

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Radim Kusák

Přehled geofyziky: Geomagnetismus a geoelektrina

Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jakub Velímský, Ph.D.

Studijní program: Fyzika, Fyzika zaměřená na vzdělávání

2008

Děkuji tímto mému vedoucímu bakalářské práce za jeho odborné vedení a pomoc.

Prohlašuji, že jsem svou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčením práce a jejím zveřejněním.

V Praze dne

Radim Kusák

Obsah

Kapitola 1 Historický přehled poznávání zemského magnetismu.....	5
Od starověku k zaoceánským plavbám	5
Gilbert a jeho následovníci.....	5
Rozvoj teorie elektromagnetického pole.....	6
Globální geomagnetická měření	6
Geodynamo a počítačová éra	7
Měření geomagnetického pole v současnosti.....	7
Kapitola 2 Prostorové a časové charakteristiky geomagnetického pole .	8
Multipólový rozvoj	9
Archeo- a paleomagnetismus	13
Paleomagnetismus a desková tektonika	13
Sekulární variace	14
Západní drift.....	14
Geomagnetické elementy	15
Magnetická deklinace.....	15
Magnetická inklinace	16
Kapitola 3 Vznik geomagnetického pole	17
Základy teorie dynama	17
Kinematické dynamo	18
Geodynamo	19
Kapitola 4 Magnetické pole v blízkém okolí Země	23
Magnetosféra.....	23
Ionosféra.....	24
Kapitola 5 Elektromagnetická indukce, vodivost kůry a pláště	25
Elektromagnetická indukce	25
Vodivost kůry a pláště.....	28
Kapitola 6 Aktuální témata v geomagnetismu	29
Přehled značení.....	30
Seznam literatury	31

Název práce: Přehled geofyziky: Geomagnetismus a geoelektrina

Autor: Radim Kusák

Katedra (ústav): Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jakub Velímský, Ph.D.

e-mail vedoucího: Jakub.Velinsky@mff.cuni.cz

Abstrakt: Tato práce slouží jako kapitola učebního textu pro předmět Přehled geofyziky. Pro první seznámení studentů s geoelektrinou a geomagnetismem jsou zde zpracována základní témata oboru – historický přehled, prostorové a časové charakteristiky geomagnetického pole, vznik geomagnetického pole, magnetické pole v blízkém okolí Země, elektromagnetická indukce, vodivost kůry a pláště.

Klíčová slova: Geomagnetismus, geoelektrina, přehled geofyziky

Title: Overview of Geophysics: Geomagnetism and geoelectricity

Author: Radim Kusák

Department: Department of geophysics

Supervisor: RNDr. Jakub Velímský, Ph.D.

Supervisor's e-mail address: Jakub.Velinsky@mff.cuni.cz

Abstract: This work is a chapter of the textbook for the lecture Overview of Geophysics. As the first acquaint with geoelectricity and geomagnetism here we recapitulate basic topics of this subject area – historical overview, space and time characteristics of the geomagnetic field, origin of geomagnetic field, magnetic field in the vicinity of the Earth, electromagnetic induction and electrical conductivity within the crust and mantle

Keywords: Geomagnetism, geoelectricity, overview of Geophysics

Kapitola 1

Historický přehled poznávání zemského magnetismu

Od starověku k zaoceánským plavbám

Starověk



Thales Milétský

První zmínky o magnetismu se objevují v antickém Řecku v souvislosti s magnetovcem. *Thales Milétský* (asi 624-543 př. n. l.) se zmiňuje o magnetovci slovy, že má duši, neboť hýbe železem. Slovo magnetismus má patrně kořen v názvu maloasijského města Magnesia, v jehož blízkosti se magnetovec vyskytoval (Magnítis lithos, tj. kámen z Magnesie).

Vlastnosti magnetovce byly známy také ve Staré Číně. První zmínky pocházejí ze 4. stol. př. n. l. Později, v letech 20-100 n. l. (Louen-heng), máme zmínku o schopnosti magnetovce přitahovat jehlu.



