

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Ľubica Valentová

Konvekce v plášti Země: Počítačové modely a pozorovaná data

Katedra geofyziky

Vedoucí diplomové práce: Doc. Hana Čížková, Dr.

Studijní program: Geofyzika

2009

Predovšetkým by som chcela poďakovať mojej školiteľke Doc. Hane Čížkovej za nekonečnú trpezlivosť s mojou prácou, mnohé cenné rady, ochotu pomôcť a vynikajúce vedenie. Veľká vďaka patrí Marii Běhounkovej za poskytnutie výsledkov jej modelov pre náš výpočet a ich podrobné vysvetlenie. V neposlednom rade by som chcela poďakovať Nicolovi Tosimu za poskytnutie jeho výsledkov výpočtu pre porovnanie s naším. Ďalej by som chcela poďakovať všetkým členom katedry za všestrannú pomoc a vytvorenie priateľského prostredia. Nakoniec by som na tomto mieste rada spomenula mojich rodičov, ktorí mi vždy držali palce, ako aj Táňu, Lucku a Paľa za pomoc s unixovými a ďalšími problémami.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 4.9.2009

Ľubica Valentová

Obsah

1	Úvod	5
2	Rezy subdukčnými oblasťami	10
2.1	Dlhovlnný geoid	10
2.2	Geoid na stredných vlnových dĺžkach	11
2.3	Seizmická tomografia	14
3	Výpočet geoidu	16
3.1	Výpočet geoidu zo zadaného hustotného rozloženia	16
3.2	Dynamický geoid	18
3.3	Poznámka k nespojitosti na vertikálnej hranici	19
3.4	Presnosť metódy	19
3.5	Filtrovanie	22
4	Modely deformovaných platní	26
4.1	Model sy8e21c30v	27
4.2	Vplyv kôry – model sy8e19c30v	31
4.3	Vplyv pevnosti platne – model sy9e21c30v	34
4.4	Vplyv nárastu viskozity v spodnom plášti	37
4.5	Vplyv okrajovej podmienky – model sy8e21c30fs	38
4.6	Zhoda modelov s reálnymi dátami	42
5	Diskusia	44
5.1	Viskozita	44
5.2	Geometria	46
5.3	Hustoty	52
6	Zhrnutie a záver	53
	Literatúra	55
A	Riešenie Laplaceovej rovnice	58

Název práce: Konvekce v plášti Země: Počítačové modely a pozorovaná data
Autor: Ľubica Valentová
Katedra (ústav): Katedra geofyziky
Vedoucí diplomové práce: Doc. Hana Čížková, Dr.
e-mail vedoucího: hk@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstrakt: V predloženej diplomovej práci sme využili výsledky modelovania deformácie subdukovaných platní v strednom plášti Marie Běhounkovej, ktorá pre niekoľko rôznych nastavení určitých reologických parametrov plášte a kôry úspešne vystihla rozsiahle chladné anomálie v prechodovej zóne a spodnom plášti pozorované v seizmických tomografických modeloch. My sme ohodnotili tieto modely pomocou výpočtu anomálií dynamického geoidu pre stredné vlnové dĺžky a porovnania s geoidom pozorovaným nad niektorými subdukčnými oblasťami Zeme. Dobrý súhlas v priebehu pozorovaného a predikovaného geoidu sme našli pre všetky modely s dostatočným množstvom subdukovaného chladného materiálu, avšak v amplitúdach pre všetky modely nachádzame minimálne rádový rozdiel. Ten sme sa pokúsili vysvetliť použitím kartézskej geometrie poprípade nadhodnotenými hustotnými anomáliami nachádzajúcimi sa v strednom plášti.
Kľúčová slova: anomálie geoidu, subdukcia, reológia plášte

Title: Mantle convection: Numerical models and observed data
Author: Ľubica Valentová
Department: Department of Geophysics
Supervisor: Doc. Hana Čížková, Dr.
Supervisor's e-mail address: hk@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstract: In this thesis we used results of modelling of deformation of subducted plates at intermediate depths of mantle carried out by Marie Běhounková. Her models successfully described development of cold blob-like features in the transition zone and mantle (as seen in seismic tomography images) for several sets of parameters specifying mantle and crust rheology. We evaluated these models by calculation of anomalies of dynamic geoid for intermediate wavelengths and by comparison with geoid observed above several Earth subduction zones. We found good agreement in the shape between observed and predicted geoid for models containing enough subducted cold material. However there is difference in amplitudes of at least one order of magnitude. We tried to explain this discrepancy either by use of cartesian geometry or by overestimation of density anomalies situated in the mantle at intermediate depths.
Keywords: geoid anomaly, subduction, mantle rheology

Kapitola 1

Úvod

Koncom 60. rokov minulého storočia sa vyvinula teória platňovej tektoniky, podľa ktorej je najvrchnejšia vrstva Zeme, litosféra, rozlámaná na platne, ktoré sú voči sebe v neustálom pohybe. Pri divergentnom pohybe platní od seba na oceánskych chrbtoch je tvorená nová litosféra. Táto litosféra postupuje smerom od chrbtov, postupne chladne a hrubne. Chladná litosféra začína byť ťažšia voči plášťovému materiálu pod ňou a môže sa doňho zanárať. Tento proces sa objavuje v oblastiach konvergentných okrajov platní. Tie nazývame subdukčné zóny, pretože sa litosférická platňa zanára, subdukuje pod druhú. Subdukcia litosférických platní je súčasťou zložitého konvekčného prúdenia v plášti. Preto pochopenie procesov odohrávajúcich sa v subdukčných zónach je dôležité pre určovanie ďalšieho tepelného, ako aj chemického vývoja našej planéty. Zaujímavosťou ostáva, že Zem je jediná terestriálna planéta slnečnej sústavy, na ktorej sa nachádzajú aktívne subdukčné zóny [1].

Ako typické príklady subdukčných oblastí si vezmeme zanáranie platne Nazca pod Juhoamerickú platňu, oblasť Aleutských ostrovov, kde sa pod Severoamerickú platňu subdukuje Pacifická alebo pre naše krajiny najvýznamnejšia subdukcia Africkej platne pod Eurázijskú. Aj nezaujatému čitateľovi bude zrejmý význam subdukcie pri formovaní zemského povrchu. Pri zanáraní platne vzniká hlboká oceánska priekopa na hranici platní. Dokonca najhlbšie miesto na Zemi v Mariánskej priekope vzniklo v dôsledku subdukcie Pacifickej platne pod Filipínsku. Kontrastne k hlbokomorským priekopám vznikajú v blízkosti za subdukciou v nadložnej platni horské pásma. Tieto pásma majú vulkanický charakter a sú považované za dôsledok natavenia klesajúceho materiálu obsahujúceho volatilné prvky (napríklad voda). Tak vzniklo horské pásmo na západe oboch amerických kontinentov. Ak sa nad subdukujúcou platňou nachádza oceánska platňa, vulkanické pásma sa vyvíjajú z podmorských na ostrovné. Tieto ostrovné reťazce bývajú rovnobežné s priekopou, často bývajú zakrivené a nazývajú sa preto ostrovné oblúky. Najviac takýchto súostroví nájdeme v západnom okraji Tichého oceánu, napríklad Kurilské ostrovy, Japonské, Filipínske a mnohé ďalšie. Za ostrovným oblúkom sa v niektorých oblastiach objavuje zaoblúková extenzia oceánskej platne. Pri subdukcii dochádza k obohacovaniu plášťového materiálu o horniny nachádzajúce sa v kôre, o ktoré je plášť ochudobnený. Vďaka subduk-

cii teda dochádza k prirodzenej recyklácii kôry, sedimentov a volatilných prvkov, ktoré budú opäť vynesené na povrch na oceánskych chrbtoch.

Významným prejavom procesu subdukcie na povrchu sú silné a ničivé zemetrasenia. Spolu s už spomínaným vulkanizmom teda vytvárajú zo subdukčných zón najrizikovejšie oblasti pre ľudstvo. Príkladom nám je oblasť obklopujúca takmer celý Tichý oceán, bohatá na výskyt zemetrasení (90% svetových zemetrasení) a vulkanických erupcií, ktorá preto dostala názov Ohnivý kruh (angl. Pacific Ring of Fire).

Dôležité nahliadnutie na to, čo sa deje so subdukovanou litosférou pod povrchom, nám poskytujú hlavne rôzne druhy seizmických meraní, podrobnejšie viď [2]. Prvotnú informáciu o tvare zanárajúcej platne nám poskytli Wadati-Benioffove zóny. Tak sa nazývajú oblasti, kde sú hypocentrá zemetrasení zoskupené do rovín šikmo sa zanárajúcich od povrchu do plášťa a spájame ich s uvoľňovaním napätí vo vnútri subdukujúcej platne. Ako v jediných oblastiach na Zemi sa tu vyskytujú veľmi hlboké zemetrasenia s maximálnou hĺbkou okolo 700 km, na základe čoho sa predpokladá, že subdukujúca litosféra si zachováva istú pevnosť až do hĺbky 700 km. Štúdium mechanizmov zemetrasení vo Wadati-Benioffových zónach nám poskytuje informácie o rozložení napätia a o charaktere deformácie slabu pri poklesávaní do väčších hĺbok.

Napriek tomu, že seizmicita sa končí v hĺbkach rozhrania spodného a vrchného plášťa, v dnešnej dobe vieme, že subdukujúca platňa sa dostáva aj do väčších hĺbok. Dôležitú úlohu pri tom hral rozvoj seizmických tomografických modelov. V súčasnej dobe seizmická tomografia dobre rozoznáva tenké platne vo vrchnom plášti. V spodnom plášti sa situácia komplikuje. V niektorých oblastiach sú zjavne viditeľné klesajúce chladné útvary dosahujúce k zemskému jadrú, v iných oblastiach sa zdá, že sa platňa zastaví na hranici vrchného a spodného plášťa. Čo je ale najdôležitejšie, platňa prestáva byť platňou. Miesto toho by sme podľa seizmických tomografických modelov mali očakávať v spodnom plášti veľké hrudivé štruktúry. Informácia, že subdukujúca litosférická platňa zrejme preniká do spodného plášťa zhrubnutá, bude pre nás kľúčová.

Existuje viacero možných príčin zhrubnutie a spomalenia (popríklad až zastavenia) procesu subdukcie pri kontakte so spodným plášťom. Jedným z nich je nárast viskozity s hĺbkou, pričom sa predpokladá, že na rozhraní spodného plášťa s vrchným dochádza ku skokovému nárastu viskozity o jeden až dva rády. Dalším je vplyv endotermického fázového rozhrania v hĺbke 660 km. Z tohto dôvodu zahŕňame do úvah o pohyboch odohrávajúcich sa v plášti dynamický efekt najvýznamnejších fázových rozhraní v hĺbkach 410 km a 660 km. Tento účinok je spôsobený teplotnou závislosťou tlaku (hĺbky) fázového rozhrania. Ak sa v chladnejšom slabe objaví nová fáza v menšej hĺbke ako v okolitom plášti (napríklad pri premene olivínu na wadsleyit v 410 km), vzniká v slabe dodatočná kladná hustotná anomália, ktorá ho bude ťahať hlbšie. Takéto správanie je charakteristické pre exotermické fázové premeny. Naopak pri endotermických, ako je premena spinelu na perovskit a ferropriklas v 660 km, dôjde k premene na hustejšiu fázu v chladnejšom materiáli vo väčšej hĺbke, vzniknutá hustotná anomália bude teda záporná. Endotermické premeny teda predstavujú prekážku v pohybe chladnejšej

litosféry. Fázové premeny ostatných minerálov sa málokedy uvažujú, predpokladá sa, že ich prítomnosť jedine zníži efekt týchto dvoch hlavných rozhraní.

Hoci dostávame množstvo informácií o procesoch odohrávajúcich sa v subdukčných zónach z rôznych odvetví (okrem vyššie spomínanej seizmológie sú to napríklad petrológia, gravimetria, geochemia), nezanedbateľným prínosom pre nás ostáva numerické počítačové modelovanie, ktoré nám slúži prevažne na testovanie hypotéz o zložení a dynamike pláštia a subdukcií. Dnešné modely sa snažia vystihnúť geometriu slabu v plášti, objasniť interakciu subdukujúceho materiálu s fázovými rozhraniami, procesy v plášťovom kline a mnoho ďalších charakteristických vlastností, napr. [1].

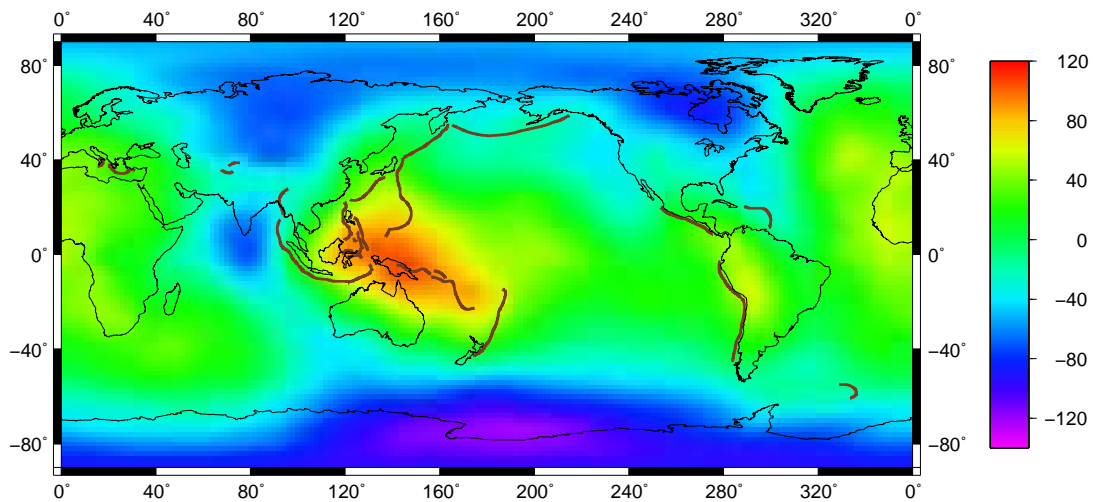
Pri vytváraní numerických modelov sa ukázala veľmi dôležitá znalosť reológie plášťového materiálu. Plášť sa chová zhruba ako newtonovská kvapalina v časových obdobiach miliónov rokov, ale pri modelovaní deformácie chladnejšej litosféry treba uvážiť okrem newtonovskej reológie zložitejší nelineárny reologický vzťah obsahujúci mocninné tečenie. Odhady parametrov vystupujúcich v reologických vzťahoch sa získavajú z vysokotlakých a vysokoteplotných experimentoch na mineráloch vyskytujúcich sa v plášti, najmä olivíne. V súčasnej dobe teda nepoznáme presné hodnoty parametrov a ukazuje sa, že deformácia plášťových hornín je silne závislá nielen na teplote, tlaku a napätí, ale výrazne aj na veľkosti zrna, čo je veličina, ktorá prechádza pri fázovej premene podstatnou zmenou.

Okrem reologického popisu ostáva pri modelovaní subdukcií mnoho problémov. Oceánska litosféra sa skladá z viacerých vrstiev sedimentov, oceánskej kôry a plášťovej litosféry, pričom každá táto vrstva sa vyznačuje odlišným chemickým zložením s odlišnými vlastnosťami. Navyše v týchto materiáloch dochádza k fázovým premenám, ktorých priebeh zatiaľ nevieme presne popísať. Ďalším problémom býva vytvorenie správneho sklonu zanorenia litosféry, často sa totiž v modeloch objavuje vertikálne subdukujúci slab. V zemských subdukčných oblastiach sa objavujú strmo, ale aj veľmi plytko sa zasúvajúce litosférické platne a dokonca sa sklon zanorenia môže v rámci jednej subdukčnej oblasti celkom výrazne meniť. Nielen toto, ale aj množstvo ďalších prvkov spôsobuje, že subdukcia tektonických platní je komplikovaný proces. V jednotlivých subdukčných oblastiach vidíme navyše rôzne štádiá vývoja.

Keďže mnoho parametrov, ktoré majú vplyv na proces subdukcie, nám nie je dostatočne známych, je nutné využiť akúkoľvek získanú informáciu na obmedzovanie prijateľných modelov plášťového tečenia a deformácie litosférických platní. Tiažové merania na zemskom povrchu tvoria významnú súčasť znalostí, ktoré získavame nielen o procesoch odohrávajúcich sa na povrchu, ale aj hlboko pod ním. Najčastejšie sa vyhodnocujú pomocou dvoch veličín – tiažových anomálií popr. geoidu, ktorých hodnoty sa dnes veľmi presne dajú zistiť vďaka satelitným meraniam. No už niekoľko desaťročí bola známa súvislosť kladných dlhovlnných anomálií geoidu a subdukčných oblastí [3]. Ako si možno povšimnúť na obrázku 1.1, nad značnou časťou subdukčných oblastí pozorujeme rozľahlé maximá. Keďže klesajúci ťažký materiál predstavuje dodatočnú hustotnú anomáliu, tento výsledok nie je prekvapujúci. Geoid získaný čisto od príspevkov hustotných anomálií by bol správne určený len v statickom plášti. Ukázalo sa, že pohybujúci sa

materiál vytvára na hraniciach oblastí dodatočné hustotné anomálie kompenzujúce anomálie vo vnútri oblasti, a tak bol vytvorený model dynamického geoidu, ktorý má pre správne zadané rozloženie hustotných anomálií a reológiu plášťa vystihovať pozorovaný geoid.

V numerických modeloch subdukcie sa ukázalo, že v izoviskóznom plášti by sme nad subdukčnými oblasťami pozorovali záporný geoid [4]. Len vďaka nárastu viskozity materiálu plášťa s hĺbkou sme schopní zmeniť znamienko geoidu na pozorované kladné (podrobnejšie napr. parametrická štúdia v [5]). Inverzné úlohy geoidu sa začali venovať nielen odhaleniam hustotných anomálií v plášti ale aj jeho viskóznym profilom. Geoid tak bol využitý nielen pri odhaľovaní rozloženia hustotných anomálií, ale aj pri určovaní reologických vlastností plášťa.



Obrázok 1.1: Zemský geoid z modelu [6] zo sférického harmonického rozvoja na stupňoch 2 – 90. Hnedou čiarou sú vyznačené subdukčné zóny dané z [7]

Najčastejšie sa na určovanie reologických parametrov zemského plášťa používalo porovnanie s dlhovlnným geoidom nad klesajúcim materiálom v subdukčných oblastiach. Okrem pomeru viskozity v jednotlivých vrstvách plášťa sa dajú pomocou kratších vlnových dĺžok zistiť aj ďalšie vlastnosti: pevnosť slabu pri vstupe do plášťa ([8],[9]), oslabenie oblasti pri kontakte platní, ako aj uhol zanárania ([5],[10]), prítomnosť nízkoviskózneho materiálu na kontakte, poprípade v plášťovom klíne nad slabom ([11]). Niektoré práce dokonca na základe vlastností geoidu uprednostňujú modely s vrstevnatou konvekciou v plášti ([12],[13]).

V tejto práci sme nadviazali na výsledky dizertačnej práce Márie Běhounkovej [14], ktorá pomocou svojho programu modelovala termo-chemickú konvekciu v dvojrozmernej karstézskej oblasti pri stretnutí dvoch konvergentých litosférických platní. Ukázala, že pri určitých nastaveniach reologických parametrov subdukujúca platňa pri prechode do spodného plášťa výrazne zhrubla. Pomocou týchto modelov možno teda vysvetliť rozľahlé kvapkovité anomálie chladného materiálu v spodnom plášti pozorované v seizmických tomografických modeloch. My sa pokúsime vyhodnotiť vierohodnosť takýchto modelov s chladným materiálom do-

sahujúcim do stredného plášťa z hľadiska geoidu. Zo zadaných vstupných hustôt a rozloženia napätia vypočítame geoid a porovnáme ho s geoidom nad subdukčnými oblasťami na Zemi.

Numerický model bol skonštruovaný predovšetkým pre štúdium deformácie slabov v prechodovej zóne a vrchnej časti spodného plášťa. V menších hĺbkach (oblasť kontaktu platní), ako aj v najhlbších častiach spodného plášťa, je značne zjednodušený. Preto sa v našej analýze zameriame na tú časť spektra geoidu, ktorá odráža práve štruktúry a procesy v stredných hĺbkach, a to strednevlnnú časť spektra.

Běhounková v [15] ukazuje, že zhrubnutie subdukujúcich platní navrhované seizmickou tomografiou možno docieľiť v rade modelov s rôznymi reologickými parametrami. My sa pokúsime určiť, či niektoré z týchto modelov možno vylúčiť ako nevyhovujúce z hľadiska geoidu a iné vybrať ako preferované. Úloha je oproti geodynamickým inverziám zložitejšia. Zatiaľ čo inverzie využijú jeden okamih hustotného rozloženia na určenie rozloženia viskozity, v našom prípade máme vývoj rozloženia teplôt (tj. hustôt) jednoznačne zviazaný s viskozitou a touto dvojicou by sme chceli vystihnúť pozorovaný geoid.

Kapitola 2

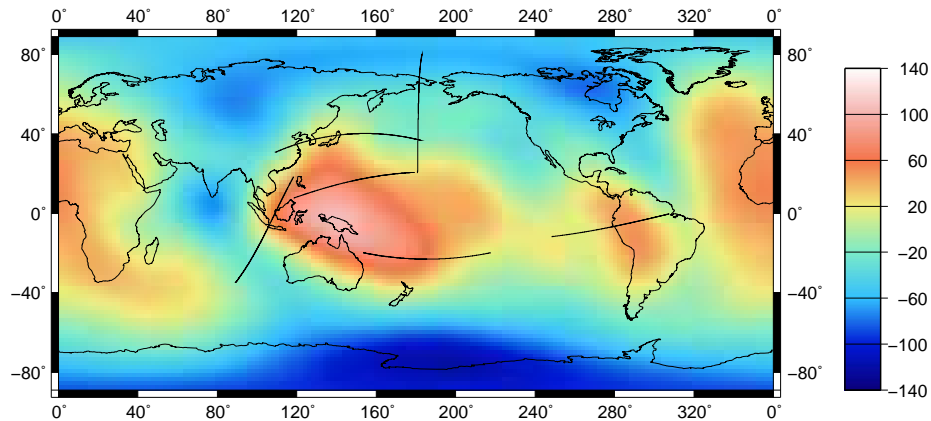
Rezy subdukčnými oblasťami

V tejto kapitole zhrnieme vlastnosti geoidu nad subdukčnými oblasťami na Zemi a niektorým z nich sa budeme podrobnejšie venovať pomocou ich kolmých profilov.

