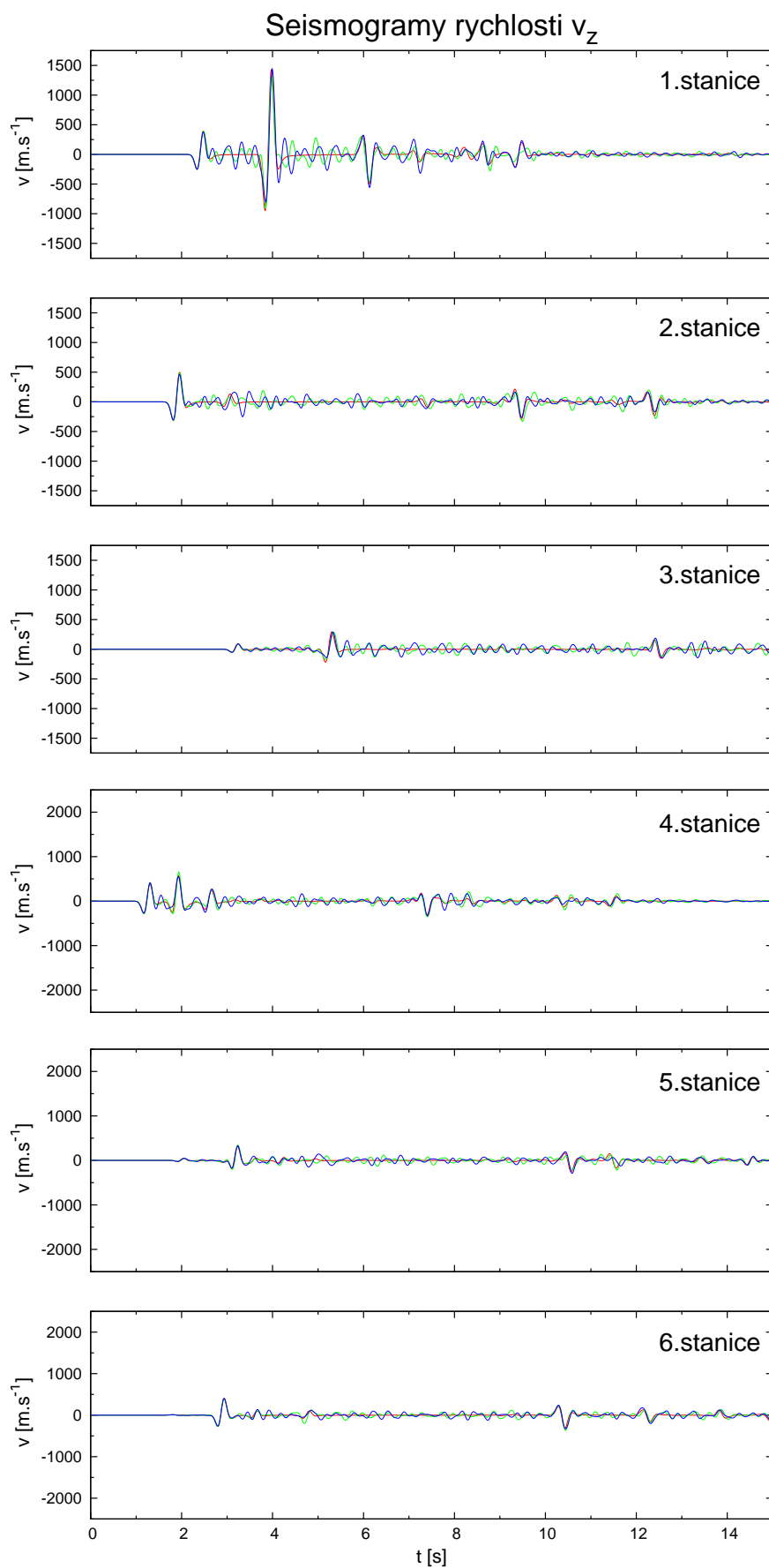
Obrázek 3.11: Šíření seismických vln generovaných konečným zdrojem v homogenním prostředí.



Obrázek 3.12: Šíření seismických vln generovaných konečným zdrojem v náhodném prostředí s $N = 0$.



Obrázek 3.13: Časové záznamy rychlostí v_z při realizaci konečného zdroje popsaného v textu. Porovnání výsledků dvou realizací náhodného prostředí (parametry těchto prostředí jsou uvedeny v textu) s výsledky v homogenním prostředí (červená linie).



Obrázek 3.14: Časové záznamy rychlostí v_z při realizaci trhliny pohybující se nyní opačným směrem.