Lžičkový kompas

Kolem roku 271 se objevuje lžičkový kompas dynastie Han a je řazen mezi čtyři největší vynálezy Staré Číny (společně se střelným prachem, výrobou papíru a tiskem).

Středověk



Pergrinův náčrtek kompasu

Mnohem později, v letech 1040-1044 se objevuje odkaz na nám blíže známý kompas (jehla na plováku v nádobě).

Kolem 12. století se kompas dostává do Evropy (zmiňují jej např. Alexandr Neckam, Petrus Peregrinus) a od 13. století se setkáváme s hojným využitím kompasu v námořní navigaci (V. da Gama, K. Kolumbus, F. Magellan). Koncem 15. století Kryštof Kolumbus pozoroval deklinaci¹ při své plavbě do Ameriky a v letech 1544 byla pozorována Georgem Hartmannem také inklinace² (v roce 1581 byla změřena a popsána Robertem Normanem).

Gilbert a jeho následovníci

Renesance



W. Gilbert

Prvním velkým dílem o magnetismu byla práce Williama Gilberta: *De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure* (1600). V práci Gilbert shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace, zkoumal permanentní magnetizaci a demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (terrella). Deklinaci vysvětloval nerov-

¹ Blíže strana 15

² Blíže strana 16

noměrným rozložením hmoty. Díky tomuto dílu bylo od 16. století na Zemi nahlíženo jako na permanentní magnet (Slabost této teorie se ukázala později v teplotě uvnitř Země, která přesahuje Curieovu teplotu železa).



E. Halley:
mapa deklinací

O několik desítek let později (1634) Henry Gellibrand pozoroval časové změny deklinace (sekulární variace). Další významnou úlohu v historii magnetismu a zpracování fyzikálních dat sehrál Edmond Halley. V roce 1702 sestavil mapy deklinací na základě vlastních i převzatých měření, přičemž k zobrazení dat využil izočáry (jednalo se o první použití izočar k zobrazení fyzikálních dat).

Rozvoj teorie elektromagnetického pole

18. a 19. století



Ch. Coulomb

Zlatým věkem elektřiny a magnetismu bylo 18. a 19. století. Charles Coulomb v roce 1777 sestrojil torzní váhy a ukázal, že intenzita pole permanentního magnetu klesá jako $1/r^3$. Později, roku 1820, Hans Christian Ørsted pozoroval ovlivnění magnetické střelky elektrickým proudem. Téhož roku André-Marie Ampère vysvětlil magnetické pole jako projev elektrického proudu. První krok ke sjednocení teorie elektřiny a magnetismu učinil Michael Faraday roku 1831 objevem elektromagnetické indukce (vznik elektrického proudu ve vodiči vyvolaný změnou magnetického pole). Konečné sjednocení teorie elektromagnetického pole završil James Clerk Maxwell roku 1864 formulací Maxwellových rovnic.



J. C. Maxwell

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

Maxwellovy rovnice

Globální geomagnetická měření



A. Humboldt

Carl Friedrich Gauss a Wilhelm Eduard Weber v letech 1832–7 rozvinuli měření intenzity geomagnetického pole s nezávislou kalibrací přístrojů. Pod záštitou Alexandra von Humboldta také založili *Magnetischer Verein* a propagovali rozvoj celosvětové sítě geomagnetických observatoří. O dva roky později, roku 1839, C. F. Gauss publikoval *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*. V tomto díle je poprvé použita sférická harmonická analýza (multipólový rozvoj) geomagnetického pole. Ukázal, že více než 98%



C. F. Gauss

pole je vnitřního původu a také, že 95% pole (ve smyslu amplitud) je soustředěno v dipólovém členu.