2.1 Dlhovlnný geoid

Ako sme už spomínali v úvodnej časti, pre subdukčné oblasti sú typické rozľahlé dlhovlnné kladné anomálie. Ako vidíme na obrázku 2.1, kde je znázornený dlhovlnný geoid zo stupňov harmonického rozvoja 2 – 10, najvýraznejšia dlhovlnná anomália geoidu sa nachádza v oblasti juhovýchodnej Ázie nad Novou Guineou. Na protiahlejš strane Tichého oceánu sa nachádza ďalšia oblasť s kladnou anomáliou geoidu spojená so subdukčnou zónou v Južnej Amerike. Najrozsiahlejšiu oblasť s kladným dlhovlnným geoidom nájdeme nad Africkou platňou, táto ale nie je spojená so žiadnou subdukčnou oblasťou. Podľa [16] koreluje geoid na stupňoch 2 a 3 s pozíciami mezozoických subdukčných zón, čo predstavuje kladné hustotné anomálie v spodnom plášti. Preto sa často pri úvahách o dlhovlnnom geoide nad súčasnými subdukčnými oblasťami berie do úvahy až sférický harmonický rozvoj od stupňa 4, v ktorom do popredia vystupujú oblasti s kladnou anomáliou geoidu rozliehajúce sa pozdĺž subdukčných oblastí a centrovane nad priekopu.

Na obrázku 2.1 sú vyznačené aj rezy niektorými subdukčnými oblasťami, dlhovlnný geoid na týchto rezoch nás nebude podrobnejšie zaujímať, preto tu tieto profily neuvádzame, len si ich stručne popíšeme. Priebeh geoidu je nad väčšinou subdukčných oblastí obdobný, vo vzdialenosti 1000 – 2000 km za priekopou sa objavuje relatívne široké maximum, ktorého amplitúdy ležia od 30 m nad Japonskom až po 80 m nad Marianami. Výraznou výnimkou sú Aleutské ostrovy, kde je dlhovlnný geoid záporný, no po odstránení najdlhších zložiek by sme odhalili opäť lokálne maximum v zaoblúkovej oblasti.

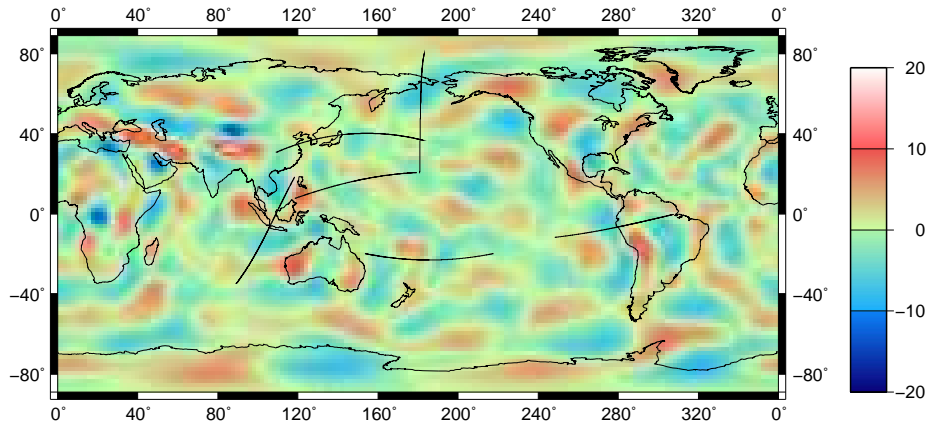


Obrázok 2.1: Geoid z modelu [6] z rozvoja na stupňoch 2 – 10. Čiernou linkou sú vyznačené použité rezy subdukčnými oblasťami

2.2 Geoid na stredných vlnových dĺžkach

Na obrázku 2.2 máme vykreslené amplitúdy geoidu na stupňoch 11 – 31, tj. tých, ktoré nás budú prevažne zaujímať v našich úvahách. Rozvoj do týchto stupňov prepúšťa signál z vlnových dĺžok v rozmedzí 1270 km až 3500 km, čo zodpovedá našej voľbe udávanej a vysvetlenej v časti o filtrovaní v kapitole 3.

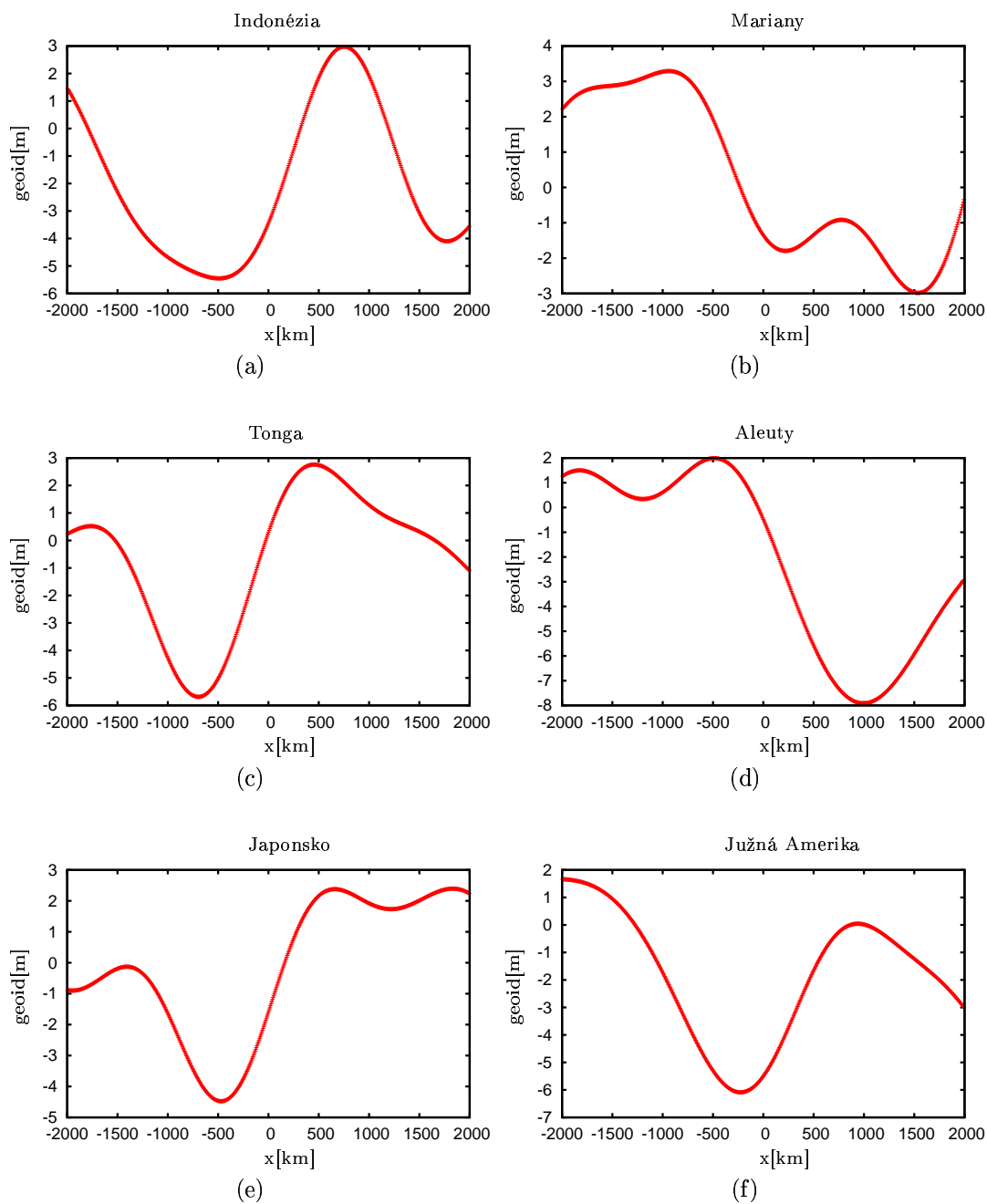
Na vyšších stupňoch geoidu pozorujeme omnoho nižší signál ako na najnižších stupňoch, amplitúdy klesli z hodnôt vyše 100 m na hodnoty pod 20 m. Situácia nad jednotlivými tektonickými štruktúrami už nie je taká zrejmalá, ako to bolo pri dlhovlnných zložkách, na rôznych miestach sa objavujú oblasti s kladnými anomáliami obklopené zápornými. Ak našu pozornosť zameriame na subdukčné oblasti, zistíme, že tieto oblasti korelujú s oblasťami kladných anomálií geoidu aj po odčítaní príspevkov z najväčších vlnových dĺžok. Podrobnejšie sa vlastnostiam geoidu nad niektorými subdukčnými zónami z týchto vlnových dĺžok budeme venovať na jednotlivých profiloch vykreslených na obrázkoch 2.3.



Obrázok 2.2: Geoid z modelu [6] z rozvoja na stupňoch 11 – 31. Čiernou linkou sú vyznačené použité rezy subdukčnými oblasťami

Hoci najvýraznejšie príspevky ku geoidu nad subdukčnými zónami sú od dlhových zložiek, ak by sme si ale vykreslili podrobnejší geoid s krátkovlnnými príspevkami, nad subdukčnými oblasťami by sme objavili ešte jednu charakteristickú črtu. Keďže pri zanáraní jednej platne pod druhú vzniká v topografii relatívne hlboká priekopa, predstavuje táto priekopa dynamický príspevok ku geoidu a tak pozorujeme v rozľahlom kladnom geoide relatívne úzku (100 – 200 km širokú) priehĺbku s amplitúdou okolo 10 m [10].

Na obrázkoch 2.3 máme vykreslený geoid nad kolmými rezmi subdukčnými oblasťami (schématicky sú zakreslené na obrázku 2.2, ale s dĺžkou 7000 km centrovane nad priekopou). Porovnaním tvaru geoidu zistíme, že okrem dvoch profilov (Mariany – obr. 2.3b a Aleuty – obr. 2.3d) má geoid nad subdukčnými oblasťami na daných vlnových dĺžkach charakteristický priebeh. Približne 500 km pred samotným počiatkom subdukcie vzniká v geoidu lokálne minimum s amplitúdou cca -5 m. Toto minimum prerastie na lokálne maximum nachádzajúce sa 500–1000 km za subdukciou. Amplitúdy tohto maxima sú blízke 3 m v západnom Pacifiku (obr. 2.3a, 2.3c, 2.3e), v južnej Amerike (obr. 2.3f) je táto hodnota na našom profile nižšia. Povšimneme si ale na obrázku 2.2, že keby sme takýto profil nakreslili o 20° južnejšie, amplitúda by vzrástla k hodnote 10 m. Profil Aleutami (obr. 2.3d) vykazuje podobný priebeh ako v Marianach (obr. 2.3b). Podľa seizmickej tomografie (viď nasledujúca časť) v oboch oblastiach by mohli súčasne subdukované platne dosahovať len k spodnému plášťu, a tak môžeme geoid, ktorý dáva lokálne maximum pred subdukciou a minimum za subdukciou prisúdiť tejto skutočnosti. Tento fakt nemusí byť taký jednoznačný, pretože na konci nášho rezu sa nachádza ďalšia subdukčná oblasť vo Filipínach, ktorá môže spôsobiť pokles v zaoblúkovej oblasti v Marianach.



Obrázok 2.3: Profily geoidu nad subdukčnými oblasťami z rozvoja na stupňoch 10 – 31. 0 vždy udáva miesto subdukcie na povrchu, naľavo od nej ($x < 0$) sa vždy nachádza subdukujúca platňa, napravo ($x > 0$) nadložná

2.3 Seizmická tomografia

Aby sme mohli správne interpretovať výsledky z našich numerických modelov subdukovaných platní, je potrebné poznať aspoň približne rozloženie hustotných anomálií pre jednotlivé subdukčné oblasti. Budeme sa odvolávať na seizmické tomografické modely z [17], vykreslené pre nami vybrané rezy na obrázkoch 2.4.

Situácia v Indonézii nie je vôbec jednoduchá. Subdukčná zóna je tu dostatočne dlhá a objavuje rôznorodosť pre odlišné časti. Zatiaľ čo na východnom okraji seizmická tomografia nenachádza chladné anomálie v spodnom plášti a rozlišuje relatívne hrubé slaby končiace na rozhraní spodného a vrchného plášťa, na západnom okraji sú síce slaby vo vrchnom plášti opäť hrubé, avšak prenikajú dostatočne do spodného plášťa, kde ešte výraznejšie zhrubnú. Hoci nás zaujíma rez viac pri západnom okraji, mali by sme mať neustále na pamäti, že situácia môže byť v skutočnosti odlišná od uvedenej na obrázku 2.4a.

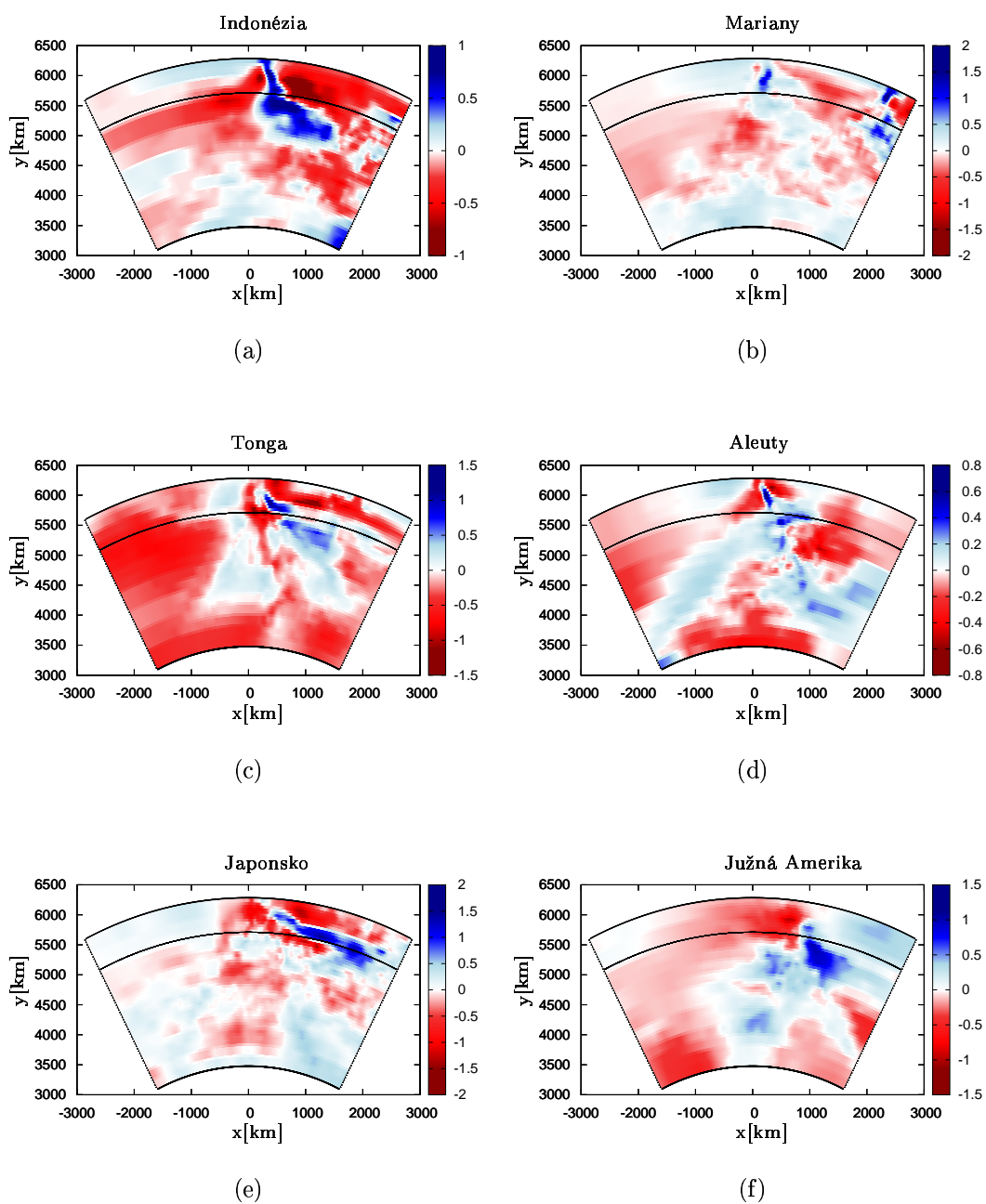
V Marianach podľa obrázku 2.4b máme subdukujúcu platňu pravdepodobne neprechádzajúcu do spodného plášťa, v prechodovej zóne pozorujeme zhrubnutie.

Ďalšia relatívne komplikovaná situácia nastáva v oblasti Tonga. V nami vybranom profile sa neďaleko za touto subdukciou objavuje ďalšia v oblasti Nových Hebríd, čo môže ovplyvňovať rozloženie seizmických tomografických anomálií videných hlavne v spodnom plášti. V tejto oblasti dobre vidieť zanárajúcu platňu v prechodovej zóne, kde sú seizmické anomálie celkom výrazné. Dá sa tiež usúdiť, že slab prechádza hlboko do spodného plášťa (1700 km), kde sa veľmi výrazne rozšíri, viď obr. 2.4c.

V Aleutách (2.4d) vidíme veľmi jasne chladnú anomáliu zhrubnutú v prechodovej zóne. Pod ňou sa nachádza relatívne rozsiahla chladná oblasť, ale keďže Pacifická platňa sa v tejto oblasti nesubdukuje tak dlho, prisudzujeme túto anomáliu staršej subdukcii platne Kula, ktorá nemusí byť spojená so súčasnými subkučnými procesmi.

Na obrázku 2.4e vidíme seizmický tomografický model v profile oblasti Japonska. Vidíme, že táto oblasť je charakterizovaná veľmi plytkou subdukciou a tak hoci je zanorený dostatočne veľký slab, hromadí sa chladná hmota na rozľahlej oblasti na rozhraní spodného a vrchného plášťa tak nepreniká hlboko do spodného plášťa.

Ako vidíme na obrázku 2.4f, slab pod Južnou Amerikou sa dostáva relatívne hlboko do spodného plášťa (1300 km). Hoci subdukujúca platňa pri povrchu nie je seizmickou tomografiou pozorovateľná, od prechodovej zóny hlbšie pozorujeme relatívne rozľahlú chladnú anomáliu, ktorá sa ešte zväčšuje pri prechode do spodného plášťa.



Obrázok 2.4: Seizmické tomografické obrazy subdukčných oblastí podľa [17]. 0 vždy udáva miesto subdukcie na povrchu, naľavo od nej ($x < 0$) sa vždy nachádza subdukujúca platňa, napravo ($x > 0$) nadložná

Kapitola 3

Výpočet geoidu

Geoid je definovaný ako plocha konštantného tiažového potenciálu zodpovedajúceho so strednou hladinou oceánov, ktorý v sebe zahŕňa potenciál gravitačného pôsobenia hmôt a potenciál odstredivej sily v dôsledku rotácie Zeme. Častejšie sa ale pod geoidom myslia anomálie geoidu, odchýlky medzi ekvipotenciálnou plochou celkového potenciálu a referenčným elipsoidom, čo je ekvipotenciálne plocha zodpovedajúca hydrostatickému rotujúcemu elipsoidu. Pod geoidom teda budeme chápať rozdiel výšky týchto dvoch ekvipotenciálnych plôch.

V tejto kapitole si najskôr ukážeme, ako sa vypočíta geoid zo známych hustotných anomálií vo vnútri Zeme z Newtonovho gravitačného zákona. V ďalšej časti sa budeme venovať reprezentácii dodatočných hustotných anomálií, ktoré sú následkom pohybov vo vnútri živého konvekčívneho plášťa. Nakoniec sa pozrieme na niektoré numerické problémy.

3.1 Výpočet geoidu zo zadaného hustotného rozloženia

Pri výpočte geoidu vychádzame z dvoch základných rovníc: Brunsovej teorémy a z Poissonovej rovnice pre gravitačný potenciál. Podľa Brunsovej vety pre geoid N na povrchu platí

$$N(x) = \frac{V(x, y, z = 0)}{g(x, y)} \quad (3.1)$$

kde $V(x, y, z)$ je gravitačný potenciál, $g(x, y)$ je gravitačné zrýchlenie, ktoré obvykle považujeme za konštantné $g(x, y) = g_0$.

Poissonova rovnica nám udáva, ako bude vyzeráť potenciál V , ktorého zdrojom je hustotné rozloženie v tvare $\rho(x, y, z)$. Keďže naša úloha sa týka dvojrozmernej oblasti, zadané hustoty budú pre nás v smere y konštantné a výsledný potenciál bude teda tiež funkciou len dvoch premenných x a z . Poissonova rovnica bude mať v tomto prípade tvar

$$\Delta V(x, z) = -2\pi G\rho(x, z) \quad (3.2)$$

kde G značíme gravitačnú konštantu, 2π udáva povrch jednotkovej sféry v 2D.