Kapitola 4

Diskuze a závěr

Hlavním předmětem této práce bylo studium vlivu náhodného prostředí na vlnové pole bodového a konečného zdroje ve 2D prostředí. Provedli jsme výpočty vlnového pole bodového zdroje v několika realizacích náhodného prostředí. Parametry prostředí jsme volili tak, aby odpovídaly konfiguraci, při níž je v reálných prostředích pozorována nižší direktivita konečného zdroje. Zkoumali jsme také vliv hodnoty Hurstova exponentu N spektrálního modifikovaného von Kármánova filtru $F(k)$, který byl užíván při generaci náhodného prostředí, na šíření seismických vln v tomto prostředí. Výpočty jsme provedli pro hodnoty: $N = \{-0,5; 0; 0,5\}$. Pro všechny případy jsme vždy kontrolovali konvergenci řešení, neboť náhodné prostředí mohlo působit efekty konvergenci narušující.

Efekty náhodného prostředí s Hurstovým exponentem $N = 0$ na vlnové pole bodového zdroje zkoumané v kapitole 3.4 nejsou pro uvažované vzdálenosti příliš výrazné. Hlavní fáze vln přicházejí v náhodném prostředí na stanice blízké zdroji fázově nezpožděny, amplitudy vln kolísají pouze minimálně, generují se coda vlny nízkých amplitud. U vzdálenějších stanic pozorujeme mírné zesílení těchto efektů.

V náhodném prostředí bychom očekávali výraznější útlum hlavních fází. Pokud vezmu v úvahu, že energie pohybující se vlny se vytrácí při odrazech a konverzích vln na rychlostních heterogenitách, měl bych pozorovat větší útlum hlavních fází v důsledku zachování energie signálu oproti případu v prostředí homogenním. Na seismogramech v uvažovaných vzdálenostech však v náhodném prostředí pozorujeme i lokální zesílení amplitud. Zda nastane v daném místě zesílení či zeslabení, je pro takto krátké vzdálenosti šíření vln (uvažujeme vzdálenosti řádu deseti vlnových délek) jev v podstatě náhodný, záležející na konkrétní realizaci náhodného prostředí. Soudím, že při delších vzdálenostech šíření vln by větší útlum byl výraznější, ne toliko dílem náhody.

Studovali jsme vliv rozměrů rychlostních heterogenit na vlnové pole v náhodném prostředí. Relativní zastoupení heterogenit různých rozměrů (v mezích 30 m a 3000 m daných níže diskutovanými kosinovými filtry) jsme řídili velikostí Hurstova exponentu N . Obrázek 3.1 ukazuje, že pokud jsou filtry $F(k)$ pro různá N normalizovány tak, aby ve výsledku generovaly náhodná prostředí se stejnou hodnotou RMS rychlostních variací, pak s klesající hodnotou N relativní poměr amplitud vysokých vlnových čísel ve filtru $F(k)$ vůči amplitudám nízkých vlnových čísel roste. V prostorové oblasti tak je posíleno relativní zastoupení heterogenit menších rozměrů. Prostředí se jeví jako heterogennější, méně korelovanější, což potvrzuje také obrázek 3.2. Výpočty v nejheterogennějším prostředí (míním tím pro $N = -0,5$)

na seismogramech 3.8 ukazují, že heterogenity malých rozměrů ovlivní průchod vlny pouze málo. Vidíme generaci coda vln o relativně nízkých amplitudách, hlavní fáze však oproti homogennímu prostředí zpožděny nejsou, jejich amplituda kolísá pouze minimálně. Zdá se, že během šíření si vlna heterogenity o rozměrech daleko menších než je její vlnová délka „průměruje“, ve výsledku tak pozorujeme menší efekty než v případě Hurstova exponentu $N = 0$. Větší vliv na šíření vlny mají tedy heterogenity srovnatelné s vlnovou délkou procházející vlny (v našem případě $\lambda \approx 1000$ m, čemuž ve spektrální oblasti odpovídají vlnová čísla $k \approx 0,001 \text{ m}^{-1}$), jejichž relativní zastoupení v prostorové oblasti vůči heterogenitám malých rozměrů dle obrázku 3.1 roste s rostoucím Hurstovým exponentem.

Jeví se, že námi pozorované efekty náhodného prostředí jsou slabé v porovnání s efekty nalezenými v literatuře uvedenými v kapitole 3.3. Naše výpočty však byly provedeny při poněkud odlišných podmínkách ve srovnání s výpočty autorů zmíněných v kapitole 3.3. Tito autoři svá pozorování provádějí ve vzdálenostech desítek vlnových délek procházejících vln, používají také jiné parametry korelačních funkcí náhodného prostředí a různé hodnoty RMS variací rychlostí. My jsme se omezili na konkrétní vzdálenosti kolem deseti vlnových délek od zdroje vlnění s parametry náhodného prostředí nastavenými tak, aby co nejlépe odpovídaly reálným podmínkám, při nichž je pozorována nízká direktivita konečných zdrojů. Výpočty jsme prováděli také pouze pro jednu dominantní frekvenci Rickerova signálu zdroje vlnění. Existuje relativně mnoho parametrů, jimiž se prováděné výpočty dají modifikovat, srovnání výsledků našeho konkrétního specifického výpočtu s výsledky v kapitole 3.3 tudíž není zcela oprávněné.