Geodynamo a počítačová éra

20. století



J. Larmor

20. století přineslo novou teorii magnetického pole - teorii geodynamo, která se používá dodnes. S myšlenkou geodynamo přišel roku 1919 Joseph Larmor. Uvažoval, že vhodná konfigurace proudění ve vnějším jádře může generovat geomagnetické pole. O několik let později, roku 1933, se objevuje Cowlingův teorém, který lze stručně vyjádřit takto: konfigurace proudění schopná generovat osově symetrické geomagnetické pole, nemůže být osově symetrická. Po druhé světové válce se Walter Elsasser a další pokoušeli nalézt obecné řešení tohoto problému. Roku 1964 Stanislav Bragin-skij představil „téměř symetrické dynamo“. S pokrokem počítačů vznikla možnost numerických modelů vzniku geomagnetického pole Země. První z nich byl představen roku 1995 Glatzmeierem a Robertsem. Mimo jiné dokázali reprodukovat sekulární variaci a inverze geomagnetického pole.

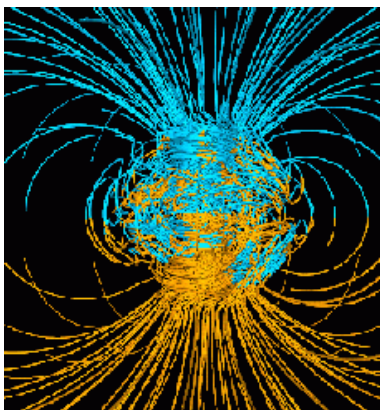


G. Glatzmeier

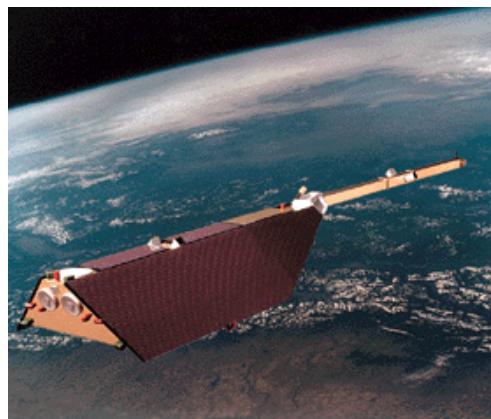
Měření geomagnetického pole v současnosti

V dnešní době se měření geomagnetického pole provádí v moderní síti permanentních i dočasných geomagnetických observatoří. Takto naměřená data je možné najít v on-line datových centrech na internetu.

Další možností k měření magnetického pole Země jsou satelity. Mezi nejznámější patří Ørsted (vypuštěn 1999) a CHAMP (vypuštěn 2001) [1,8].



Obr. 1: Numerický model geodynamo [2]

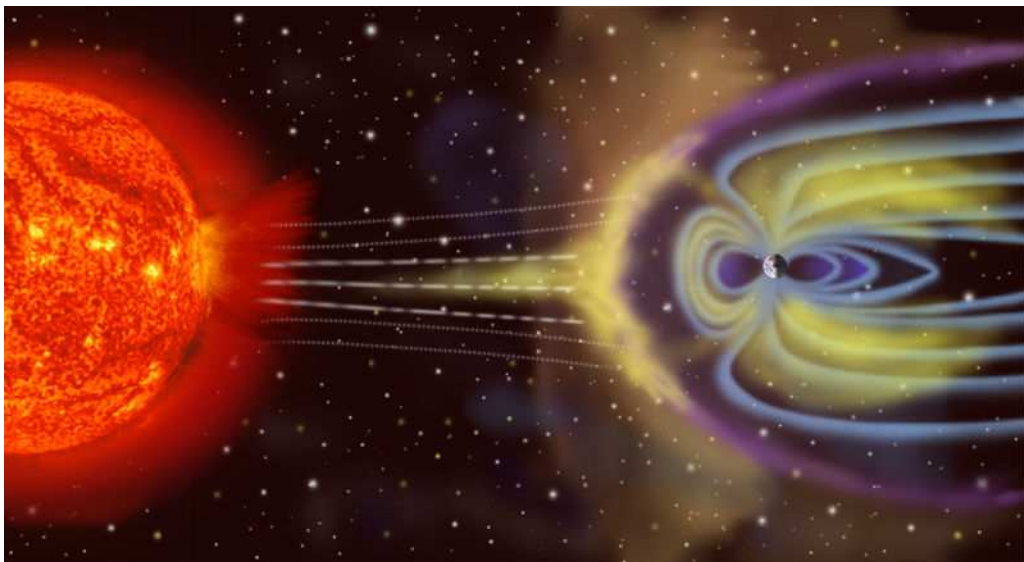


Obr. 2: Satelit CHAMP [3]