Pre odvodenie riešenia Poissonovej rovnice na dvojrozmernej oblasti s horizontálnym rozmerom L a vertikálnym rozmerom h sa využije skutočnosť, že poznáme analytické riešenie na oblasti $\{(x_0, x_0 + L) \times (z > 0)\}$ v tvare Fourierovej rady pre Laplaceovu rovnicu s hraničnou podmienkou danou pomocou plošnej hustoty $\sigma(x)$ umiestnenej na povrchu. Zaujímá nás teda riešenie rovnice

$$\Delta V = 0 \quad (3.3)$$

a na hranici $z = 0$ máme danú okrajovú podmienku v tvare

$$\left[\frac{\partial V}{\partial z} \right]_{-}^{+} = -2\pi G\sigma \quad (3.4)$$

Dá sa ukázať (viď dodatok A), že ak rozvieme plošnú hustotu $\sigma(x)$ do Fourierovej rady v tvare

$$\sigma(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sigma_n e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.5)$$

kde pre koeficienty σ_n platí

$$\sigma_n = \frac{1}{L} \int_{x_0}^{x_0+L} \sigma(x) e^{-\frac{2\pi i n x}{L}} dx \quad (3.6)$$

Výsledný potenciál rozvinutý do Fourierovej rady bude mať tvar

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{GL}{|n|} \sigma_n e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z} e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.7)$$

Jednoduchou substitúciou sa dá ukázať, že ak máme plošnú hustotu σ danú v hĺbke z' , dostaneme pre potenciál

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{GL}{|n|} \sigma_n e^{-\frac{2\pi}{L}|n|(z'-z)} e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.8)$$

Každá plošná hustota v hĺbke z' môže aproximovať objemovú hustotu $\rho(x, z)$ ako

$$\sigma(x) = \rho(x, z') dz' \quad (3.9)$$

Pre objemové hustoty $\rho(x, z)$ zadané na oblasti $\{(x_0, x_0 + L) \times (0, h)\}$ dostaneme výsledný potenciál $V(x, z)$ ako superpozíciu riešení potenciálu vyvolaného plošnými hustotami σ rozložených v hĺbkach $(0, h)$

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{GL}{|n|} \left(\int_0^h \rho_n(z') e^{-\frac{2\pi}{L}|n|(z'-z)} dz' \right) e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.10)$$

Dosadením (3.10) do Brunsovej teóremy (3.1) dostaneme rozvoj geoidu do Fourierovej rady

$$N(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} N_n e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.11)$$

$$N(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \left(\frac{GL}{|n| g_0} \int_0^h \rho_n(z') e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z'} dz' \right) e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (3.12)$$

3.2 Dynamický geoid

Vzťah pre geoid odvodený v predchádzajúcej časti by nám dával správny výsledok za predpokladu, že naša oblasť je statická a nedochádza k prúdeniu, tj. hustotné anomálie sú “zamrznuté”, nehybné v nami skúmanej oblasti. Preto tento príspevok ku geoidu sa nazýva aj statický geoid. V skutočnosti však toto nie je splnené a situácia je komplikovanejšia. V plášti dochádza ku konvekcií, čo znamená, že chladné a ťažké anomálie budú klesať, zatiaľ čo horúce a ľahké budú stúpať. Tento pohyb materiálu sa prejaví na hraniciach oblasti tým, že sa budú podľa prúdenia deformovať, vydúvať smerom dovnútra alebo von, dôsledkom čoho vzniká v daných miestach prebytok popr. nedostatok materiálu. Toto predstavuje ďalší príspevok ku geoidu, ktorý sa ukazuje rovnako významný ako statický príspevok. Kladné hustotné anomálie síce prispievajú k výslednému geoidu kladným príspevkom, ich klesanie však deformuje povrch a vzniká priehlbina, v ktorej sa voči okoliu nachádza výrazná záporná hustotná anomália, ktorá prispieva k celkovému geoidu záporne. Statický príspevok a príspevok vyvolaný deformáciou hranice pôsobia proti sebe, mávajú podobnú amplitúdu a celkový geoid, ktorý sa dostane vzájomným odčítaním príspevkov, je omnoho menší.

Pri modelovaní procesov prebiehajúcich v zemskom plášti sa málokedy uvažuje deformovateľná hranica, obvykle sa predpisuje hraničná podmienka na nulový výtok materiálu cez nemennú hranicu. Sila pôsobiaca v kolmom smere na hranicu však nebýva ničím obmedzená a táto sila sa interpretuje ako deformácia hranice, ktorú zahrnieme do výpočtov geoidu pomocou dynamickej topografie. Sila pôsobiaca kolmo na hornú hranicu má tvar $-\mathbf{e}_z \cdot \boldsymbol{\tau}|_{z=0}$, kde $\boldsymbol{\tau}$ je tenzor napätia. Z podmienky rovnováhy síl potom dostaneme

$$-(\boldsymbol{\tau}|_{z=0} \cdot \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{e}_z = \Delta\rho_{\text{surf}}g_0t \quad (3.13)$$

kde $\Delta\rho_{\text{surf}}$ je hustotný skok na povrchu, t je výška dynamickej topografie povrchu, pre ktorú môžeme teda napísať

$$t(x) = -\frac{\tau_{zz}(x, z=0)}{\Delta\rho_{\text{surf}}g_0} \quad (3.14)$$

V blízkosti povrchu vznikajú takto hustotné anomálie, ktoré za vhodných podmienok (výška dynamickej topografie mnohonásobne menšia ako horizontálny rozmer našej oblasti) môžeme aproximovať plošnými hustotami na povrchu danými ako

$$\sigma_{\text{dyn}}(x) = \Delta\rho_{\text{surf}}t(x) = -\frac{\tau_{zz}(x, z=0)}{g_0} \quad (3.15)$$

Pri výpočte celkového tj. dynamického geoidu je nutné zahrnúť príspevok od tejto zdrojovej hustoty σ_{dyn} . Podobný vzťah sa dá odvodiť pre topografiu každého rozhrania, na ktorom dochádza k skokovému nárastu hustoty.

Fourierovským rozkladom týchto príspevkov a sčítaním s príspevkom statického geoidu, by sme odvodili vzťah pre fourierovské koeficienty celkového geoidu

$$N_n = \frac{GL}{|n|g_0} \left(\int_0^h \rho_n(z') e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z'} dz' - \frac{(\tau_{zz})_n|_{z=0}}{g_0} + \frac{(\tau_{zz})_n|_{z=h}}{g_h} e^{-\frac{2\pi}{L}|n|h} \right) \quad (3.16)$$

3.3 Poznámka k nespojitosti na vertikálnej hranici

Je známe, že rozkladom funkcie zadanej na obmedzenom intervale – vezmime si $(0, l)$, do Fourierovej rady vznikne periodická funkcia s periódou dĺžky intervalu l . Všeobecne sa nepredpokladá, že rozvíjaná funkcia bude mať na okrajoch intervalu rovnakú funkčnú hodnotu. Pri speriodizovaní vznikajú teda na okrajoch intervalu skokové nespojitosti. Z teórie Fourierových rád vieme, že výsledná hodnota bude daná priemerom z pôvodných hodnôt. V skutočnosti však dochádza k ďalšiemu neželanému efektu, ktorý je spôsobený tým, že pri výpočte berieme do úvahy konečný počet členov rady. V bodoch nespojitosti dochádza ku Gibbsovmu javu a v okolí bodu nespojitosti sa funkcia daná súčtom Fourierovej rady môže výrazne rozkmitať. Aby sa zabránilo tomuto efektu, používajú sa vo fourierovských súčtoch rôzne zhladzovacie metódy.

V našom prípade budeme tento problém riešiť tým, že si pomocou rozšírenia pôvodnej funkcie na väčší interval vytvoríme funkciu, ktorá po speriodizovaní bude v každom bode spojitá. Najjednoduchší postup je taký, že zdvojnásobíme našu oblasť na $(-l, l)$ a pôvodnú funkciu odzrkadlíme na $(-l, 0)$. Tak si zabezpečíme, že v krajných bodoch intervalu sa funkčné hodnoty budú rovnať. Jediná nástraha, ktorú z tohto postupu priamo badať, spočíva v tom, že v krajných bodoch pôvodného intervalu vznikol lokálny extrém, ktorý by po zhladzovaní napríklad filtráciou dával na okrajoch nulové derivácie.

Okrem dosiahnutia spojitosti funkcie nám tento postup prináša ďalšiu výhodu. Predstavme si, že máme zadanú plošnú hustotu σ na intervale $(0, l)$, ktorú rozšírime na $(-l, 0)$ odzrkadlením. Výsledná funkcia σ je na intervale $(-l, l)$ reálna a párna. Z vlastností Fourierových rád vyplýva, že pre reálnu párnou funkciu budú koeficienty Fourierovej rady tiež reálne a párne, tj. $\sigma_n = \sigma_{-n}$. Vďaka tomuto, porovnaním koeficientov geoidu z (3.16) pre $n < 0$ a pre $n > 0$ vidíme, že párne budú aj koeficienty geoidu. Hoci sme si teda zdvojnásobili našu oblasť, nároky na počítačovú pamäť a výpočty sa nám nezvýšili. Jednoduchou úpravou sa dá ukázať pre anomálie geoidu

$$N(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cos \frac{2\pi n x}{2l} \quad (3.17)$$

kde N_n sú dané vzťahom (3.16).

3.4 Presnosť metódy

V tejto časti sa pokúsime vyhodnotiť, k akej chybe v geoide vedie rozšírenie oblastí a párne dodefinovanie plošnej hustoty σ spomínané v predchádzajúcej časti ako aj skutočnosť, že pri rozvíjaní do Fourierovej rady sa nám vstupné i výstupné funkcie speriodizovali. Táto kapitola nerozoberá chyby spôsobené numerickým výpočtom na PC. Správnosť nášho programu sme otestovali pre relatívne jednoduché úlohy tečenia v [18] a výsledný geoid dobre vystihoval uvedený priebeh.

Pre komplikovanejšiu úlohu sme náš program testovali voči výsledkom programu na výpočet geoidu v kartézskej oblasti Nicolu Tosiho.

Jednou z možností zistiť, ako Fourierova metóda vplýva na výsledok, je porovnanie s analytickým riešením pre jednoduché rozloženie hustôt. Analytické riešenie pre nás znamená analytický výpočet integrálu Newtonovho gravitačného zákona.

$$N(x) = \frac{G}{g_0} \int_0^h \int_0^l \frac{\rho(x', z')}{\sqrt{(x-x')^2 + z'^2}} dx' dz' \quad (3.18)$$

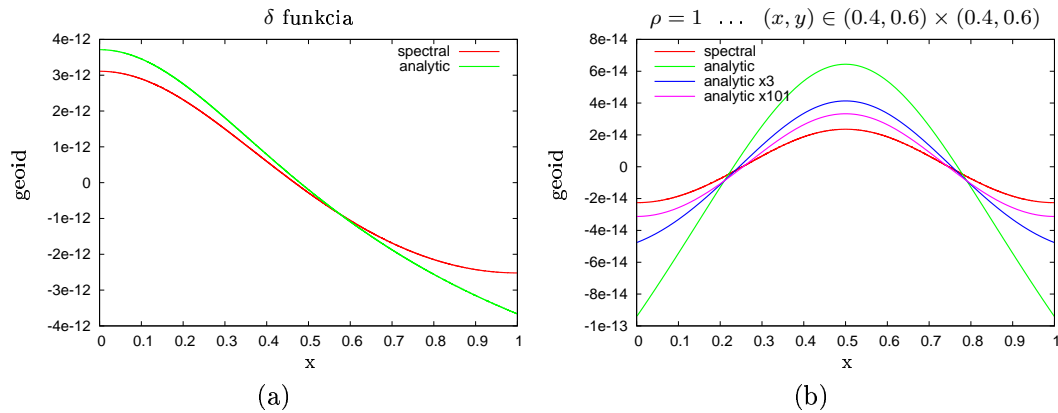
Vezmeme si dva príklady. Prvým bude na štvorcovej jednotkovej oblasti zadaná hustota pomocou delta funkcie umiestnená v $(0, 0.5)$. Dá sa ľahko ukázať, že analytické riešenie bude mať v tomto prípade tvar

$$N(x) = \frac{G}{g_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 0.25}} \quad (3.19)$$

Pri spektrálnom riešení používame diskretizáciu pomocou 8192 bodov v horizontálnom rovnako aj vertikálnom smere. Zdrojová hustota je zadaná len v jednom bode, ktorý zodpovedá hodnote $(0, 0.5)$. Porovnanie spektrálneho riešenia s analytickým vidíme na obrázku 3.1a. Obe krivky predstavujú riešenia s nulovou priemernou hodnotou na intervale $(0, 1)$. Ako sme už spomínali, pri spektrálnom riešení nám na okrajoch oblasti vznikla nulová derivácia. Zatiaľ čo v 0 je to v poriadku, pretože aj pôvodná funkcia je párna, na druhom konci nášho intervalu je toto zásadné obmedzenie metódy Fourierových rád. Predpokladáme, že odchýlka v nule je zapríčinená skutočnosťou, že v dôsledku odchýlenia funkcie získanej spektrálnou metódou na kraji oblasti od správneho riešenia spôsobí, že spočítaná priemerná hodnota sa bude pre obe krivky líšiť a teda po jej odčítaní nastane takýto posun.

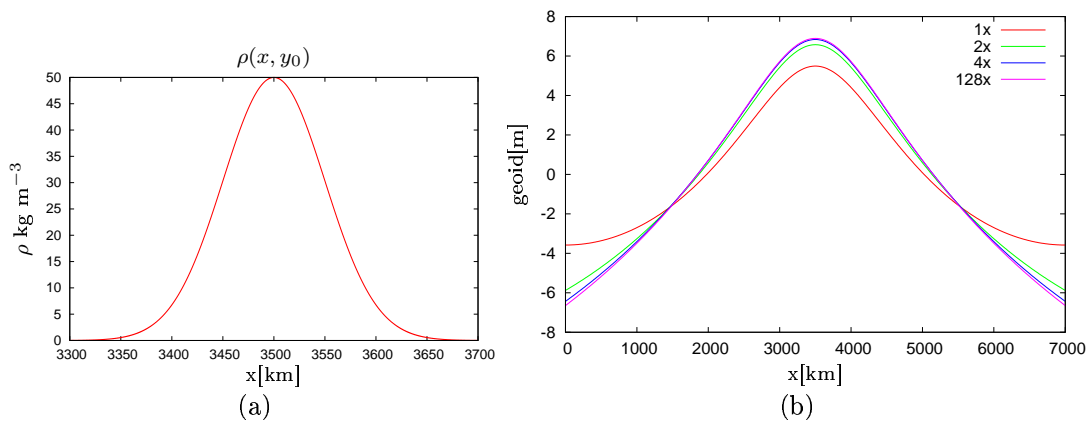
Druhý príklad na jednotkovej štvorcovej oblasti predstavovalo objemové rozloženie hustoty s jednotkovou veľkosťou pre $x \in (0.4, 0.6)$ a súčasne $z \in (0.4, 0.6)$ a nulová hustota inde. Čiže uprostred oblasti bol umiestnený štvorček s nenulovými hustotami s rozmerom 0.2. Spektrálne sme oblasť mali opäť diskretizovanú na 8192 bodov v každom smere, čo predstavuje 1638×1638 bodov s nenulovou hustotou. Predpokladáme teda, že chyba diskretizácie bude malá. Aj v tomto prípade sme schopní spočítať integrál v (3.18), výsledok je komplikovanejší, a preto ho tu neuvádzame. Ako vidíme na obrázku 3.1b, analytické riešenie dané zelenou krivkou sa celkom podstatne odlišuje od spektrálneho (červená krivka). Na rozdiel od predchádzajúceho príkladu naše pôvodné hustotné rozloženie nebolo symetrické okolo nuly, takže tento výsledok odráža hlavne efekt spôsobený zrkadlením pôvodného signálu. Oproti predchádzajúcemu príkladu je efekt priemerovania a zrkadlenia signálu o to silnejší, že sme zrkadlením ovplyvnili tvar výslednej funkcie na oboch okrajoch oblasti. Vidíme, že analytické riešenie má na okrajoch omnoho strmší spád ako spektrálne s nulovou deriváciou. Preto opäť po odfiltrovaní priemernej hodnoty amplitúda spektrálneho riešenia je niekoľkonásobne nižšia. Túto úvahu podporujú aj krivky s analytickým riešením, kde sú zdrojové hustoty zopakované pre intervaly $(-l, 0)$ a $(l, 2l)$ - na obrázku 3.1b modrou farbou, a podobným spôsobom zopakované stonásobne - ružovou farbou. Vidíme, že

strmosť analytickej krivky sa skutočne znižuje, rovnako sa znižujú amplitúdy a krivka sa výrazne približuje k spektrálnemu riešeniu.



Obrázok 3.1: Obr. (a): Spektrálne a analytické riešenie pre hustotnú anomáliu v tvare δ funkcie umiestnenej v $(0, 0.5)$. Obr. (b): Spetrálne a analytické riešenie pre hustotné anomálie v tvare štvorčeka umiestneného uprostred oblasti a pre niekoľkonásobok štvorčekov umiestnených uprostred v periodicky namnožených pôvodných oblastiach

Ďalším testom sme sa snažili zistiť, či zväčšením našej oblasti, čo je ekvivalentné zväčšeniu vzdialenosti medzi speriodizovanými zdrojovými hustotami, nezískame odlišné riešenia. Zdrojová hustota mala tvar Gaussovej funkcie umiestnenej uprostred našej oblasti. V tomto prípade sme riešenie testovali pre oblasť s rovnakými rozmermi ako boli rozmery skutočných modelov tj. 7000 km v x-ovom smere a 2000 km v smere z. Vertikálny prierez rozložením hustoty prechádzajúci maximom je na obrázku 3.2a. Na obrázku 3.2b môžeme sledovať, ako sa mení výsledný geoid, ak oblasť zväčšíme v horizontálnom smere dvoj-, štvornásobne a pri zväčšení oblasti vyše stokrát, kedy predpokladáme mnohonásobne menší vplyv od zdrojov v susedných intervaloch. Maximum hustoty sa vyskytuje vždy uprostred počítanej oblasti. Na obrázku 3.2b je vykreslený len zodpovedajúci výrez, od ktorého je odčítaná priemerná hodnota na tomto intervale. Opäť si povšimneme skutočnosť, že najviac sa zo všetkých odlišuje geoid nad pôvodne veľkou oblasťou a opäť sú na okrajoch nulové derivácie. Akonáhle zväčšíme oblasť a zaujíma nás len výrez uprostred, kladieme podmienku na nulové derivácie omnoho ďalej a v nami vybranom intervale sa už táto podmienka prejaví podstatne menej. Zároveň tým opravíme aj odčítanú priemernú hodnotu. Ako vidíme pri štvornásobnom zväčšení oblasti sa už len jemne odchyľujeme na okrajoch a amplitúda maxima je takmer zhodná s už prehnane zväčšeným intervalom. Dôležitým dôsledkom vyplývajúcim z tohto testu pre nás teda bude, že ak sa zaujímate o výsledný geoid na pôvodnom intervale po odstránení priemernej hodnoty tj. nulovej frekvencie, amplitúdy môžu byť podcenené.

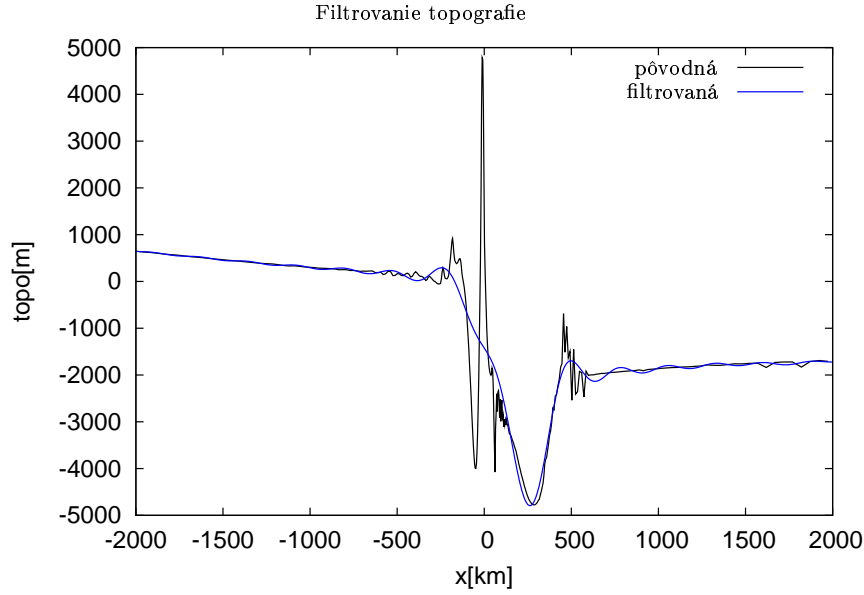


Obrázok 3.2: Naľavo: x-ový rez hustotným rozložením prechádzajúci maximálnou hodnotou ρ . Napravo: Vypočítaný geoid pre gaussovské hustotné rozloženie pre rôzne veľké oblasti

3.5 Filtrovanie

Filtrovanie signálu je jednou z výhod, ktoré poskytuje Fourierova transformácia. My sa v tejto kapitole zameriame na správnu voľbu spektrálnej oblasti.

Nie je neobvyklé, že pri numerických výpočtoch vznikajú rôzne oscilácie. Tieto oscilácie môžu byť spôsobené prudkými zmenami parametrov v modelovanej oblasti a sú pre nás neželaným efektom. V našom prípade vznikajú výrazné vysokofrekvenčné oscilácie tlaku v oblastiach, kde dochádza k výrazným zmenám viskozity, čo je pre nás oblasť kontaktu subdukujúcej platne, ktorá má na povrchu relatívne nízkoviskóznou vrstvu kôry, s pevnou viskóznou nadložnou platňou. Tieto oscilácie tlaku sa prenášajú do topografie a je preto nutné ich odstrániť. Z tohto dôvodu prezentujeme príklad na obrázku 3.3, kde vidíme pôvodnú topografiu jedného z modelov s vysokofrekvenčnými osciláciami, ako aj topografiu po odstránení časti spektra s najvyššími frekvenciami. Vidíme, že toto odfiltrovanie nám takmer nezmenilo dlhovlnnú a krátkovlnnú časť, ktorú považujeme za užitočný signál.