Velkým rozdílem oproti výpočtům autorů zmíněných v kapitole 3.3. je užití spektrálního filtru $F(k)$ odpovídajícího von Kármánově korelační funkci modifikovaného dvěma kosinovými filtry (viz obrázek 3.1). Kosinový filtr na nízkých vlnových číslech, ($k < 0,003 \text{ m}^{-1}$), von Kármánovo spektrum odfiltroval. V prostorové oblasti pak bylo generováno náhodné prostředí, které na vzdálenostech větších než 3000 m již bylo homogenní. Odstraněním tohoto filtru bychom získali prostředí s rozměrnými heterogenitami, vůči nimž by se procházející vlny P a S (o převážně zastoupených vlnových délkách $\lambda_P = 1730$ m, $\lambda_S = 1000$ m při užívaném zdroji vln) chovaly jako paprsky. Vzhledem k odrazům a lomům paprsků na rychlostních rozhraních bychom v uvažovaných vzdálenostech od zdroje vlnění pravděpodobně ve větší míře pozorovali efekty popsané v kapitole 3.3, výrazněji by byly ovlivněny časy příchodů jednotlivých fází. Kosinový filtr na vyšších vlnových číslech spadající k Nyquistově frekvenci (v našem případě $k_{Nyq} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$) odstranil heterogenity velmi malých rozměrů (< 30 m). Tyto narušovaly konvergenci řešení, na seismogramech se projevovaly vysokofrekvenčními složkami nízkých amplitud. Největší vliv měl tento filtr na $F(k)$ při hodnotě $N = -0,5$, funkce $F(k)$ s touto hodnotou N měla totiž při zafixované hodnotě RMS největší zastoupení vysokých vlnových čísel v porovnání s $N = 0$ a $N = 0,5$. Jeho odstraněním bychom museli výpočty provádět na hustší diskretizační mřížce, což by bylo výpočetně velmi náročné.

V kapitole 3.5 jsme počítali vlnové pole konečného zdroje v homogenním prostředí a srovnávali je s výpočty v náhodném prostředí. Efekty na vlnové pole konečného zdroje jsou dosti podobné těm na vlnové pole bodového zdroje. Ukazuje se, že očekávané zesílení efektů náhodného prostředí pro konečný zdroj nenastává. Distribuovaný model konečného zdroje byl samozřejmě velmi zjednodušený a v podstatě velmi vzdálený od reálného konečného zdroje. Na základě provedeného výpočtu tedy nelze jednoznačně tvrdit, že náhodné prostředí nižší direktivitu vysvětlit nemůže. Výpočet však může sloužit jako počáteční krok k hlubší studii

nastoleného problému.

Hlavní omezení výpočtů vlnových polí bodových a konečných zdrojů v náhodných prostředích bylo několik. Reálné zemětřesené zdroje jsme ve výpočtech aproximovali pouze modelem zdroje vlnění, kdy jsme zadávali časový průběh zrychlení půdy v místě lokace zdroje. Zdroj vlnění byl zadán pouze jednou zdrojovou silou. Reálný zemětřesený zdroj je však daleko komplexnější, většinou se popisuje modelem dvou dvojic sil. Reálný zdroj má také daleko bohatší spektrum než užitý zdrojový Rickerův signál. Pozorování jsme v podstatě prováděli pouze pro jednu frekvenci (centrální frekvenci Rickerova signálu) zdroje. Řada efektů však může být frekvenčně závislých. Všechna pozorování jsme provedli ve 2D prostředí, což kladlo výrazné omezení na užití zdroje diskutované v oddílu 1.3. Není také zřejmé, zda efekty náhodných variací rychlostí budou mít ve 3D prostředí stejný charakter jako v prostředí 2D. Všechna tato omezení je možné zpřesňovat hlubšími studiemi uvedené problematiky.

Literatura

- [1] Castro C. E., Käser M., Brietzke G. B. (v tisku): Seismic wave propagation modeling through highly heterogenous material using the Discontinuous Galerkin Finite Element scheme with sub-cell resolution, *Geophys. J. Int.*
- [2] Dumbser M., Käser M. (2006): An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - I. The two-dimensional isotropic case with external source terms, *Geophys. J. Int.*, **166**, 855-877.
- [3] Festa G., Nielsen S. (2003): PML Absorbing Boundaries, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **93**, 891-903.
- [4] Frankel A., Clayton R. W. (1986): Finite difference simulations of seismic scattering: Implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity, *J. Geophys. Res.*, **91**, 6465-6489.
- [5] Gallovič F., Burjáněk J. (2007): High-frequency Directivity in Strong Ground Motion Modeling Methods, *Annals of Geophysics*, **50**, 203-211.
- [6] Hoshiya M. (2000): Large fluctuation of wave amplitude produced by small fluctuation of velocity structure, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **120**, 201-217.
- [7] Klimeš L. (2002): Correlation Functions of Random Media, *Pure appl. geophys.*, **159**, 1811-1831.
- [8] Martinec Z. (2003): *Continuum mechanics*, Praha.