Kapitola 2

Prostorové a časové charakteristiky geomagnetického pole

Magnetické pole Země má svůj zdroj v elektrických proudech tekoucích uvnitř Země, především v zemském jádře, dále v elektrických proudech vyskytujících se ve vysoké atmosféře, konečně pak ve feromagnetických horninách ve svrchní vrstvě zemské kůry. Je složitou funkcí času. Jeho prostorový průběh se v prvním přiblížení dá vyjádřit jako pole elementárního dipólu. Magnetické pole rozdělujeme na vnitřní a vnější geomagnetické pole. Zdrojem vnitřního pole je především zemské magnetické dynamo (zkráceně geodynamo). Vnější geomagnetické pole tvoří elektrické proudy v ionosféře a magnetické pole ostatních planet a Slunce.



Obr. 3: Interakce geomagnetického pole se slunečním větrem [1]

Multipólový rozvoj

Pro analýzu geomagnetického pole je potřebné vyjádření pole v matematickém tvaru pomocí jistých parametrů, které toto pole charakterizují. Tuto parametrizaci zavedl jako první C. F. Gauss a nazývá se sférická harmonická analýza. Vyjdeme z Maxwellových rovnic:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

přičemž v atmosféře platí

$$\mathbf{j} = 0 \quad \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mathbf{0}. \quad (2.2)$$

$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mathbf{0}$ znamená, že magnetické pole je konzervativní. Tudíž můžeme zavést potenciál

$$\mathbf{B} = -\nabla V \quad (2.3)$$

Spojením rovnic (2.3) a (2.1) dostáváme Laplaceovu rovnici

$$\Delta V = 0. \quad (2.4)$$

Řešení této rovnice budeme hledat ve sférických souřadnicích (r, ϑ, φ) , které jsou s kartézskými souřadnicemi svázány vztahy

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \sin \vartheta \\ y &= r \sin \varphi \sin \vartheta \\ z &= r \cos \vartheta \end{aligned} \quad (2.5)$$

Rovnice (2.4) má ve sférických souřadnicích tvar

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (2.6)$$

Předpokládejme řešení této rovnice ve tvaru

$$V(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \Theta(\vartheta) \Phi(\varphi). \quad (2.7)$$

Potom rovnici (2.6) je možno upravit na tvar

$$\Theta \Phi \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{R \Phi}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{R \Theta}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2.8)$$

Po vynásobení výrazem $r^2 \sin^2 \vartheta / V$ přejde rovnice do tvaru

$$\frac{r^2 \sin^2 \vartheta}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) = - \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}. \quad (2.9)$$

První dva členy jsou funkcemi proměnných r a ϑ a třetí jen proměnné φ .

Pokud tato rovnice má platit pro všechny hodnoty r , ϑ a φ , tak obě strany

rovnice (2.9) se musí rovnat konstantě $\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -m^2$ a odtud

$$\Phi = A \cos m\varphi + B \sin m\varphi, \quad (2.10)$$

kde A a B jsou integrační konstanty.

Rovnice (2.9) potom nabude tvar

$$\frac{r^2 \sin^2 \vartheta}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) - m^2 = 0. \quad (2.11)$$

Když tuto rovnici dělíme výrazem $\sin^2 \vartheta$, dostaneme

$$\frac{r^2}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) = - \frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta}, \quad (2.12)$$

Jelikož levá strana je funkcí jen proměnné r a pravá strana jen proměnné ϑ , rovnice je splněna, když se obě strany rovnají konstantě. Proto

$$\frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} = -C, \quad (2.13)$$

$$\frac{r^2}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) = C. \quad (2.14)$$

Rovnice (2.13) nabude tvar

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \left(C - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} \right) \Theta = 0 \quad (2.15)$$

Jedná se o Legendreovu diferenciální rovnici, která má na intervalu $\vartheta \in \langle 0, \pi \rangle$ nesingulární řešení pro $C = n(n+1)$.