Obrázok 3.3: Topografia modelu sy8e21c30v v 100 My z celého spektra a odfiltrovaná pre $n > 100$

Okrem vysokofrekvenčnej časti chceme ale odstrániť aj najnižšie frekvencie, pretože do týchto sa výrazne premietajú príspevky z najspodnejšej časti plášťa. Hlavnou pomôckou na určenie správnej spektrálnej oblasti nám poslúžia odozvové funkcie geoidu. Odozvové funkcie geoidu vyjadrujú závislosť veľkosti spektrálneho koeficientu geoidu N_n na hĺbke, v ktorej sa nachádza zdroj hustoty v tvare δ funkcie. Čím je tento koeficient bližší nule, tým má hustotný zdroj v danej hĺbke menší vplyv na výsledný geoid. Dosadením do (3.16) dostaneme pre koeficient N_n

$$N_n(z') = \frac{GL}{|n|g_0} \left(e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z'} - \frac{(\tau'_{zz})_n|_{z=0}}{g_0} + \frac{(\tau'_{zz})_n|_{z=h}}{g_h} e^{-\frac{2\pi}{L}|n|h} \right) \quad (3.20)$$

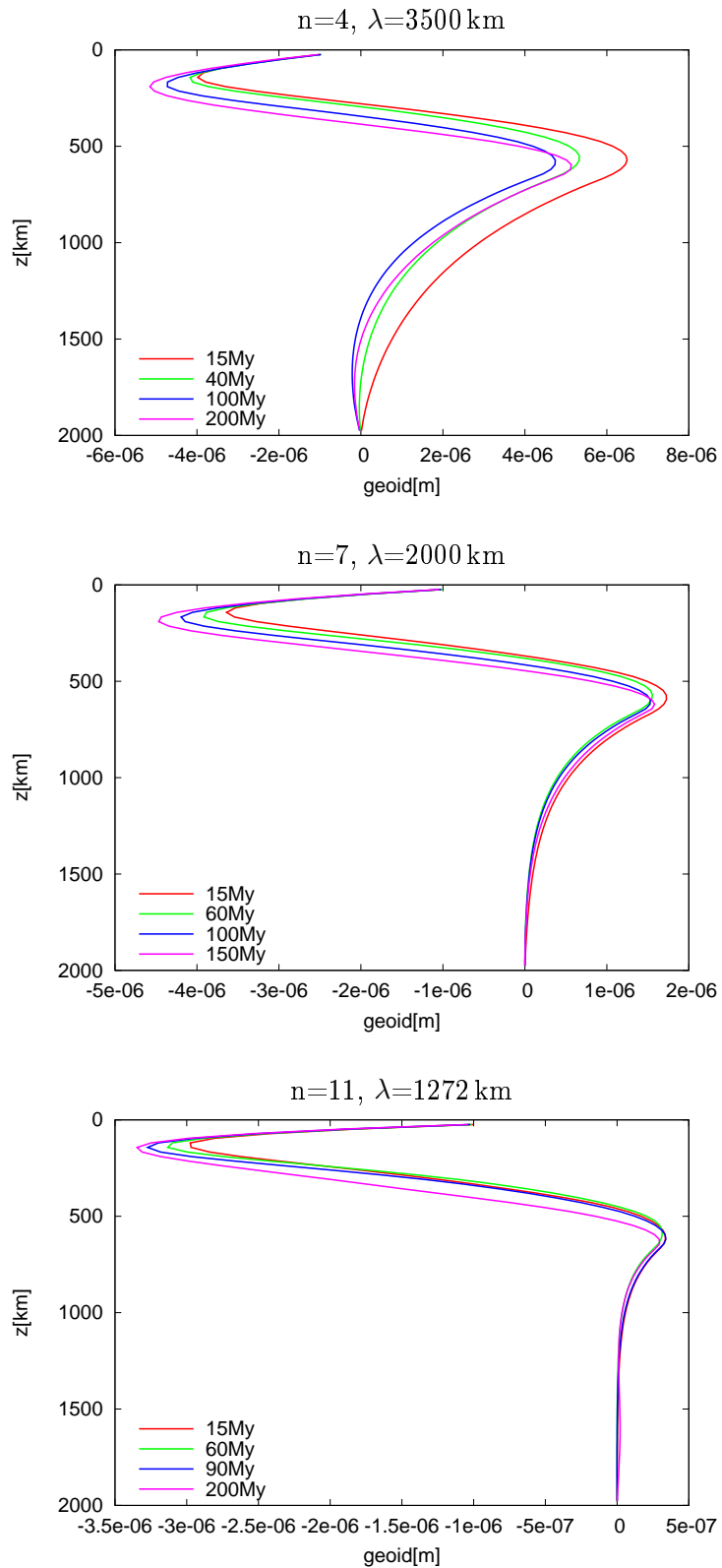
kde τ'_{zz} je zložka tenzoru napätia generovaného pohybom hustotnej anomálie v tvare δ funkcie nachádzajúcej sa v hĺbke z' .

Ako vidíme, príspevok k statickému geoidu sa znižuje nielen s narastajúcou hĺbkou z' , ale aj s narastajúcim n , a teda z najväčších hĺbok budú príspevky najvýraznejšie pre najnižšie frekvencie. Čím väčšie n , tým bude príspevok od hustotnej anomálie v danej hĺbke nižší a tak vysokofrekvenčná časť spektra odráža už len povrchové príspevky. K dynamickej časti tiež výrazne prispievajú len hustotné anomálie v blízkosti povrchu, keďže najväčšie napätia sa generujú v blízkosti najväčších hustotných anomálií, kde je pohyb najvýraznejší, a príspevok od topografie spodného rozhrania je výrazne tlmený.

Keďže my sa v našich výpočtoch sústredíme na zdroje nachádzajúce sa v strednom plášti, nebudú nás zaujímať ani najväčšie vlnové dĺžky, ktoré môžu obsahovať významné zdroje z najspodnejšej časti plášťa, ani tie najmenšie vlnové

dĺžky odrážajúce povrchové príspevky, pre ktoré nie sú nami použité modely dostatočne detailné.

Na obrázku 3.4 sú vykreslené odozvové funkcie pre jeden z použitých modelov (model s free slipom) v pôvodnej kartézskej geometrii pre rôzne štádia zanorenia platne, ktoré môžu generovať rôzne viskózne štruktúry v plášti, čo má výrazný vplyv pri generovaní napätí. Používame reologický popis plášťa zadaný z modelov, interpolovaný na pravidelnú redšiu sieť. Ako vidíme, pre $n = 4$ sa v blízkosti spodnej hranice amplitúdy N_n dostatočne znížili, aby sme mohli predpokladať, že vplyv z väčších hĺbok už bude zanedbateľný. Pre $n = 7$ sú zanedbateľné príspevky od hustotných anomálií z hĺbok väčších ako 1500 km a pre $n = 11$ dokonca z hĺbok väčších ako 1200 km. V našich výpočtoch sme teda používali len štruktúry s vlnovou dĺžkou menšou ako 3500 km a väčšou ako 1270 km, čo v našom prípade zodpovedá stupňom rozvoja n ležiacimi medzi hodnotami 4 a 11.



Obrázok 3.4: Odozvové funkcie geoidu pre model sy8e21c30fs s voľným preklzom na povrchu pre jednotlivé vlnové dĺžky pre rôzne štádia zanárania slabu

Kapitola 4

Modely deformovaných platní

Výpočty sme robili pre niekoľko modelov rozloženia hustôt a povrchových napätí z [15]. V modeloch sa použilo niekoľko rôznych modelov viskozity plášťa, kôry a ďalej sa zadávala odlišná okrajová podmienka na povrchu. Modelovaná kartézská oblasť bola 7000 km dlhá a 2000 km hlboká. Keďže oblasť nedosahuje hĺbky rozhrania s jadrom, vyhlo sa tým procesom odohrávajúcich sa pri kontakte klesajúcej hmoty s týmto rozhraním. Vo výpočte geoidu sme preto neuvažovali príspevok spôsobený dynamickou topografiou spodného rozhrania. Na spodnej hranici a na oboch bočných stenách bola predpísaná okrajová podmienka na voľný preklz. Ďalej bol zakázaný výtok materiálu z oblasti. Na povrchu sa volila buď kinematická okrajová podmienka (rýchlosť subdukujúcej platne bola daná 5 cm y^{-1} a nadložná platňa nepohyblivá) alebo dynamická podmienka tj. voľný preklz.

K subdukcii litosférickej platne dochádzalo vo vzdialenosti 5000 km od chrbáta umiestneného na ľavej hranici, čo zodpovedá subdukcii platne starej 100 miliónov rokov. Na povrchu subdukujúcej platne bola predpísaná 10 km hrubá vrstva kôry, ktorá bola popísaná ako newtonovská kvapalina s konštantnou viskozitou.

Plášťový materiál bol popísaný nelineárnym kompozitným reologickým modelom, ktorý zahŕňal lineárne newtonovské (difúzne) tečenie, mocninné dislokačné tečenie a mocninný limitor napätia, ktorý aproximuje silne nelineárne Peierlsovo tečenie v chladných oblastiach [19]. Závislosť na teplote T a tlaku p bola uvažovaná v tvare Arrheniovoho zákona a pre viskozity jednotlivých mechanizmov platí

$$\eta_{\text{dif}} = CA_{\text{dif}}^{-1} \exp\left(\frac{E_{\text{dif}}^* + pV_{\text{dif}}^*}{RT}\right) \quad (4.1)$$

$$\eta_{\text{disl}} = CA_{\text{dif}}^{-1/n} \dot{\epsilon}_{II}^{(1-n)/n} \exp\left(\frac{E_{\text{disl}}^* + pV_{\text{disl}}^*}{nRT}\right) \quad (4.2)$$

$$\eta_y = C\sigma_y \dot{\epsilon}_y^{-1/n_y} \dot{\epsilon}_{II}^{(1-n_y)/n_y} \quad (4.3)$$

kde E^* a V^* značia aktivačnú energiu a aktivačný objem, R molárnu plynovú konštantu, $\dot{\epsilon}_{II}$ je druhý invariant tenzoru rýchlosti deformácie, σ_y sa nazýva limit napätia, exponent mocninného tečenia n sa uvažoval rovný 3.5 a exponent limitoru napätia $n_y = 5$. Koeficient C zabezpečuje želaný nárast viskozity medzi spodným a vrchným plášťom.

V našej analýze sa sústredíme na vplyv troch parametrov – pevnosti subdukujúcej platne určenej pomocou limitu napätia σ_y , viskozity kôry a nárastu viskozity v spodnom plášti na výsledný strednevltný geoid. Ďalej sa zameriame na vplyv okrajovej podmienky. Parametre jednotlivých modelov spolu s ich názvami sú uvedené v tabuľke 4.1. Názov modelu ostáva konzistentý s [15].

Názov modelu	σ_y [Pa]	η_{kra} [Pa s]	η_{lm}/η_{um}	okrajová podmienka
sy8e21c30v	10^8	10^{21}	30	rýchlosť
sy8e19c30v	10^8	10^{19}	30	rýchlosť
sy9e21c30v	10^9	10^{21}	30	rýchlosť
sy9e21c10v	10^9	10^{21}	10	rýchlosť
sy9e21c01v	10^9	10^{21}	1	rýchlosť
sy8e21c30fs	10^8	10^{21}	30	voľný preklz

Tabuľka 4.1: Tabuľka použitých modelov

Budeme sledovať, ako sa mení geoid v štyroch rôznych okamihoch:

- (i) na začiatku zanárania platne
- (ii) po prechode prvým fázovým rozhraním v hĺbke 410 km
- (iii) pri príchode na druhé fázové rozhranie v hĺbke 660 km
- (iv) pri zanorení platne do hĺbky zhruba 1300 km

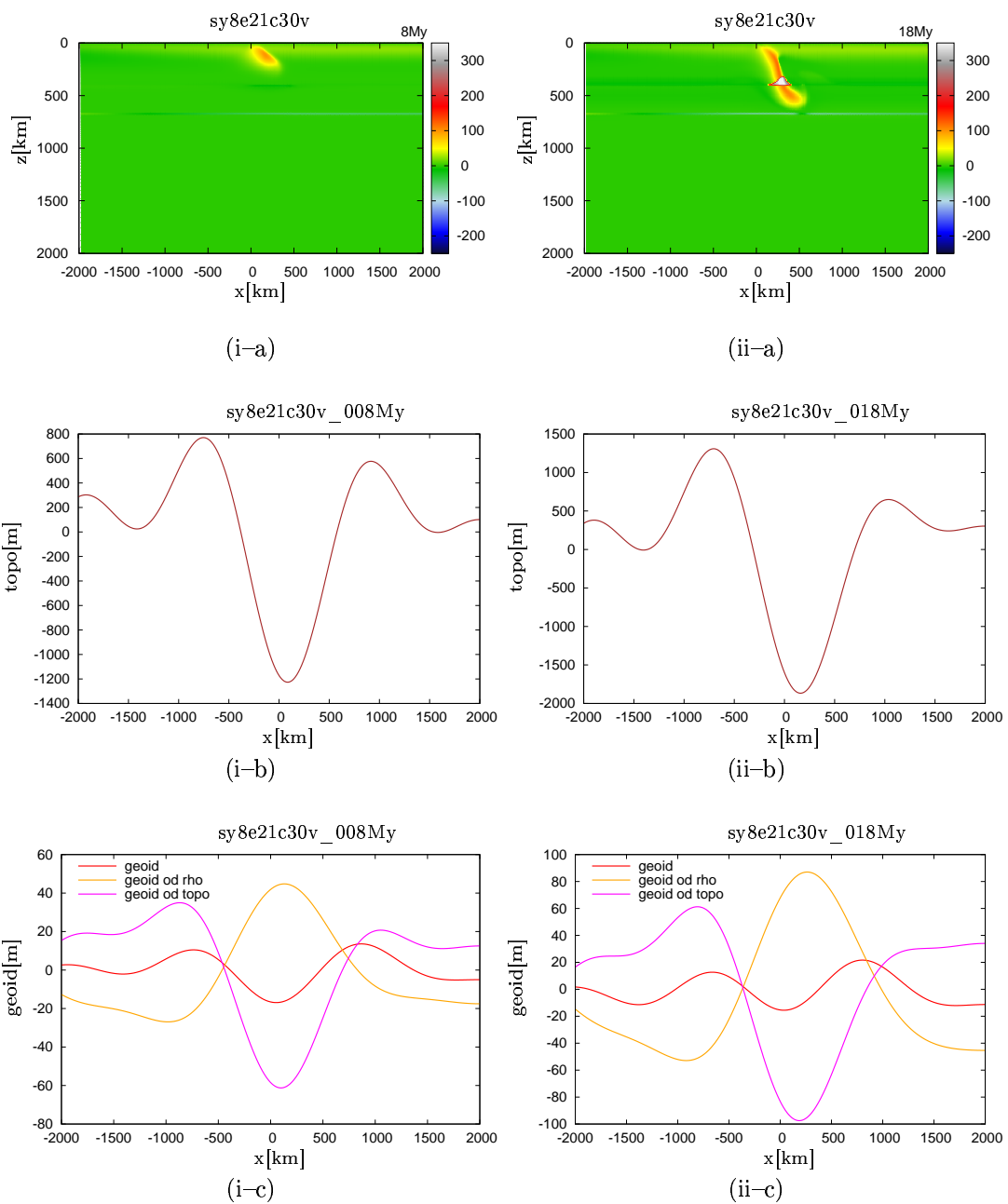
4.1 Model sy8e21c30v

Tento model sa vyznačuje relatívne mäkkou zanárajúcou platňou, vyššou viskozitou kôry a 30-násobným nárastom viskozity v spodnom plášti. Pevnejšia kôra zabezpečuje, že okrajová podmienka na rýchlosť subdukujúcej platne bude mať význam aj vo väčších hĺbkach a platňa bude neustále tlačaná do ďalšieho pohybu. Keďže platňa je mäkká a jej pohyb je vynútený okrajovou podmienkou, ku ktorej prispieva slab pull a dynamický efekt exotermického fázového rozhrania v 410 km, pri kontakte s prekážkou, ktorú predstavuje napríklad prostredie s vyššou viskozitou v spodnom plášti, sa bude ľahko deformovať. Výsledkom bude periodické ohýbanie platne alebo tzv. buckling, ktorý spôsobí jej zdanlivé zhrubnutie v spodnom plášti na relatívne veľkú hrúbku, ako možno sledovať na obrázku 2.iv-a.

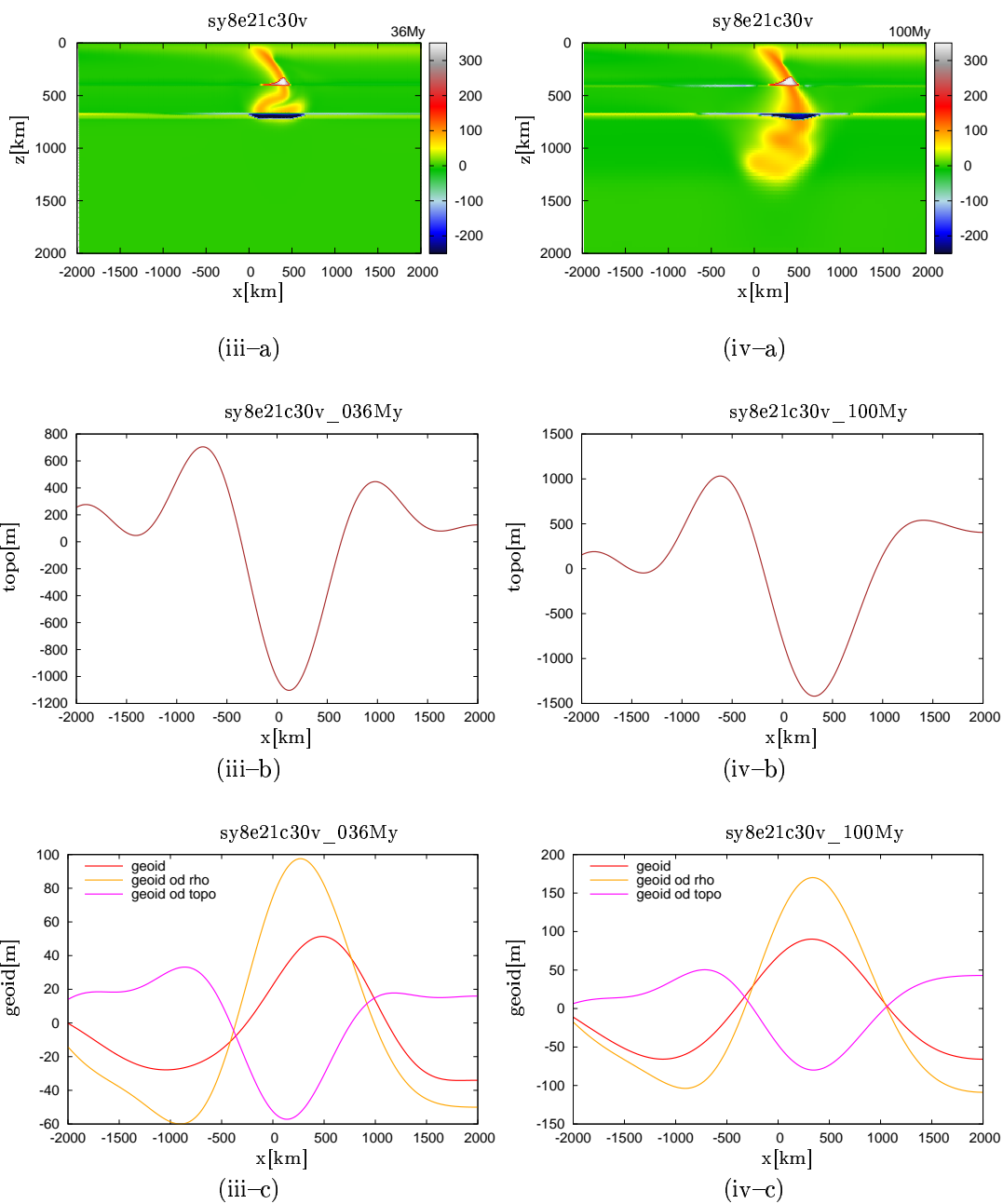
V povrchovej topografii (na obrázkoch 5.2 a 2. označené pomocou písmena b) je najvýraznejším rysom priekopa v blízkosti bodu zanorenia. S klesajúcou platňou jej hĺbka narastá z hodnoty 1200 m v 1.i-b na takmer 2000 m v 1.ii-b až do okamihu, kedy platňa narazí na rozhranie v 670 km. Keďže toto rozhranie spomaľuje jej pohyb, záporná amplitúda topografie výrazne poklesne vid' 2.iii-b, dokonca na hodnotu nižšiu ako pozorovanú v prvotnom štádiu. Porovnaním

obrázkov 2.iii–b a 2.iv–b zistíme, že po prekonaní rozhrania opäť narastá. Vrchol nachádzajúci sa pred bodom zanorenia vznikol v dôsledku tlačenia pohyblivej platne okrajovou podmienkou na stojacu platňu.

V geoidе pozorujeme v počiatočných štádiách výrazný vplyv povrchovej topografie, ako vidíme z obrázkov 1.i–b a 1.i–c. Na obrázku 1.i–c pozorujeme minimum v blízkosti bodu zanorenia, ktoré zodpovedá vzniknutej priekope. Ako sme už spomínali, takáto situácia nastáva v izoviskóznom plášti. Zanorená platňa teda v tomto momente ešte necíti vplyv nárastu viskozity v spodnom plášti. Kým platňa pocíti efekt od rozhrania s nárastom viskozity, vytvára relatívne výraznú povrchovú topografiu, ktorá sa prejaví významným príspevkom ku geoidu. Statický geoid, ktorý pôsobí proti tomuto príspevku, nebude dostatočne veľký. Prudká zmena nastáva v geoidе pri príchode platne k rozhraniu v 670 km. Účinok tohto rozhrania je dvojaký: jednak sa platňa ohýba a hrubne, čo spôsobí nárast amplitúdy statického geoidu z hodnoty ≈ 40 na obrázku 1.i–c, na hodnoty 100 v 2.iii–c a dokonca vyše 150 v 2.iv–c. Druhým významným efektom je, že povrchová topografia sa zmešuje, takže jej príspevok ku geoidu je výrazne nižší, čo najvýraznejšie možno pozorovať porovnaním príspevku od topografie v okamihu (ii) na 1.ii–c a v okamihu (iii) na obrázku 2.iii–c, kde sa amplitúda tohto príspevku znížila z hodnoty 100 m na 60 m. Výsledkom oboch týchto vplyvov je vzniknuté výrazné maximum celkového geoidu za bodom zanorenia, ktoré vidíme na obrázkoch 2.iii–c a 2.iv–c, odzrkadľujúce prevládajúci príspevok statického geoidu. Vidíme, že čím viac sa platňa zanára v tomto modeli, amplitúda geoidu sa zvyšuje až na hodnotu približne 100 m. Takýto efekt vytvorenia maxima nad oblasťou subdukcie je charakteristickou črtou modelov s nárastom viskozity s hĺbkou, výsledná amplitúda však v porovnaní so skutočnými hodnotami na Zemi vytvára aspoň rádový rozdiel.



Obrázok 1.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e21c30v v okamihoch (i)–naľavo a (ii)–napravo



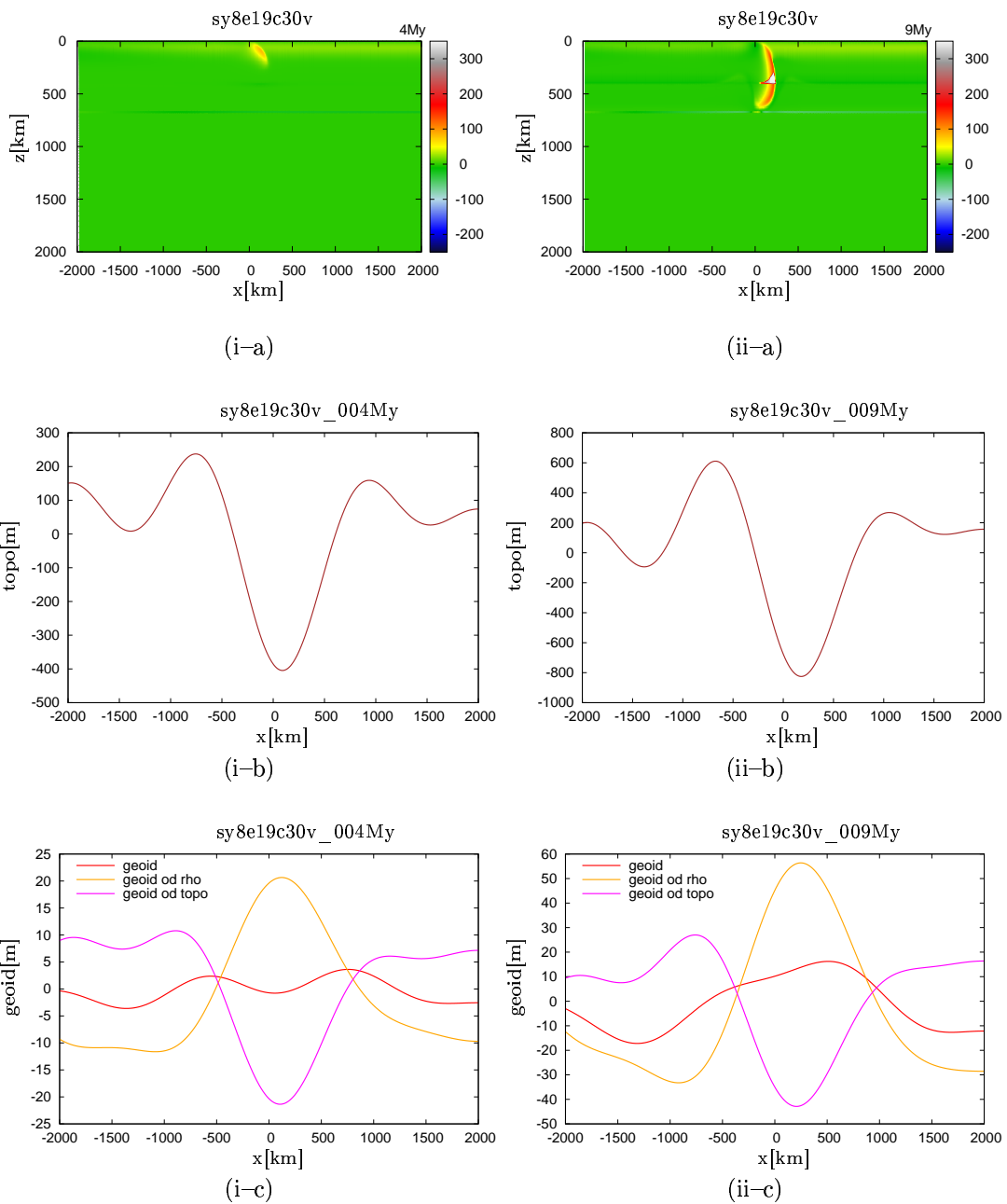
Obrázok 2.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e21c30v v okamihoch (iii)–naľavo a (iv)–napravo

4.2 Vplyv kôry – model sy8e19c30v

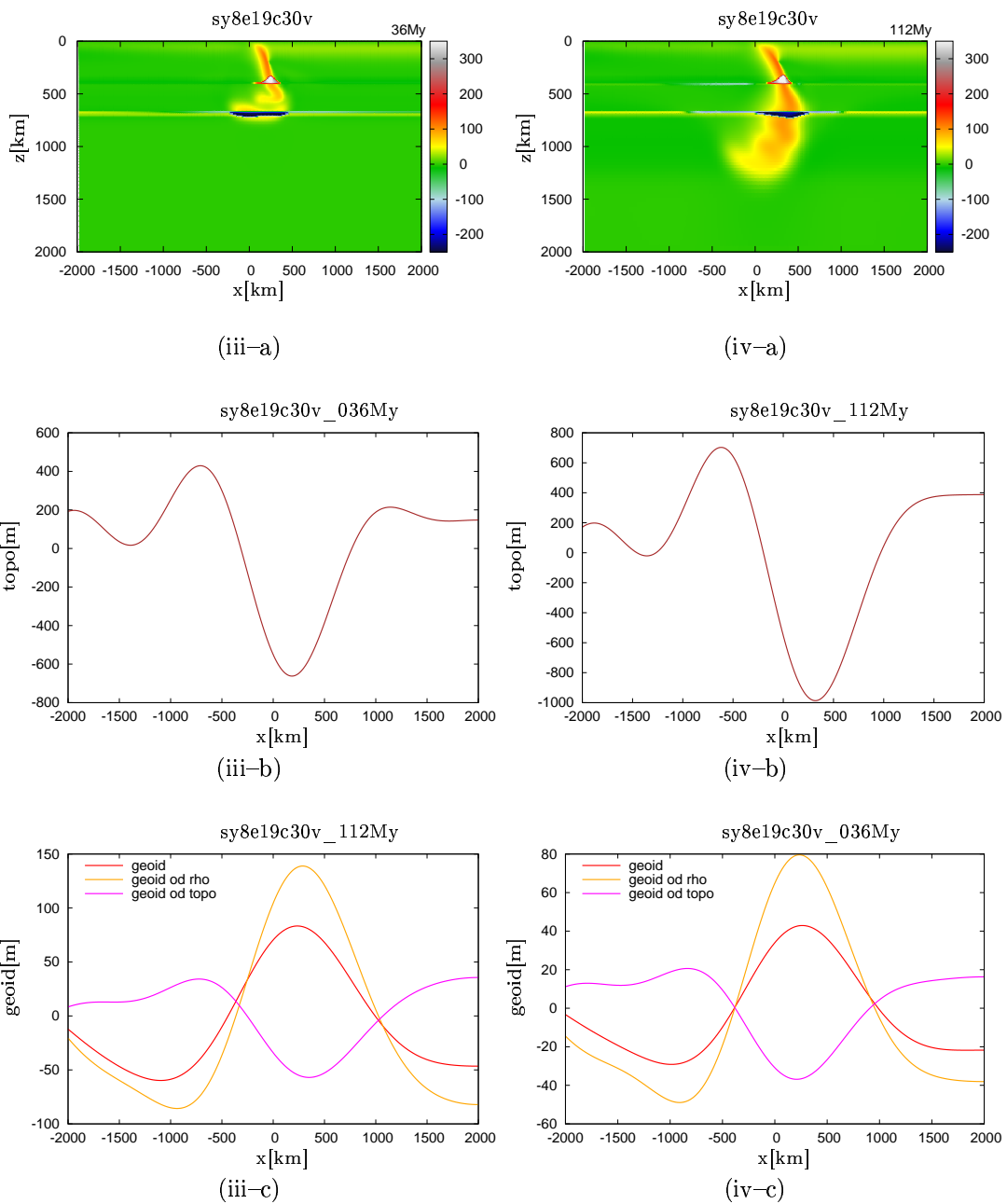
V tomto modeli sa oproti predchádzajúcemu znížila viskozita kôry, tj. deliacej vrstvy medzi platňami. Znamená to, že medzi subdukujúcou a nadložnou platňou sa nachádza relatívne mäkká vrstva, ktorá sa ľahko deformuje a uľahčuje pohyb na kontakte. Jedným z dôsledkov je, že vďaka nožnej deformácii deliacej vrstvy bude možné, aby sa slab pod povrchom pohyboval rýchlosťou určenou inými procesmi a tak okrajová podmienka má na pohyb slabú vo väčších hĺbkach menší vplyv [15]. Azda najvýraznejší rozdiel v tvare klesajúcej platne vidíme v okamihu, než sa platňa dostane na druhé fázové rozhranie: platňa sa zanára takmer vertikálne v 3.ii-a oproti istému sklonu v predošlom modeli na obrázku 1.ii-a. Vertikálny pohyb platne je prejavom záporného vztlaku tj. slab pull. Okrajová podmienka stráca vo väčších hĺbkach v tomto okamihu vďaka mäkkej kôre na význame. Ďalší vývoj je obdobný, platňa sa pri prechode rozhraním v 670 km deformuje (obr. 4.iii-a) a v poslednom štádiu na obrázku 4.iv-a pôsobí zhrubnutá na asi 600 km.

Pri zanaraní platne nám na povrchu opäť vzniká priekopa, na rozdiel od východzieho modelu je ale plytšia. Táto skutočnosť platí pre všetky okamihy, najväčší rozdiel však pozorujeme v počiatočných štádiách, v ktorých sme v predošlom modeli mali priekopy hlboké až 2000 m v 1.ii-b, zatiaľ čo v modeli s mäkkou kôrou sú na obrázku 3.ii-b polovičné. Vznikajúce napätia sú teda vďaka nízko-viskóznej kôre podstatne menšie. Pri príchode na rozhranie v 670 km sa rovnako ako v predchádzajúcom modeli znížili a pri ďalšom vývoji pokračovali v náraste, neprekročili však hodnotu 1000 m (viď obrázok 4.iv-b).

Oproti predchádzajúcom modelu pozorujeme v geoidu významnejšiu úlohu statického príspevku. Geoid od povrchovej topografie prevažuje nad statickým len v počiatočnom okamihu 3.i-c. Akonáhle sa v subdukčnej oblasti nachádza dostatok kladných hustotných anomálií, začne sa vo výslednom geoidu objavovať vrchol s maximom posunutým za bod zanorenia (ako vidíme na 3.ii-c, 4.iv-c i 4.iii-c) rovnako ako to bolo v predchádzajúcom prípade. Keďže topografia vychádza v tomto modeli menšia, bude aj jej príspevok ku geoidu nižší a preto vo výslednom geoidu pozorujeme v 3.ii-c prevládajúci príspevok geoidu získaný z hustotných anomálií ešte pred príchodom platne na rozhranie medzi spodným a vrchným plášťom a jej následným zhrubnutím. Amplitúdy oboch príspevkov sú nižšie ako v predošlom modeli, ich rozdiel však dáva podobné výsledky, všimnime si amplitúdu celkového geoidu v 2.iv-c dosahujúcu takmer hodnotu 100 m a v 4.iii-c dosahujúcu 80 m. Opäť teda platí, že medzi modelom a skutočným geoidom máme v amplitúdach rádový rozdiel.



Obrázok 3.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e19c30v v okamihoch (i)–naľavo a (ii)–napravo



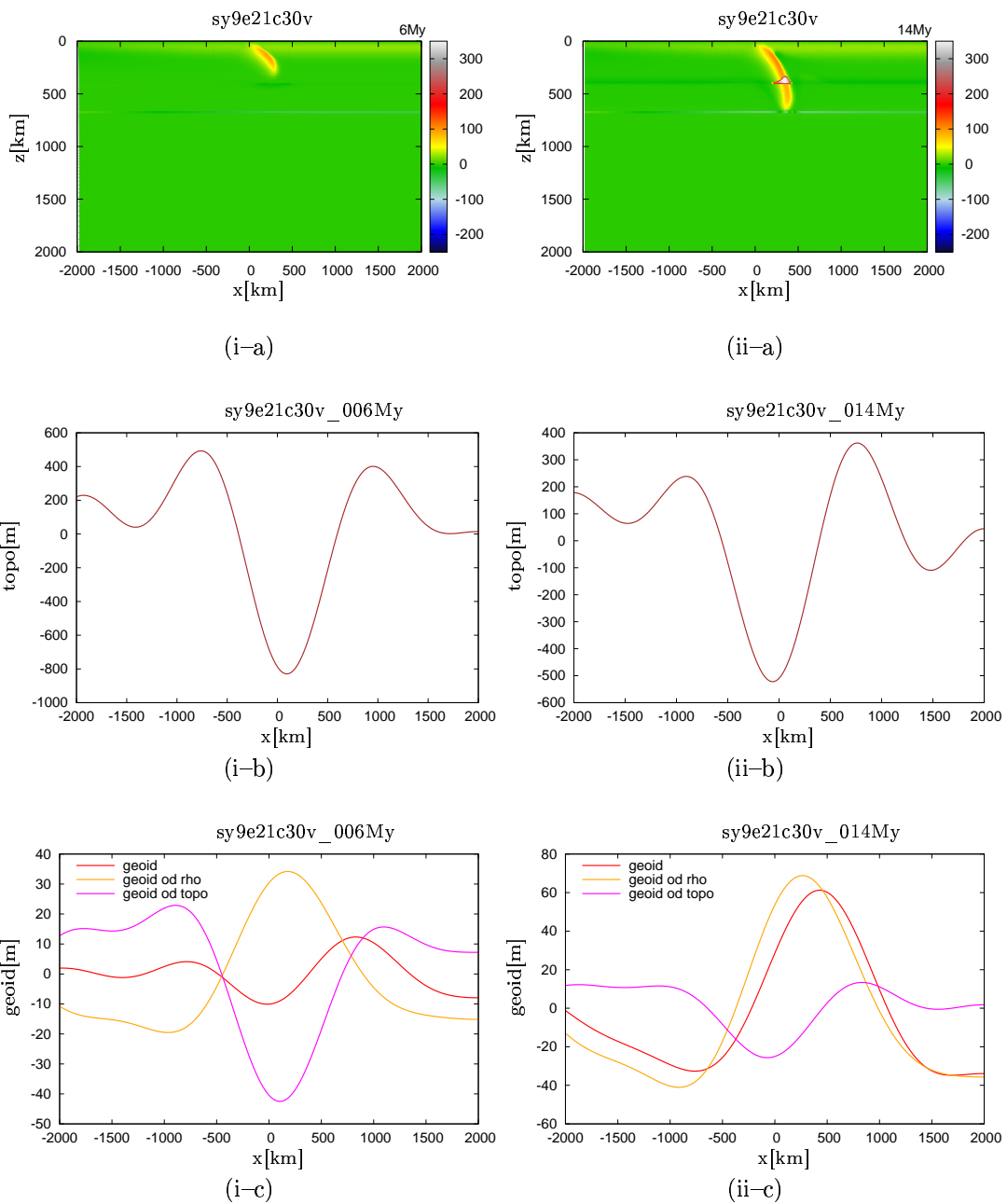
Obrázok 4.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e19c30v v okamihoch (iii)–naľavo a (iv)–napravo

4.3 Vplyv pevnosti platne – model sy9e21c30v

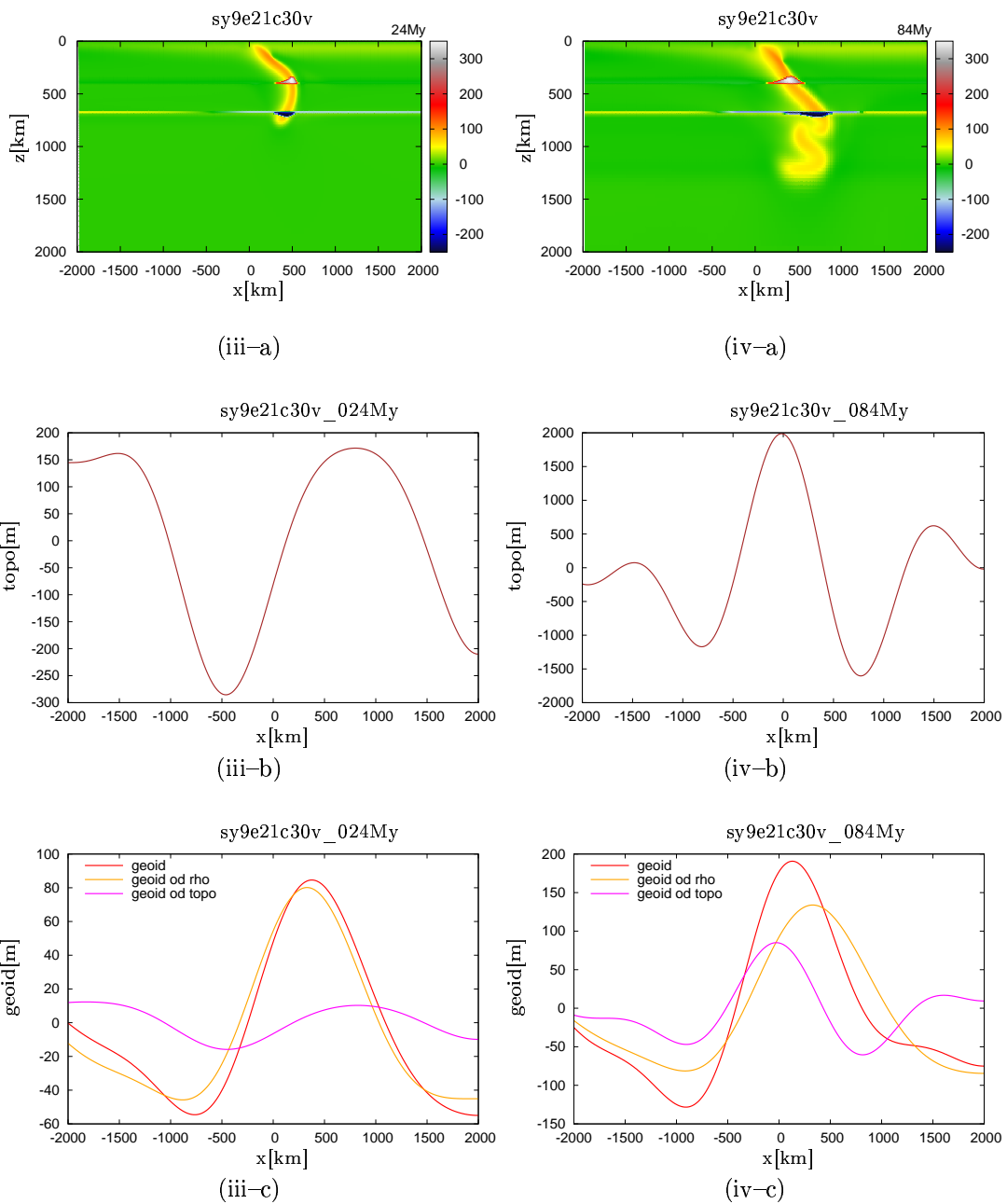
V tomto modeli bol zadaný vyšší limit napätia σ_y zo vzťahu 4.3, čo znamená, že subdukujúca platňa bude mať vyššiu viskozitu a teda bude pevnejšia. Ako vidíme na obrázkoch hustotného rozloženia 5. a 6. označných pomocou písmena (a), platňa sa nebude tak ľahko deformovať, dokonca ani príchod na rozhranie spodného plášťa na obrázku 6.iii–a nespôsobí zhrubnutie v hornom plášti, ktoré bolo samozrejme v predchádzajúcich modeloch napr. v 2.iii–a. Nakoniec ale vďaka pôsobeniu okrajovej podmienky, ktorá tlačí platňu do viskóznejšieho prostredia, nastane ohýbanie platne (viď obr. 6.iv–a) podobné modelom s mäkkou platňou.

Keď sa platňa začne zanárať, pozorujeme podľa obrázku 5.i–b v blízkosti kontaktu platní priekopu rovnako, ako to bolo v predchádzajúcich modeloch. Akonáhle ale pevná platňa pocíti pri svojom pohybe odpor, ktorý reprezentuje viskóznejší spodný plášť, priekopa sa stáva v 5.ii–b plytšou. Ako vidíme na obrázku 6.iii–b, pri prechode platne cez rozhranie v 670 km amplitúda povrchovej topografie na našich vlnových dĺžkach prudko klesla a zmenila tvar. Pri ďalšom pohybe platne vzniká nad bodom zanorenia vrchol s vysokou hodnotou amplitúdy až 2000 m pozorovaný na obrázku 6.iv–b.

Vo vývoji geoidu hrá opäť významnú úlohu vývoj topografie. Keďže v topografii pozorujeme znižovanie hĺbky priekopy až vznik vrcholu nad zanárajúcou sa platňou, bude príspevok od topografie pôsobiaci proti statickému geoidu omnoho slabší, ako v prípade s mäkkou platňou. Hoci príspevok statického geoidu je tiež nižší, pretože platňa natoľko nezhrubne, výsledný geoid v 5.ii–c a 6.iii–c takmer pripomína geoid získaný od hustotných anomálií. Keď nad bodom zanorenia vznikne v topografii vrch, príspevok ku geoidu od povrchovej topografie takmer koreluje so statickým príspevkom, čo má za následok obrovský nárast amplitúdy, ktorá je v 6.iv–c dvojnásobná oproti geoidu rovnakého štádia v 2.iv–c. Zvýšením pevnosti chladného klesajúceho materiálu sme teda dosiahli zvýšenie amplitúdy maxima geoidu v subdukčnej oblasti, ktoré vo väčšej miere nevyhovuje skutočným dátam.