Rovnici (2.14) je možné upravit na tvar

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial R}{\partial r} - n(n+1)R = 0 \quad (2.16)$$

který má řešení

$$R(r) = \begin{cases} r^n \\ r^{-(n+1)} \end{cases} . \quad (2.17)$$

Když jsou zdroje pole uvnitř koule s poloměrem a , potom je pole nulové v nekonečnu a řešením je

$$R = \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} . \quad (2.18)$$

Když jsou zdroje pole ve vnějším prostoru koule, potom je nulové ve středu koule a řešení je

$$R = \left(\frac{r}{a} \right)^n . \quad (2.19)$$

Rovnice (2.15) po zavedení konstanty $C = n(n+1)$ má tvar

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} \right] \Theta = 0 \quad (2.20)$$

Po zavedení nové proměnné μ vztahem

$$\mu = \cos \vartheta \quad (2.21)$$

Rovnice (2.20) nabude tvar

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 P}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dP}{d\mu} + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1 - \mu^2} \right] P = 0 \quad (2.22)$$

kde řešení jsme označili P. Toto je Legendreova přidružená rovnice která se pro $m = 0$ redukuje na Legendreovu rovnici

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 P}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dP}{d\mu} + n(n+1) P = 0 \quad (2.23)$$

Řešení této rovnice jsou Legendreovy polynomy definované Rodriguesovým vzorcem

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\mu^n} (\mu^2 - 1)^n \quad (2.24)$$

a řešením rovnice (2.22) jsou Legendreovy přidružené funkce

$$P_{nm}(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_n(\mu) \quad (2.25)$$

Vrátíme-li se zpět k řešení Laplaceovy rovnice dostáváme

$$V(r, \vartheta, \varphi) = \begin{cases} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (A \cos m\varphi + B \sin m\varphi) P_{nm}(\cos \vartheta) & \text{pro } r \geq a \\ \left(\frac{r}{a}\right)^n (A' \cos m\varphi + B' \sin m\varphi) P_{nm}(\cos \vartheta) & \text{pro } r \leq a \end{cases} \quad (2.26)$$

Obecné řešení Laplaceovy rovnice se získá lineární kombinací rovnic (2.26)

$$V = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) + \left(\frac{r}{a}\right)^n (q_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi) \right] P_n^m(\cos \vartheta) \quad (2.27)$$

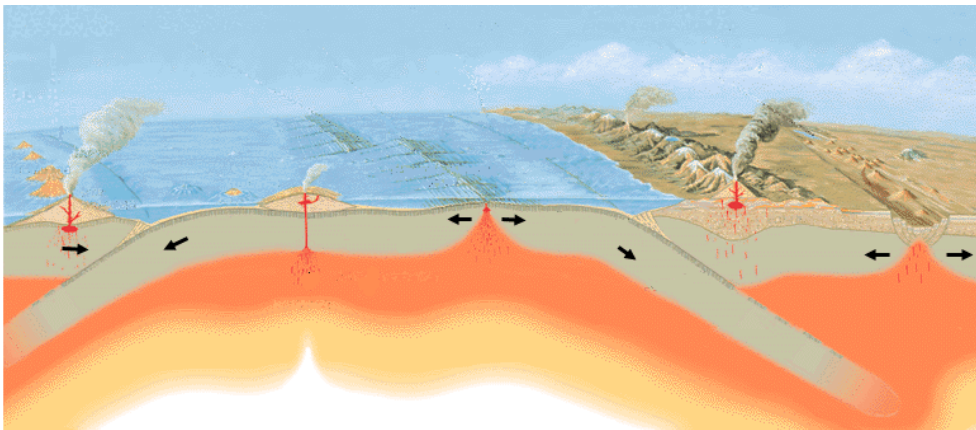
Kde g_n^m, h_n^m jsou harmonické koeficienty (Gaussovy) vnitřního pole, q_n^m, s_n^m jsou harmonické koeficienty (Schmidtovy) vnějšího pole a $P_n^m(\cos \vartheta)$ jsou přidružené Legendreovy polynomy. Sčítací index u n začíná od 1, jelikož pro $n = 0$ a $m = 0$ dostáváme magnetický monopól (což je spor s Maxwellovou rovnicí $\text{div } \mathbf{B} = 0$). [7]