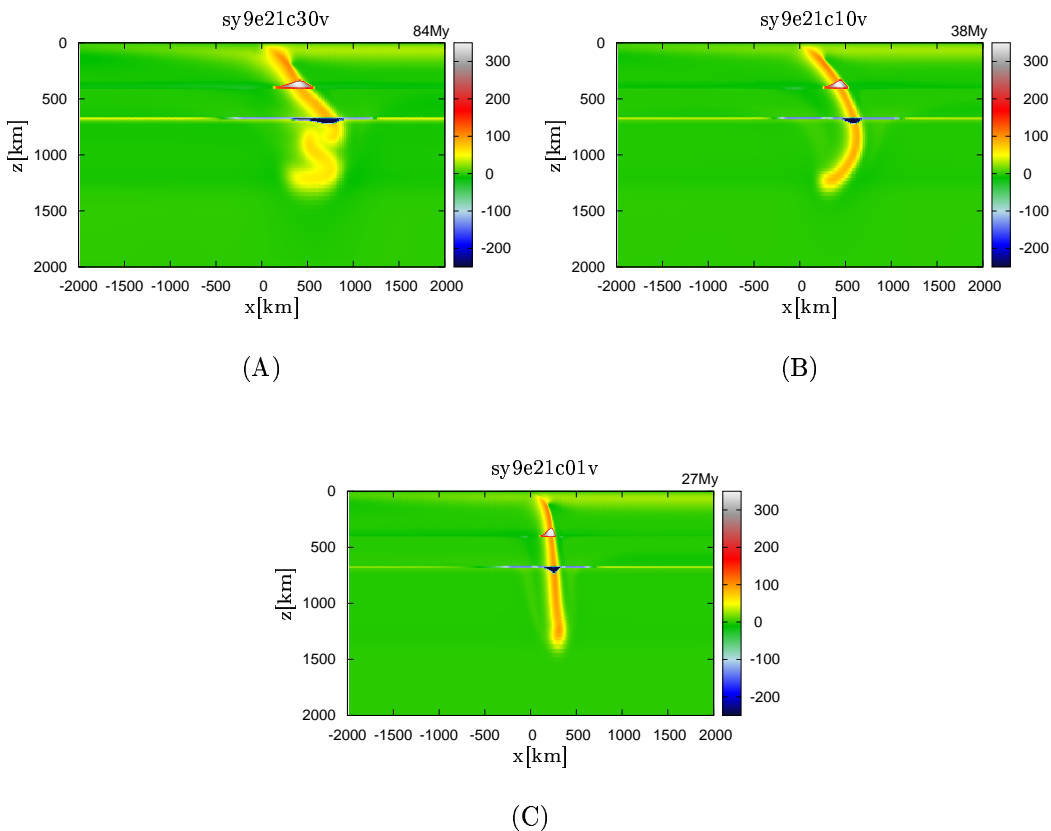
Obrázok 5.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy9e21c30v v okamihoch (i)–naľavo a (ii)–napravo



Obrázok 6.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy9e21c30v v okamihoch (iii)–naľavo a (iv)–napravo

4.4 Vplyv nárastu viskozity v spodnom plášti

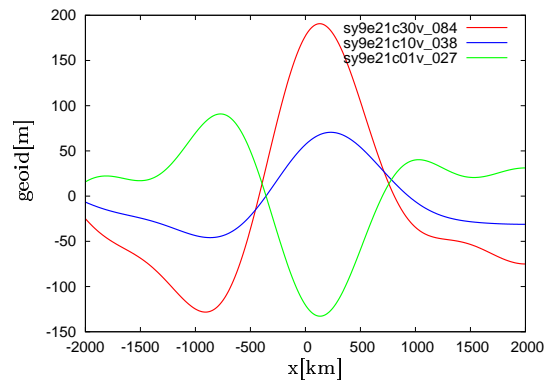
V tejto časti porovnáme ako na výsledné geoidy vplýva veľkosť nárastu viskozity v spodnom plášti. Sledujeme platne zanorené do hĺbky 1300 km v 3 modeloch s pevnejšou platňou, vyššou viskozitou kôry a s nárastom viskozity v spodnom plášti 30, 10 a bez nárastu. Keďže máme v týchto modeloch subdukujúcu platňu pevnú, tento parameter hrá významnú úlohu pri deformácii platne. Ak uvažujeme plášť, v ktorom nedôjde k skokovému nárastu viskozity na rozhraní medzi spodným a vrchným plášťom, brzdiaci účinok spojený s endotermickou fázovou premenou nie je dostatočne silný, aby významne ovplyvnil pohyb platne, ktorá sa bude bez väčších problémov zanárať kolmo dole, ako vidíme na obrázku 7.C. Čím je nárast viskozity medzi spodným a vrchným plášťom väčší, tým viac sa bude platňa pri prechode do spodného plášťa deformovať. Pri 10-násobnom náraste viskozity v spodnom plášti sa podľa 7.B platňa len oblúkovito zahne, pričom pri 30-násobnom náraste pozorujeme na obrázku 7.A v spodnom plášti už niekoľko skladov.



Obrázok 7.: Rozloženie hustotných anomálií v okamihu (iv) pre modely sy9e21c30v, sy9e21c10v a sy9e21c01v

Význam tohto parametra na výsledný geoid je nepochybniteľný. Ako vidíme na obrázku 8., geoid v modeli bez nárastu viskozity vykazuje priehlbinu v bode

zanárania, geoid v modeli s nárastom viskozity v spodnom plášti je charakterizovaný vrcholom v tomto bode. Čím väčší je nárast viskozity, tým výraznejšie je toto maximum. Ako sme videli v predchádzajúcich príkladoch, ak v geoide vzniká nad bodom zanorenia priehlbina, znamená to, že príspevok od topografie prevažuje nad príspevkom od hustotných anomálií. Neprekvapí nás teda, že v modeli, kde pri zanáraní slabu nie je kladený výrazný odpor v pohybe (a teda kde sa hĺbka priekopy neustále zväčšuje) a kde platňa nehrušne (čiže hustotných anomálií je menej), bude dominantným príspevkom k výslednému geoidu príspevok od povrchovej topografie. Vo výslednom geoidu – zelená krivka na obrázku 8. pozorujeme priehlbínu s výraznými amplitúdami -130 m. Ďalej vieme, že ak stojí v pohybe pevnej platne v ceste prekážka, ktorú v tomto prípade predstavuje viskóznejší spodný plášť, priekopa bude mnohokrát plytšia a príspevok od povrchovej topografie sa vyrovnáva so statickým príspevkom, poprípade bude omnoho menší. Výsledný geoid bude tvarom pripomínať statický geoid, amplitúda však môže byť menšia v dôsledku vplyvu geoidu od topografie, čo nastane v prípade s 10-násobným nárastom viskozity na obrázku 8. vykresleným modrou farbou. Ak je vo vertikálnom pohybe platne bránené dostatočne a platňa je nútená do ďalšieho pohybu zadaním pevnej rýchlosti, môže nad bodom kontaktu vznikáť dokonca vrchol v topografii, ktorý prispieva ku statickému geoidu a výsledný geoid nadobudne veľmi výrazné maximum (na obrázku 8. červená krivka). Zistili sme teda, že hoci je pre vytvorenie správneho znamienka geoidu nad subdukciou nevyhnutný nárast viskozity v spodnom plášti, jeho veľkosť by nemala byť príliš výrazná, lebo takáto situácia vedie k zvyšovaniu amplitúdy maxima. Zároveň tu vzniká otázka, či by sme nemali uprednostňovať modely s menšou deformáciou platní v spodnom plášti.



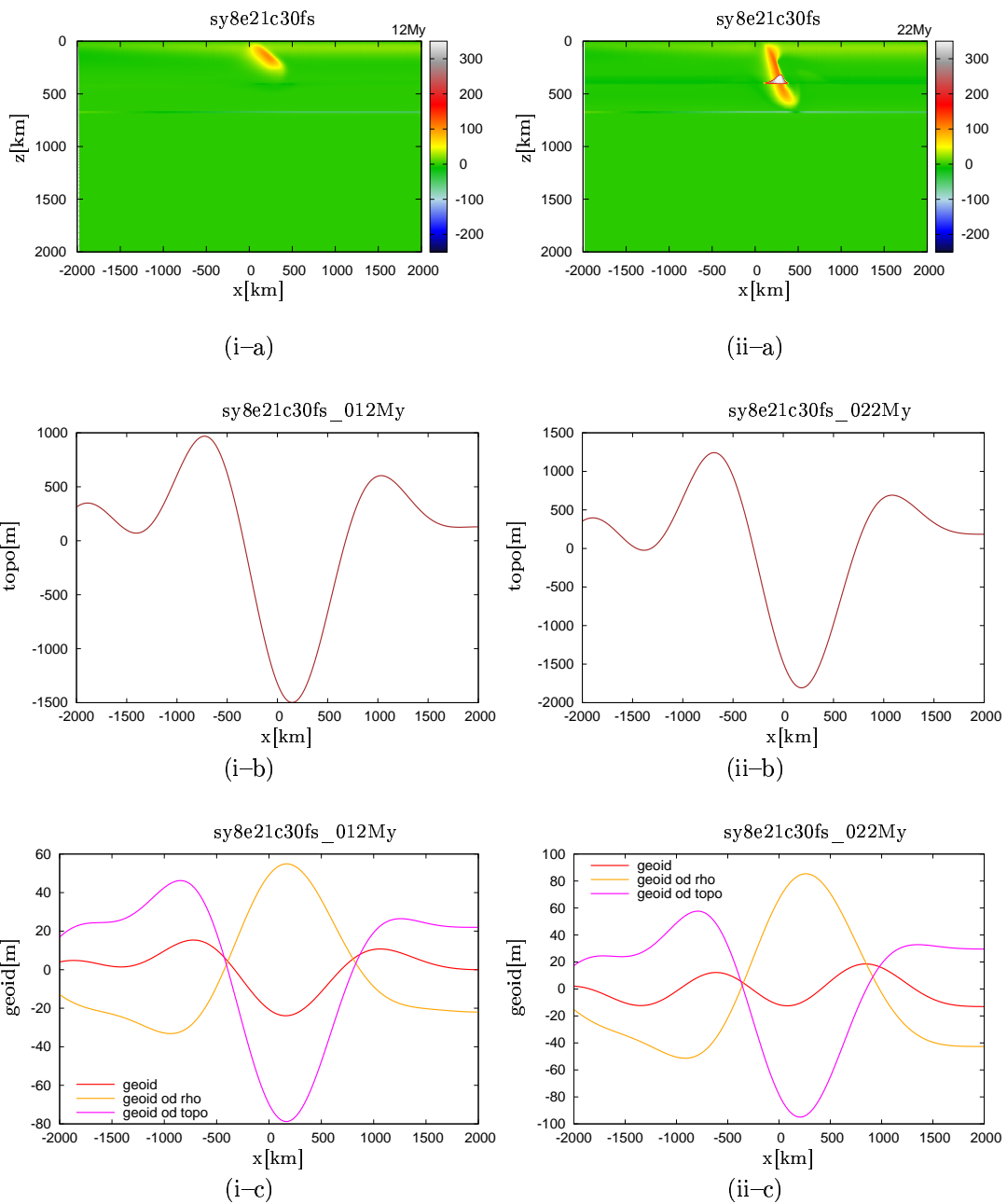
Obrázok 8.: Profily geoidu v okamihu (iv) pre modely sy8e21c30v, sy9e21c10v a sy9e21c01v

4.5 Vplyv okrajovej podmienky – model sy8e21c30fs

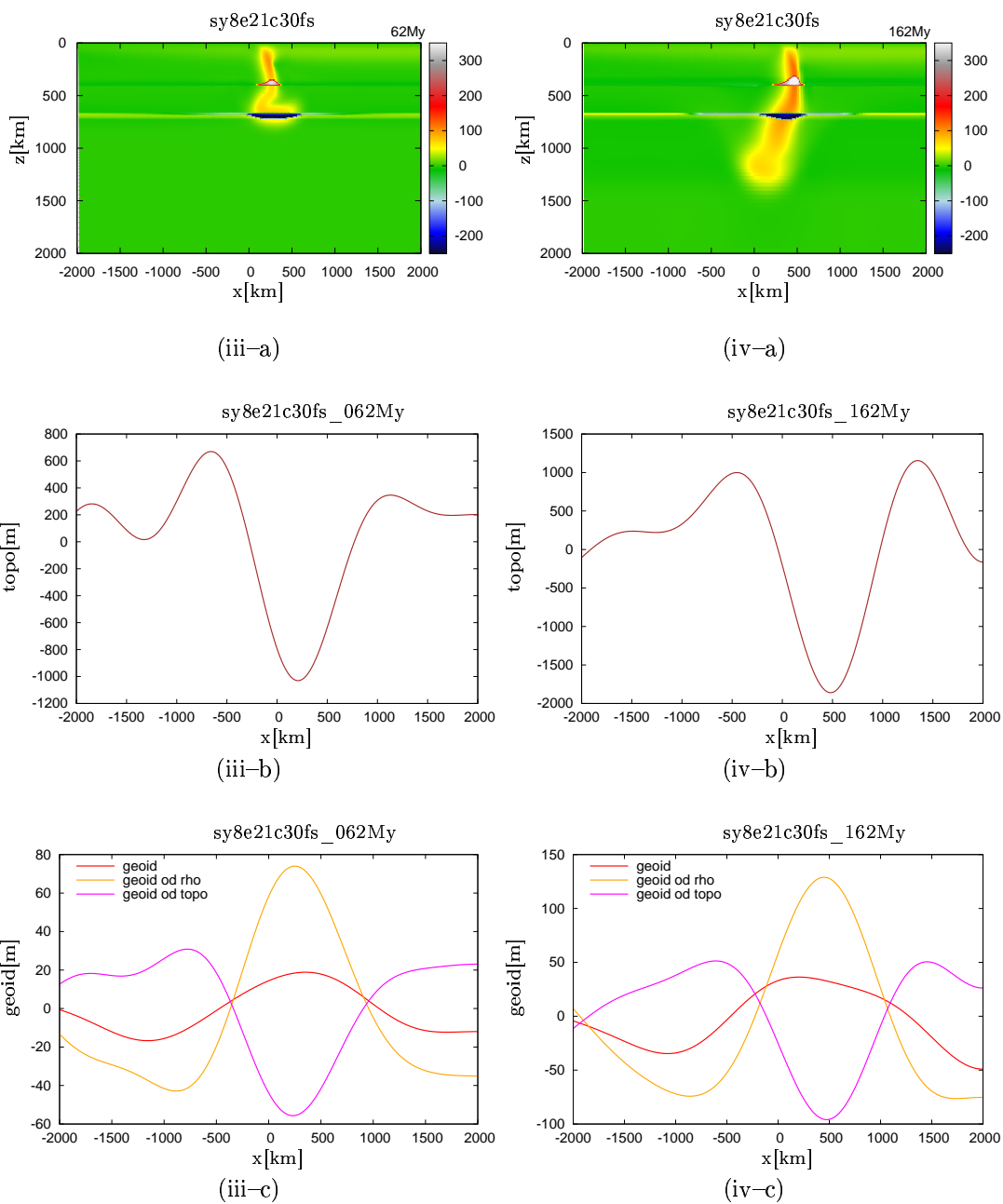
Vo všetkých doteraz skúmaných modeloch bola okrajová podmienka na hornej hranici zvolená predpísaná rýchlosť. Znamená to, že subdukujúca platňa bola neustále tlačaná do ďalšieho pohybu, či jej stojí v ceste nejaká bariéra alebo je schopná samostatného pohybu vďaka dostatočne veľkému slab pullu. V tomto modeli budeme teda skúmať ako sa vyvíja geoid nad subdukčnou oblasťou, ak miesto predpísanej rýchlosti platne zvolíme za okrajovú podmienku voľný preklz a nulový tok cez hranicu. Podstatným rozdielom oproti predchádzajúcim modelom je pohyb bodu kontaktu platní. Pozorujeme posun v smere subdukcie najviditeľnejší pri porovnaní 9.i-a a 10.iv-a, čo je spôsobené deformáciou a čiastočnou subdukciou nadložnej platne. Pri porovnaní vývoja deformácie slabu s východným modelom v počiatočných štádiách nie je badateľný žiaden ďalší rozdiel. Platňa sa začína výrazne deformovať pri príchode na rozhranie v 670 km (obrázok 10.iii-a). Rozdiel nastáva, keď platňa prenikne do spodného plášťa, kde na rozdiel od modelu s predpísanou rýchlosťou nepozorujeme buckling. Platňa síce podľa obrázku 10.iv-a zhrubne, ale keďže je toto zhrubnutie dôsledkom iných mechanizmov (kompresie a kondukčného ochladzovania), nedosahuje takých rozmerov ako vo východnom modeli v 2.iv-a.

Čo sa týka povrchovej topografie, kým sa platňa nedostane do spodného plášťa, na našich vlnových dĺžkach nie je badateľný rozdiel od východného modelu okrem spomínaného posunu bodu zanorenia (priekopy) v nami skúmanej oblasti. Ak porovnáme obrázky 1.ii-b a 9.ii-b, poprípade 2.iii-b s 10.iii-b, zistíme, že topografie sa zhodujú nielen tvarom ale aj amplitúdami. Najväčší rozdiel zodpovedá opäť okamihu, kedy je platňa zanorená v spodnom plášti. V 10.iv-b vznikla hlbšia priekopa a výraznejšia deformácia nadložnej platne ako 2.iv-b, povrchová topografia sa mení v rozmedzí -2000 m až 1000 m.

Obdobný k východnému modelu je aj vývoj geoidu, kedy v počiatočných štádiách 9.i-c, keď slab nedosahuje ešte dostatočnú hĺbku, preváži príspevok od povrchovej topografie nad príspevkom od hustotných anomálií a nad bodom kontaktu vzniká v geoide minimum (obrázok 9.i-c). Ako sa platňa zanára, začína nadobúdať na význame príspevok od hustôt a nad subdukujúcim slabom vzniká vo výslednom geoide na obrázku 10.iii-c vrchol. Keďže platňa v modeli s voľným preklzom pri zanáraní v spodnom plášti nedosahuje takú hrúbku ako v modeli s predpísanou rýchlosťou, príspevok statického geoidu má v tomto prípade menšie amplitúdy, čím lepšie vyrovnáva príspevok od topografie, čo zistíme ak porovnáme amplitúdy príspevkov geoidu na obrázkoch 2.iv-c a 10.iv-c. Výsledný geoid preto nadobúda v maxime hodnotu 40 m, čo je výrazné zníženie oproti 100 m vo východnom modeli. Ďalej sa zvýšila aj pološírka tohto píku. Hoci sme v modeli s okrajovou podmienkou na voľný preklz dosiahli zníženie amplitúdy maxima pod polovičnú hodnotu ako v modeli s predpísanými rýchlosťami, nie je toto zníženie dostačujúce, aby vyhovelo amplitúdam skutočného geoidu.



Obrázok 9.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e21c30fs v okamihoch (i)–naľavo a (ii)–napravo



Obrázok 10.: Rozloženie hustotných anomálií (1. riadok obrázkov–označené písmenom a), topografie (2. riadok–písmenom b) a geoid spolu s príspevkami (3.riadok–písmeno c) pre model sy8e21c30fs v okamihoch (iii)–naľavo a (iv)–napravo

4.6 Zhoda modelov s reálnymi dátami

V prvom rade si povšimnime, že geoid má pre všetky modely v štádiách (iii) a (iv) rovnaký priebeh: vo vzdialenosti 1000 km pred priekopou sa nachádza lokálne minimum. Amplitúdy tohto minima sa pre jednotlivé modely líšia – v okamihu (iii) sú v rozmedzí -20 až -60 m a v štádiu (iv) v rozmedzí -40 až -150 m. Tesne za oblasťou subdukcie, poprípade priamo nad ňou, sa nachádza vo všetkých modeloch lokálne maximum, ktorého amplitúda opäť závisí na modeli a pohybuje sa medzi hodnotami $20 - 80$ m v štádiu (iii) a $40 - 200$ m v štádiu (iv). V diskusii k jednotlivým modelom sme uvádzali, že takýto priebeh geoidu je v situácii, kedy príspevok od hustotných anomálií prevažuje nad príspevkom od topografie.

V profiloch nad subdukčnými zónami, ktoré sme uviedli na obrázkoch 2.3, nájdeme obdobný priebeh, tj. lokálne minimum pred subdukciou a lokálne maximum za subdukciou. Mierny nesúhlas nájdeme azda len v polohe lokálneho minima, ktoré sa nachádza v prípade skutočných profilov bližšie k subdukcii ako v prípade numerických modelov. Ďalej si pripomeňme, že všetky profily s týmto tvarom geoidu sú podľa seizmickej tomografie charakterizované slabmi prechádzajúcimi do spodného plášťa s výnimkou oblasti Japonska, ktoré má ale rozľahlé chladné anomálie v prechodovej zóne spôsobené veľmi plytkým uhlom zanárانيا. Môžeme teda tvrdiť, že pre oblasti, kde chladná hmota preniká do spodného plášťa, dostaneme uvedený charakteristický geoid na vlnových dĺžkach zodpovedajúcich sférickému harmonickému rozvoju do stupňov $11 - 31$. Tento geoid je určený prevažujúcim príspevkom od hustotných anomálií nad príspevkom od topografie.

Čo nás ale pri porovnaní geoidu získaného z modelov s geoidom nad skutočnými subdukčnými zónami najviac zaráža, sú mnohonásobne vyššie amplitúdy získané z modelov. Zatiaľ čo v skutočnom geoide sú amplitúdy rádovo v jednotkách metrov (-8 m až 3 m), v našich modeloch dosahujú niekoľko desiatok až stovky metrov (v jednom modeli -150 m až 200 m). Znamená to, že príspevky od topografie nie sú také blízke, ako sa často očakáva. Príspevky od topografie sú omnoho menšie ako od hustotných anomálií a po ich odčítaní ostáva príliš vysoký príspevok statického geoidu.

Skúsime teraz porovnanie geoidu nad subdukciami v Marianach a Aleutách, ktoré sú podľa tomografie charakterizované tým, že subdukujúca platňa nepreniká do spodného plášťa a hrubne v prechodovej zóne. Táto situácia asi najviac pripomína v našich modeloch štádium (iii). Keďže nameraný geoid má v týchto profiloch (2.3b a 2.3d) odlišný tvar od toho z predchádzajúcich úvah (chceme najst geoid s lokálnym maximom pred subdukciou a minimom za subdukciou), takže geoid z modelov v štádiu (iii) nebude vyhovujúci pre tieto oblasti. Skúsme sa preto zamerať aj na štádium (ii), kedy môže dochádzať k miernemu hrubnutiu slabu, ale príspevky od hustotných anomálií nie sú natoľko dominantné. Modely sy8e21c30 však generujú v tomto štádiu lokálne minimum priamo nad priekopou, model s mäkkou kôrou dáva nad subdukciou relatívne široké maximum a v modeli s pevným slabom sy9e21c30v je dokonca už v tomto štádiu prevažujúci príspevok od statickej časti. Žiaden z modelov teda nevytvára priebeh geoidu pozorovaný

pre subdukčné oblasti s materiálom dosahujúcim len na rozhranie spodného a vrchného plášťa.