Archeo– a paleomagnetismus

Paleomagnetismus je odvětví geomagnetismu, které na základě studia zbytkového magnetismu vybraných hornin zkoumá rozložení geomagnetického pole a jeho změny v jednotlivých geologických obdobích. Na základě výzkumů je možné si utvořit představu o fungování mechanismu geomagnetického dynama, o pohybech zemské kůry, atd.

Archeomagnetismus je odvětví geomagnetismu, které umožňuje určování směru intenzity zemského magnetického pole v minulosti, založené na studiu termoremanentní magnetizace (T.R.M.). Ta indikuje směr magnetického pole působícího v době vypalování keramického materiálu nebo hlíny. Archeomagnetismus slouží ke studiu pomalých změn zemského magnetického pole (sekulárních variací). [1]

Paleomagnetismus a desková tektonika

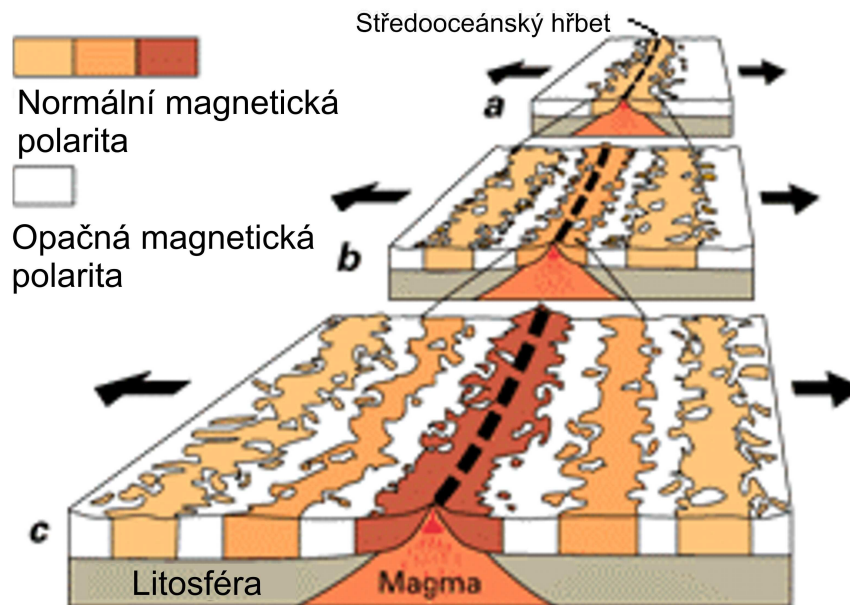


Obr. 4: Principy deskové tektoniky [1]

Teorie deskové tektoniky popisuje pohyb litosférických desek, jejich vznik, vzájemné vztahy, reakce na jejich rozhraní, vznik a předpovědi zemětřesení atd. Jedná se o poměrně novou vědní disciplínu, jejíž základy byly položeny v 70. letech 20. století X. Pichonem a D. McKenzie. Paleomagnetismus nám díky deskové tektonice na středooceánském hřbetu dává informace o přepólování magnetického pole Země (viz obr. 5).

Uvažujme, že litosférické desky se od Středooceánského hřbetu vzdalují konstantní rychlostí. Zahřáté magma, které vyvěrá ze Středooceánského hřbetu je zahřáté nad Curieovu teplotu, tudíž jeho magnetické domény jsou náhodně orientovány (nemá žádnou magnetizaci). Po rychlém ochlazení

na mořském dně se orientace magnetických domén fixuje ve směru aktuálního geomagnetického pole. Jelikož můžeme sledovat na litosférických deskách pásy s opačnou magnetickou polaritou vyvřelých hornin, usuzuje se, že za tento jev je odpovědné přepólování zemských magnetických pólů. Tyto teorie se navzájem potvrzují – přepolování magnetických pólů potvrzuje rozpínání oceánských hřbetů.