Azda najbližšie k týmto geoidovým profilom má model s voľným preklzom v počiatočnom štádiu (i), ktorý vytvára relatívne výrazné maximum pred subdukciou a tesne za subdukciou sa objavuje minimum. Tento model však zobrazuje okamih krátko po zmene okrajovej podmienky z rýchlostnej na free-slipovú a je otázkou či tento mierny posun minima za subdukciu nie je pozostatok z predchádzajúceho vývoja. Predpokladáme ale, že v neskorších okamihoch je buď preceňený statický príspevok alebo podceňený príspevok od povrchovej topografie a preto nie sme schopní nájsť potrebnú zhodu.

Kapitola 5

Diskusia

Väčšina štúdií, ktorá sa zaoberala geoidom nad subdukčnými oblasťami, sa snažila vystihnúť dlhovlnné pozitívne anomálie geoidu ako aj charakter topografie na kratších vlnových dĺžkach, aby sa vystihol najvýraznejší topografický rys a to hlboká a úzka priekopa. Ukázalo sa, že veľký význam pri vytváraní správneho priebehu geoidu nad subdukčnou oblasťou sú nielen reologické vlastnosti plášťa ale aj subdukovanej platne od počiatku zanárania.

Vo väčšine kartézskych modelov sa predpisuje vybrané hustotné rozloženie, čiže sa zvolí veľkosť hustotnej anomálie, šírka slabu a hĺbka, do ktorej dosahuje. Pri takýchto štúdiách sa často menia reologické parametre: uvažujú sa rôzne hodnoty viskozity pre jednotlivé oblasti ako kontakt platní, viskozita subdukovanej platne, nárast viskozity medzi vrchným plášťom, prechodovou zónou a spodným plášťom a ďalšie, poprípade sa predpisuje reológia s teplotnou a tlakovou závislosťou podobná uvádzanej v kapitole 4.

Druhý typ modelov sa podobne stavia k reologickému popisu plášťa, avšak používa sférickú geometriu a plášť s litosférou je modelovaný ako sférická vrstva. Oproti kartézskemu modelu však zadáva zemské hustotné anomálie určené pomocou seizmickej tomografie či zo známeho historického vývoja pohybu platní a subdukčných zón. Tieto modely sa potom snažia porovnať získaný geoid priamo so skutočným dlhovlnným geoidom.

5.1 Viskozita

Väčšina modelov uprednostňuje nárast viskozity v spodnom plášti o jeden rád, popr. faktor 30, existujú však aj modely, kde viac vyhovoval nárast viskozity v rádoch 100 ([20]). V [15] sa ukázalo, že takéto modely nemusia byť úspešné pri modelovaní prieniku chladného materiálu do spodného plášťa, a pri nedostatocnom ťahu dodatočných hmôt slabu pre zadanú okrajovú podmienku na voľný preklz dochádza k zastaveniu subdukčného procesu pri príchode platne na rozhranie spodného a vrchného plášťa, a preto v našich modeloch nebol použitý nárast viskozity väčší ako 30.

Na základe našich výsledkov sa zdá, že ak by sme mali všetky ostatné reologické parametre plášťa a kôry správne, viskozita v spodnom plášti voči vrchnému

môže byť ešte nižšia ako je obecné prijímaný nárast 30. Čím je totiž nižší viskózný kontrast medzi spodným a vrchným plášťom, tým sa amplitúda geoidu znižuje, vid' obrázok 8.

Situácia však nie je taká jednoznačná, keďže v [21] bolo ukázané, že laterálne variácie viskozity ovplyvňujú geoid podobným spôsobom ako nárast viskozity s hĺbkou. Zahnutím laterálnych variácií do modelov ako aj ich vplyvu na topografiu a geoid bolo venovaných množstvo prác.

V [10] Zhong a Gurnis ukázali, že ak uvažujú v litosfére zlom s nízkym šmykovým napätím, vytvára to geoid s dlhovlnnou kladnou anomáliou a menšou krátkovlnnou anomáliou nad priekopou, zatiaľ čo model bez zlomu generoval geoid s relatívne širokou zápornou anomáliou za priekopou. Chen a King v [5] modelovali vplyv geometrie krehkej subdukčnej zóny a zistili, že geoid nie je ovplyvnený jej strmosťou, ale môže byť ovplyvnený šírkou: geoid v modeli širšou zónou bude mať výraznejšiu a širšiu zápornú anomáliu. Dalej ukázali, že pomocou teplotne závislej viskozity sú schopní modelovať relatívne úzku topografickú priekopu, avšak závislosť viskozity na teplote nesmie byť príliš výrazná. Zhong a Davies [8] ukázali, že reológia platne môže mať vplyv na dlhovlnný geoid, ak na okraj platne predpísali nízku viskozitu, zvýšila sa korelácia vypočítaného dlhovlnného geoidu s pozorovaným. Pre slab viskóznejší ako je okolitý plášť sa však súhlas s meraniami redukuje v oblastiach, kde slab v spodnom plášti nie je spojený so subdukciou. Znamená to, že slab vo väčších hĺbkach nemusí byť natoľko pevný. V našich modeloch geoid tiež uprednostňoval slaby s nižšou viskozitou.

Podrobnejšie sa zameriame na porovnanie s prácou [13], kde bol testovaný vplyv relatívne komplikovanej reologickej štruktúry v subdukčnej zóne na geoid na kratších vlnových dĺžkach. Pre platňu dosahujúcu do hĺbky 410 km bol zistený dominantný vplyv viskozity deliacej vrstvy na kontakte platní: pre geoid nájdeme v tomto štádiu väčšiu zhodu pre modely s viskóznejšou deliacou vrstvou, ktoré vytvárajú zápornú krátkovlnnú anomáliu geoidu s nižšími amplitúdami. Toto môže byť v rozpore s našimi výsledkami, pre ktoré model s nízkoviskóznou kôrou dával v počiatočnom štádiu nižšie amplitúdy ako model s kôrou rovnakej viskozity ako vrchný plášť. Viskozita subdukujúcej platne má z ich štúdie podobný efekt, znižuje amplitúdy geoidu pre mäkšie slaby. Táto skutočnosť nie je zhodná s našimi výsledkami, ktoré na našich vlnových dĺžkach vykazujú geoid s menšími amplitúdami pre pevnejší slab, pretože taký sa rýchlejšie zanára. Veľmi významným sa v tejto práci ukázal vplyv viskozity oblasti, v ktorej dochádza k zahýbaniu subdukujúcej platne pri kontakte s nadložnou platňou. Veľmi dobrý súhlas so skutočným geoidom našli pre litosféru s podstatne zníženou viskozitou v tejto oblasti. V našich modeloch sa takéto oslabenie litosféry neuvažuje. Problémom porovnávania predikovaného a pozorovaného geoidu z Aleutskej oblasti v práci Kriena a Fleitoutovej môže byť skutočnosť, že podľa seizmickej tomografie dosahujú hustotné anomálie spojené so subdukciou minimálne do hĺbok 670 km (a dokonca zhrubnuté v prechodovej zóne), a keďže nebol presne uvedený rozsah vlnových dĺžok, ktoré sa uvažujú, nevieme presne, aký môže byť vplyv zanedbania hustotných anomálií vo väčších hĺbkach na výsledok.

Podporou pre naše výsledky by mohla byť štúdia reologických parametrov

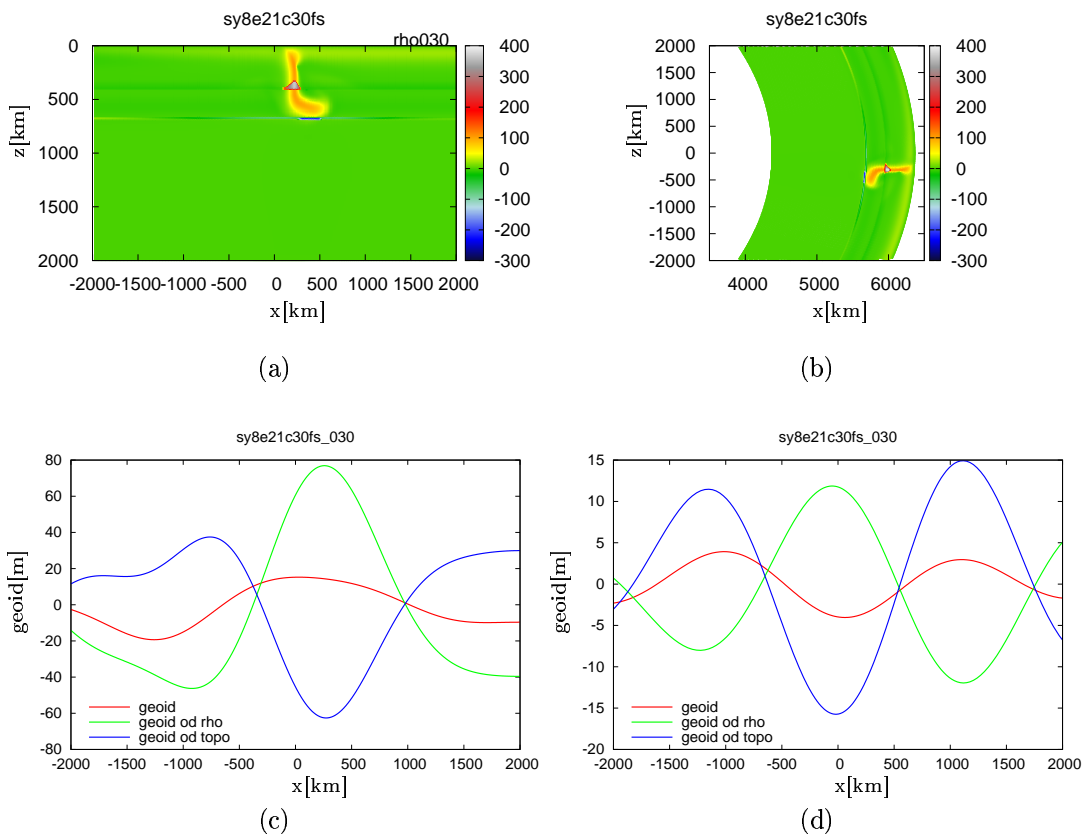
plášťa, uvažujúca vplyv rôznych laterálnych variácií viskozity v axisymetrickej sférickej geometrii Tosiho et al. [22], v ktorej bol pre vysokoviskózný slab (viskozita slabu aspoň stokrát väčšia ako viskozita vrchného plášťa) nachádzajúci sa v spodnom plášti so skokovým nárastom viskozity oproti vrchnému plášťu $m \geq 30$ nájdený geoid s amplitúdami výrazne prekračujúcimi pozorovaný geoid, zatiaľ čo pre mäkkší slab amplitúdy ostávajú relatívne správne. Tieto výsledky korešpondujú s našimi pre model s pevným slabom sy9e21c30, ktorý generuje oproti našim ostatným modelom omnoho väčšie amplitúdy.

Keďže v nami použitých modeloch bol uvažovaný veľmi komplikovaný reologický popis, laterálne variácie viskozity boli určené s vysokým rozlíšením. Slab bol voči okolitému plášťu relatívne tuhý, s reológiou riadenou limitom napätia. Mäkkú časť litosféry predstavovala 10 km vrstva s viskozitou nižšou ako viskozita litosféry zasahujúca až do hĺbky 200 km v ohybe subdukujúcej platne. Otázkou však naďalej ostáva, do akej miery je náš reologický popis správny. Napriek tomu, že široká parametrická štúdia Běhouckovej v [15] uvažuje relatívne široký interval niektorých reologických parametrov (limit napätia, viskozita kôry), vieme, že aktivačné a ďalšie parametre vystupujúce vo vzťahoch 4.1–4.3 určené z mineralogických experimentov majú relatívne veľkú chybu.

5.2 Geometria

V tejto časti budeme diskutovať, aký vplyv na výsledný geoid má použitie kartézskej geometrie voči sférickej.

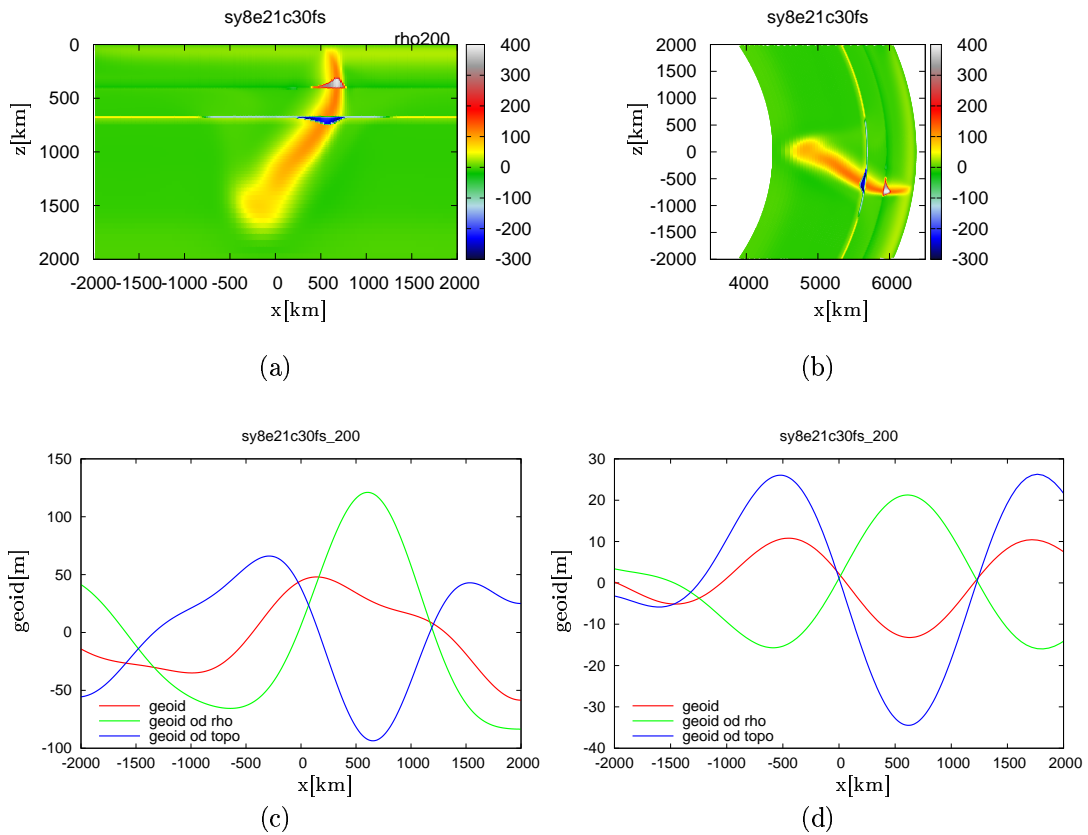
Toto porovnanie začneme jednoduchým testom: prevedieme si dané rozloženie hustôt a napätí z kartézskej do sférickej vrstvy, spočítame geoid v sférickej geometrii pomocou rozvoja do sférickej harmonických funkcií a filtrujeme ho na približne rovnaké vlnové dĺžky ako pre kartézsky prípad. Táto metóda nie je úplne správna, pretože rozloženie napätí v sférickej geometrii by pre dané hustotné rozloženie mohlo vyzeráť omnoho odlišnejšie ako to získané z kartézskej. Pomôže nám ale získať lepší pohľad na odlišnosti spôsobené geometriou. Pre výpočet sme si vybrali model so zadaným voľným preklzom na povrchu a sústredíme sa na dva časové okamihy: prvý, kedy slab prichádza na rozhranie spodného a vrchného plášťa – viď obr. 5.1a popr. 5.1b, a druhý pre slab dosahujúci do hĺbky 1700 km, vykreslený na obrázkoch 5.2a a 5.2b.



Obrázok 5.1: Hustotné anomálie (1.riadok) a geoid spolu s príspevkami (2.riatok) v kartézskej (naľavo) a sférickej (napravo) geometrii pre model s voľným preklzom okamihu, kedy slab dosahuje rozhranie vrchný-spodný plášť

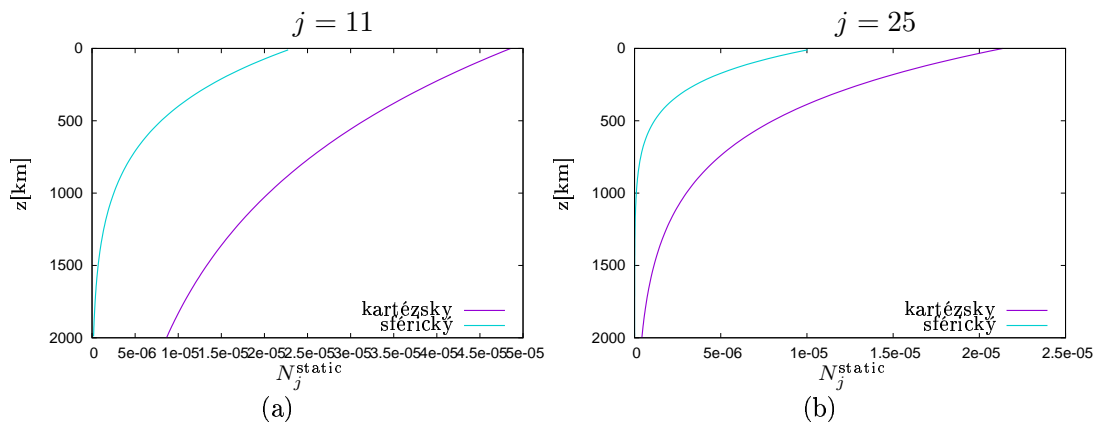
Vypočítané geoidy sú vykreslené aj s jednotlivými príspevkami na obrázkoch 5.1c a 5.1d pre skorší okamih a na obrázkoch 5.2c a 5.2d pre neskorší. Ako vidíme, najväčším rozdielom medzi sférickým a kartézskym modelom je v amplitúdach. Jednoduché prevedenie rozloženia hustôt a povrchovej topografie malo za následok niekoľkonásobné zníženie amplitúdy oboch príspevkov, ako aj ich výsledného rozdielu. Najspoľahlivejšie je pre nás porovnanie statického geoidu: maximálna amplitúda sa redukovala z hodnoty 80 m na hodnotu 12 m v prvom štádiu a z hodnoty 130 m na hodnotu 25 m v druhom štádiu. Podobne sa redukovali aj príspevky od rovnako zadanej dynamickej topografie. Pribeh však ostáva takmer neovplyvnený, mierny rozdiel na kratších vlnových dĺžkach môže byť spôsobený tým, že nie sme schopní filtrovať úplne presne rovnaké vlnové dĺžky zároveň v sférickom a kartézskom modeli. Výsledný geoid nemá už spoločný ani pribeh, pretože v sférickom prípade začal byť dominantnejším príspevok od povrchovej topografie. Toto však nemá žiaden význam, keďže na to, aby sme zistili skutočnú dynamickú topografiu generovanú hustotným rozložením v sférickom prípade, museli by sme pri zadanom reologickom popise riešiť úlohu pre tečenie a konzistentne určiť rozloženie napätí. Je preto možné, že vo výslednom geoidu by opäť

prevažovala zložka statického geoidu.



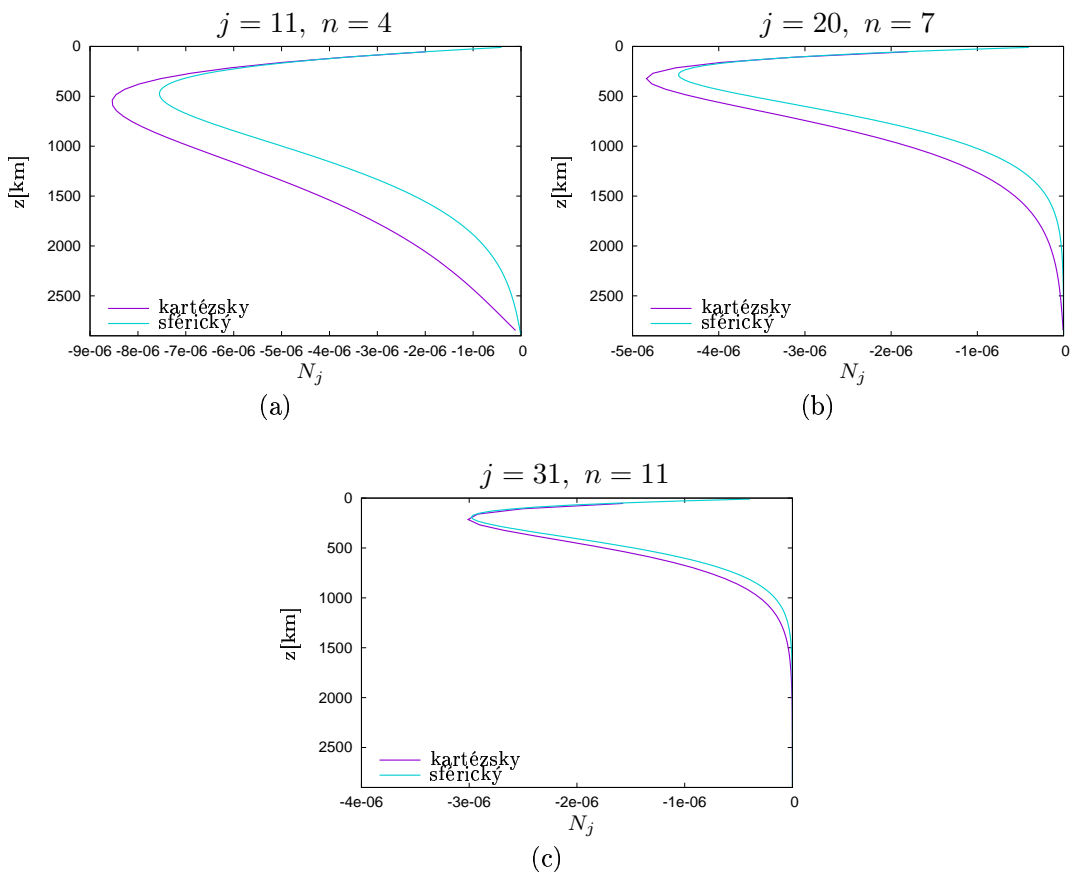
Obrázok 5.2: Hustotné anomálie (1.riadok) a geoid spolu s príspevkami (2.riatok) v kartézskej (naľavo) a sférickej (napravo) geometrii pre model s voľným preklzom okamihu hlbokého zanorenia platne do plášťa

Na obrázkoch 5.3 sú vykreslené odozvové funkcie statického geoidu (čisto od hustotných anomálií) pre stupne sférickeho harmonického rozvoja 11 (5.3a) a 25 (5.3b). Ako vidíme, príspevok od hustotnej anomálie bude v kartézskom prípade až dvojnásobný oproti sférickeému prípadu na všetkých pre nás zaujímavých vlnových dĺžkach a s narastajúcou hĺbkou umiestnenia anomálie bude rozdiel ešte väčší, keďže v sférickom modeli sa príspevok z väčšej hĺbky rýchlejšie tlmí.



Obrázok 5.3: Odozvové funkcie statického geoidu pre stupne rozvoja 11 a 25 v sférickej a kartézskej geometrii

Aby sme teda čo najlepšie posúdili, ako sa bude výsledný geoid odlišovať v sférickej geometrii od toho získaného v kartézskej, počítali sme opäť odozvové funkcie. Tie nám môžu napovedať nielen nakoľko sa odlišuje amplitúda, ale aj aká je závislosť na hĺbke anomálií v oboch geometriách.



Obrázok 5.4: Odozvové funkcie geoidu izoviskózneho modelu pre stupne rozvoja 11, 20 a 31 v sférickej a 4, 7 a 11 kartézskej geometrii

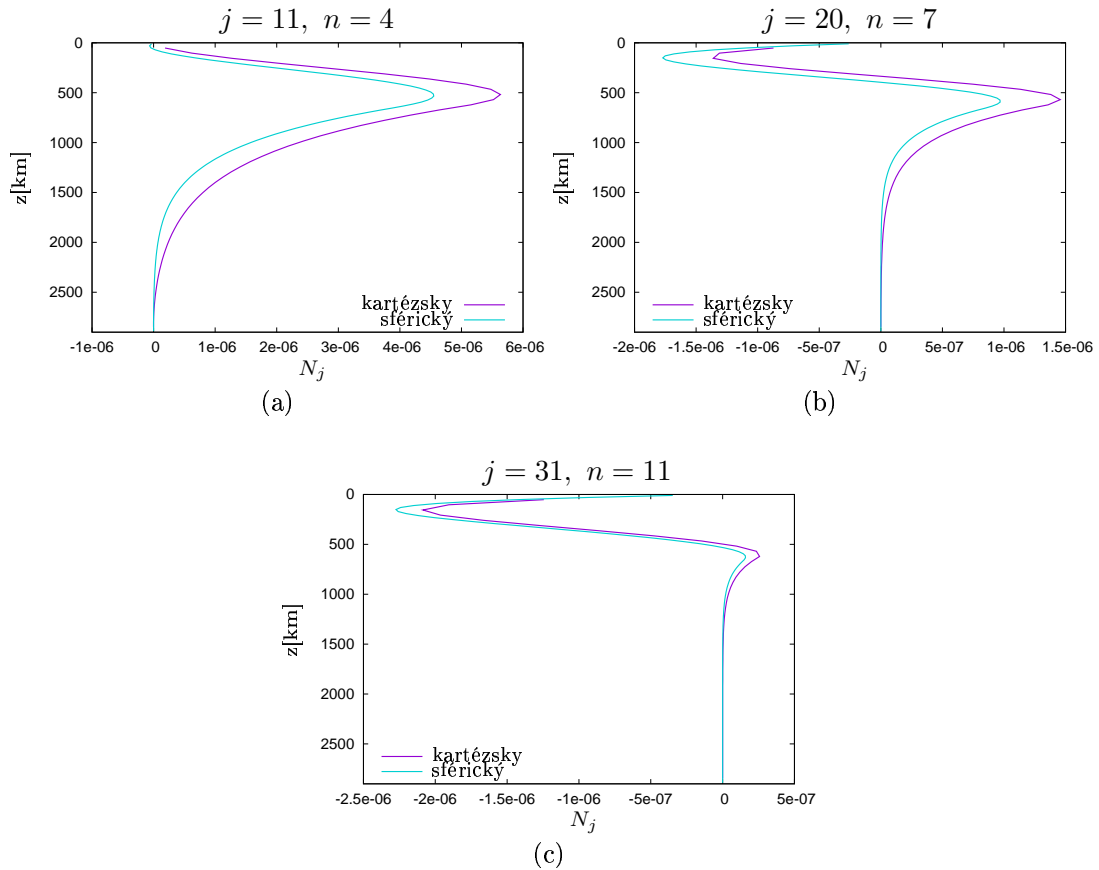
Odozvové funkcie geoidu pre izoviskózný model sú dané pre niektoré vybrané vlnové dĺžky používané vo výpočtoch na obrázkoch 5.4. Vidíme, že už v izoviskóznom prípade by mal vzniknúť výraznejší geoid záporný geoid v kartézskom modeli ako v sférickom najmä pre nižšie stupne rozvoja. Ďalej si môžeme povšimnúť, že kartézsky geoid je na nižších stupňoch rozvoja citlivejší na hustotné anomálie nachádzajúce sa vo väčších hĺbkach (obr 5.4a).

Keďže izoviskózný reologický model plášťa sa výrazne líši od použitej komplikovanej reológie, zisťovali sme, ako sa zmenia odozvové funkcie geoidu, ak uvažíme nárast viskozity v hĺbke 670 km násobkom 30 rovnakým ako v používaných modeloch.

Povšimnime si, že najviac sa proti izoviskóznemu prípadu zmenil koeficient s najnižším stupňom rozvoja: miesto záporného znamienka koeficientu rozvoja geoidu máme pre hustotnú anomáliu umiestnenú v akejkoľvek hĺbke kladný príspevok ku geoidu. S narastajúcim stupňom rozvoja sa prípad s nárastom viskozity začína podobať na izoviskózný prípad, čo je spôsobené tým, že vplyv hustotných anomálií z väčších hĺbok sa s vyššími stupňami rozvoja znižuje exponenciálne.

Na obrázku 5.5a vidíme, že toto je prípad, kedy kartézsky geoid dáva takmer pre všetky hĺbky umiestnenia hustotných anomálií vyšší kladný príspevok

ku geoidu, ako by to bolo v sférickom prípade. S narastajúcim stupňom rozvoja dostávame z odozvočných funkcií geoid s výraznejšími zápornými amplitúdami v sférickom prípade pre hustotné anomálie umiestnené v hĺbkach do 500 km, vo väčších hĺbkach dáva kartézská geometria geoid s väčšími kladnými amplitúdami ako sférická a pre najvyšší stupeň rozvoja už nepozorujeme výrazný rozdiel. Keďže veľká väčšina chladného materiálu je umiestnená v hĺbkach väčších ako 410 km a odozvočné funkcie majú najväčšie amplitúdy na najnižších stupňoch, mohlo by byť aj toto príčinou, prečo všetky naše výsledky dávajú väčšie amplitúdy.



Obrázok 5.5: Odozvočné funkcie geoidu modelu s nárastom viskozity v spodnom plášti faktorom 30 pre stupne rozvoja 11, 20 a 31 v sférickej a 4, 7 a 11 v kartézskej geometrii

Jedným z vysvetlení, prečo dostávame v kartézskej oblasti väčší geoid ako v sférickej, by mohla byť skutočnosť, že v kartézskom prípade uvažujeme menší horizontálny rozmer oblasti, čím sa zvýši vplyv okrajových podmienok na voľný preklz na bočných hraniciach a indukované prúdenie by mohlo vyvolávať väčšiu dynamickú topografiu, a tým zväčšovať geoid.

Výpočty týchto odozvočných funkcií geoidu sú pre nás ale len informačné, keďže použitý reologický popis je proti pôvodným modelom značne zjednodušený a

aby sme zistili pre naše modely skutočný rozdiel daný geometriou, potrebovali by sme presne uvážiť reológiu, ktorá sa ukázala byť veľmi významná.

5.3 Hustoty

Keďže geometriou nájdené rozdiely by nevysvetľovali až rádový rozdiel v amplitúdach geoidu, zvažime ešte vplyv veľkosti hustotných anomálií. Ako vidíme na obrázkoch zadania hustoty 5.1a popríklad 5.2a, veľkosti kladných hustotných anomálií mimo fázových rozhraní dosahujú k hodnotám $100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Pri modelovaní geoidu v subdukčných oblastiach sa však skôr uvažujú hodnoty polovičné.

Problémy s amplitúdami strednevlnného geoidu boli už zaznamenané v [11], kde bola modelovaná Tonga-Kermadecká subdukčná zóna v 3D regionálnom sférickom dynamickom modeli, a teda vplyv geometrie nehral úlohu. V modeli však bola predpísaná oblasť v plášťovom kline s nízkou viskozitou a zníženou hustotou, čo spôsobí, že hustotné anomálie slabu nebudú už na povrchu dostatočne kompenzované dynamickou topografiou. Aby sa dosiahol lepší súhlas s geoidom, bola navrhnuté 1.3-násobné zníženie hustotných anomálií slabu vo väčších hĺbkach odôvodnené dodatočným zahrievaním v plášti, ktoré nebolo zahrnuté v modeli.

Ak by sme predpokladali, že príspevky ku geoidu od získaných hustotných anomálií sú príliš veľké, uprednostňoval by geoid modely s menším hrubnutím slabu v spodnom plášti. Spochybnili by sa tak rozsiahle chladné oblasti v plášti videné seizmickou tomografiou. Keďže relatívne pevný slab zväčšuje amplitúdy geoidu v dôsledku príspevkov od topografie, najviac by vyhovoval model s voľným preklzom, kde hrubnutie slabu nebolo spôsobené ohýbaním a skladaním, ale kompresiou.

Dalším spôsobom, ako by sme mohli redukovať hustotné anomálie, je uváženie závislosti koeficientu tepelnej rozťažnosti α na tlaku. Napríklad v [23] by sme našli priebeh tejto závislosti v tvare: koeficient α klesá na polovičnú hodnotu vo vrchnom plášti, na rozhraní mierne narastá, ale smerom do spodného plášťa naďalej klesá na hodnotu štvrtinovú oproti povrchovej.

Vysoké amplitúdy strednevlnného geoidu nad subdukčnou zónou presahujúce aj hodnotu 100 m v modeli s veľmi hlbokým slabom nájdeme aj v [13]. V tejto práci sa uvažovala kartézská geometria pri modelovaní subdukčnej zóny. Ukázali však, že ak sa miesto celoplášťovej konvekcie modeluje vrstevnatá (čím sa zníži príspevok od hustotných anomálií vo väčších hĺbkach) takýto model znižuje veľkú kladnú anomáliu nad slabom na stredných vlnových dĺžkach a predikovaný geoid celkom dobre vystihuje geoid pozorovaný v jednotlivých subdukčných oblastiach.

Amplitúdy geoidu presahujúce hodnotu 200 m v modeloch vývoja subdukčných platní nájdeme ďalej v [24]. V tomto prípade Lee a King však našli relatívne dobrú zhodu s pozorovaným geoidom pre menej viskóznym spodným plášť.

Kapitola 6

Zhrnutie a záver

Pre modely vývoja pohybu chladného materiálu do plášťa sme spočítali príslušný geoid. Sústredili sme sa na výsledný vplyv niekoľkých parametrov, ktoré určujú reologickú štruktúru plášťového materiálu v horizontálnom smere (viskozita subdukujúceho chladného materiálu, viskozita tenkej deliacej vrstvy kôry na povrchu subdukujúcej platne) ako aj vo vertikálnom smere (skokový nárast viskozity). Tiež sme overili, nakoľko významný môže byť vplyv v prípade zadanej kinematickej okrajovej podmienky na povrchu a v prípade dynamickej pre voľný preklz.

Z výsledkov kapitoly 4 poukážeme hlavne na skutočnosť, že priebeh geoidu pre dostatočné množstvo hmôt v plášti (čo pre nás znamená slab dosahujúci na rozhranie vrchný-spodný plášť a kumulujúci sa v prechodovej zóne) je na stredných vlnových dĺžkach veľmi robustný pre parametre ovplyvňujúce laterálne variácie viskozity a odráža prevládajúci príspevok statického príspevku od hustotných anomálií. Geoid je v týchto prípadoch charakterizovaný lokálnym minimom nachádzajúcim sa asi 1000 km pred subdukciou a lokálnym maximom za subdukciou vzdialeným najviac 500 km od bodu zanárania. Podmienkou pre takýto priebeh je nárast viskozity v spodnom plášti. Ostatné reologické parametre ovplyvnia hlavne veľkosť amplitúd geoidu (pevnosť subdukujúceho materiálu), poprípade vývoj geoidu v počiatočných štádiách (viskozita kôry).

Porovnaním vypočítaného geoidu s pozorovaným nad subdukčnými oblasťami zistíme, že predikovaný geoid relatívne dobre vystihuje priebeh nad jednotlivými rezmí. Avšak tento súhlas platí len pre subdukčné zóny charakterizované nahromadením chladného materiálu v spodnom plášti. Pre slaby neprechádzajúce do spodného plášťa nenachádzame medzi predikovaným a pozorovaným geoidom žiadnu zhodu, čo by nám napovedalo, že reologický popis v najvrchnejších vrstvách nebol dostatočne vyhovujúci zemským podmienkam.

Najproblematickejším výsledkom pre nás však sú amplitúdy geoidu, ktoré sa medzi predikovaným a pozorovaným geoidom na našich vlnových dĺžkach mnohonásobne odlišujú. Vysvetlenie by sčasti priniesla nadhodnotená veľkosť hustoty klesajúceho materiálu. Ďalej sme zistili, že niekoľkonásobný rozdiel môže byť zapríčinený použitou kartézskou geometriou a teda podobný model by pre sférický prípad vyšiel menší.

Na základe porovnaní s pozorovaným geoidom však môžeme určiť vhodnosť

jednotlivých parametrov. V modeloch s pevnejším slabom sa vytvára nad subdukčnou zónou kladná topografia prispievajúca k zvyšovaniu amplitúdy výsledného dynamického geoidu. Nakoľko taký obrovský rozdiel v amplitúdach nie sme schopní vysvetliť, môžeme predpokladať, že sa v Zemi natoľko pevné slaby nenachádzajú. Ďalej by sme pri uprednostňovaní menších amplitúd predikovaného geoidu považovali za vyhovujúcejšie modely s nižším nárastom viskozity v spodnom plášti poprípade modely, kde nedochádza k tak rozsiahlemu hrubnutiu platne pri prechode do spodného plášťa.

Napriek tomu, že procesy odohrávajúce sa v zemskom vnútri, medzi ktorými subdukcie platní zohrávajú pre ľudstvo veľmi významnú úlohu, sú veľmi komplikované a ich analýza je zložitá, pokúsili sme sa v tejto práci podať ďalšie informácie, ktoré by nás priblížili k ich lepšiemu pochopeniu. Na dosiahnutie lepšej zhody s pozorovaným geoidom by ale bola nutná širšia parametrická štúdia, v ktorej by sa menili reologické vlastnosti subdukujúcej platne a plášťa tak, aby model lepšie vyhovoval z hľadiska geoidu.

Literatúra

- [1] King S. D. (2001): Subduction zones: Observations and geodynamic models. *Phys. Earth Planet Interiors* **127**, 9–24.
- [2] King S. D. (2007): Mantle Downwellings and the Fate of Subducting Slabs: Constraints from Seismology, Geoid Topography, Geochemistry, and Petrology. *Treatise on Geophysics* **7**, 325–370.
- [3] Davies G. F. (1981): Regional compensation of subducted lithosphere: effects on geoid, gravity and topography from a preliminary model. *Earth Planet. Sci. Lett.* **54**, 431–441.
- [4] Davies G. F. (1984): Lagging mantle convection, the geoid and mantle structure. *Earth Planet. Sci. Lett.* **69**, 187–194.
- [5] Chen J., King S. D. (1998): The influence of temperature and depth dependent viscosity on geoid and topography profiles from models of mantle convection. *Phys. Earth Planet Interiors* **106**, 75–92.
- [6] Rapp, R. H., Wang Y. M. and N. K. Pavlis (1991): The Ohio 1991 geopotential and sea surface topography harmonic coefficients models. Rep. 410, Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.
- [7] Gudmundsson O., Sambridge M. (1998): A regionalized upper mantle (RUM) seismic model. *J. of Geophys. Res.* **103** B4, 7121–7136.
- [8] Zhong S., Davies G. F. (1999): Effects of plate and slab viscosities on the geoid. *Earth Planet. Sci. Lett.* **170**, 487–496.
- [9] Moresi L., Gurnis M. (1996): Constraints on the lateral strength of slabs from three dimensional dynamic flow models. *Earth Planet. Sci. Lett.* **138**, 15–28.
- [10] Zhong S., Gurnis M. (1992): Viscous flow model of a previous termsubductionnext term zone with a faulted lithosphere: long and short wavelength topography, gravity, and geoid. *Geophys. Res. Lett.* **19**, 1891–1894.
- [11] Billen M. I., Gurnis M. and M. Simons (2003): Multiscale dynamics of the Tonga–Kermadec subduction zone. *Geophys. J. Int.* **153**, 359–388.

- [12] Wen L., Anderson D. L. (1997): Layered mantle convection: a model for geoid and topography. *Earth Planet. Sci. Lett.* **146**, 367–377.
- [13] Krien Y., Fleitout L. (2008): Gravity above subduction zones and forces controlling plate motions. *J. Geophys. Res.* **113**, B09407.
- [14] Běhounková, M. (2007): Global and regional scale modeling of dynamic processes in the Earth’s mantle. PhD thesis, Charles University in Prague.
- [15] Běhounková M., Čížková H. (2008): Long-wavelength character of subducted slabs in the lower mantle. *Earth Planet. Sci. Lett.* **275**, 43–53.
- [16] Chase C. G., Sprowl D. R.(1983): The modern geoid and ancient plate boundaries. *Earth Planet. Sci. Lett.* **62**, 314–320.
- [17] Kárason H., Van der Hilst, R.D.(2000): Constraints on mantle convection from seismic tomography, In: The History and Dynamics of Global Plate Motion. Richards, M.R., Gordon, R., and Van der Hilst, R.D. (Eds.). *Geophysical Monograph (American Geophysical Union, Washington, D.C.)* **121**, 277–288.
- [18] Blankenbach B., Busse F., Christensen U., Cserepes L., Gunkel L., Hansen U., Harder H., Jarvis G., Koch M., Marquart G., Moore D., Olson P., Schmeling H. and T. Schnaubelt (1989): A benchmark comparison for mantle convection codes. *Geophys. J. Int.* **98**, 23–38.
- [19] van Hunen J., van den Berg A. P. and N.J. Vlaar (2004): Various mechanisms to induce present-day shallow flat subduction and implications for the younger Earth: a numerical parameter study. *Phys. Earth Planet. Inter.* **146**, 179–194.
- [20] Hager B.H.(1991): Mantle viscosity: A comparison of models from postglacial rebound and from the geoid, plate driving forces, and advected heat flux, in: R. Sabadini, K. Lambeck, E. Boschi (Eds.), *Glacial Isostasy, Sea Level and Mantle Rheology*, Kluwer, London, 493–513.
- [21] Yoshida, M., Nakakuki T. (2009): Effects on the long-wavelength geoid anomaly of lateral viscosity variations caused by stiff subducting slabs, weak plate margins and lower mantle rheology. *Phys. Earth Planet. Int.* **172**, 278–288.
- [22] Tosi N., Cadek O. and Z. Martinec(2009): Subducted slabs and lateral viscosity variations: effects on the long wavelength geoid. *Geophys. J. Int.*, in Press.
- [23] Steinberger B., Calderwood A. (2006): Models of large-scale viscous flow in the Earth’s mantle with constraints from mineral physics and surface observations. *Geophys. J. Int.* **167**, 1461–1481.

- [24] Lee C., King S. D.: Relationship between variations in spreading rate of the Pacific plate and time-dependent subducting slab dynamics, poster, 11th International Workshop on Numerical Modelling of Mantle Convection and Lithospheric Dynamics, Braunwald, Switzerland, June 28 - July 3, 2009.

Dodatok A

Riešenie Laplaceovej rovnice

Budeme hľadať riešenie Laplaceovej rovnice v tvare

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n(z) e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (\text{A.1})$$

Dosadíme do Laplaceovej rovnice a za predpokladu, že možno derivovať člen po člene, dostaneme

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} \left[a_n''(z) - \left(\frac{2\pi n}{L} \right)^2 a_n(z) \right] e^{\frac{2\pi i n x}{L}} = 0 \quad (\text{A.2})$$

A dostávame rovnice pre funkcie $a_n(z)$ obyčajné diferenciálne rovnice

$$a_n''(z) - \left(\frac{2\pi n}{L} \right)^2 a_n(z) = 0 \quad (\text{A.3})$$

pre ktorú poznáme analytické riešenie, ktoré má obecnú tvar

$$a_n(z) = \alpha_n e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z} + \beta_n e^{\frac{2\pi}{L}|n|z} \quad (\text{A.4})$$

Aby riešenie nedivergovalo pre $z \rightarrow \infty$, budeme požadovať $\beta_n = 0$.

Takže riešenie bude mať po dosadení do rozvoja tvar

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \alpha_n e^{-\frac{2\pi}{L}|n|z} e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (\text{A.5})$$

Koeficienty α_n získame z rozvoja okrajovej podmienky do Fourierovej rady s koeficientmi c_n a s koeficientmi pre $V(x, z = 0)$

$$\left[\frac{\partial V}{\partial z} \right]_{-}^{+} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \left[-\frac{2\pi |n|}{L} \alpha_n e^{-\frac{2\pi}{L}|n|x} \right]_{-}^{+} e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (\text{A.6})$$

$$= \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (\text{A.7})$$

a teda

$$\alpha_n = -\frac{L}{2\pi |n|} c_n \quad (\text{A.8})$$

Zhrnieme

$$V(x, z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{L}{2\pi |n|} c_n e^{-\frac{2\pi}{L} |n| z} e^{\frac{2\pi i n x}{L}} \quad (\text{A.9})$$