Obr. 5: Rozpínání litosférických desek na Středoocéánském hřbetu [1]

Sekulární variace

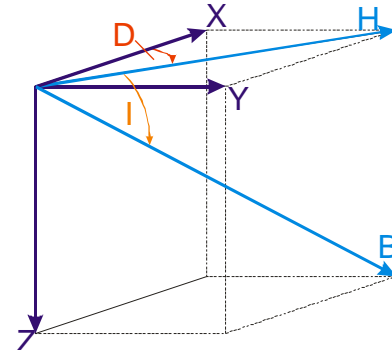
Sekulárními variacemi rozumíme dlouhodobé změny magnetického pole Země, vyvolané pravděpodobně magnetohydrodynamickými pohyby, které probíhají v zemském jádru. Popisují se pomocí rozdílů mezi po sobě následujícími ročními průměry geomagnetických elementů. V důsledku sekulární variace je nutno vztahovat výsledky geomagnetických měření k určitému časovému okamžiku (epoše). [6]

Západní drift

Jev je znám od 17. století. Jedná se o posouvání magnetických izogon (čar konstantní deklinace) nedipólového pole po zemském povrchu. Ve statistickém průměru se nedipólové pole posouvá k západu s průměrnou rychlostí $0,2^\circ$ za rok. Rychlost západního driftu je důležitá tím, že poskytuje odhad rychlosti proudění kapaliny v zemském jádře. [6]

Geomagnetické elementy

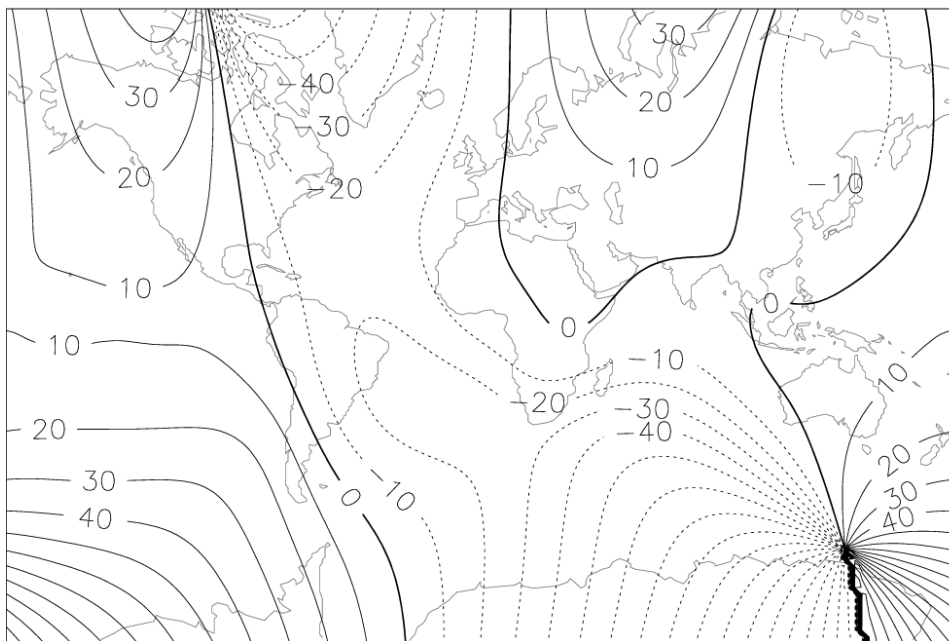
Geomagnetické elementy jsou trojice veličin, jež určují velikost a směr vektoru magnetické indukce geomagnetického pole. Obvykle se uvádí jedna z těchto trojic: 3 skalární složky vektoru magnetické indukce (tj. severní složka X, východní Y a vertikální Z) nebo horizontální složka magnetické indukce H doplněná o magnetickou deklinaci D a magnetickou inklinaci I. Geomagnetické koeficienty jsou časově proměnné. [6]



Öbr. 6: Geomagnetické elementy

Magnetická deklinace

Magnetická deklinace je vodorovný úhel mezi směrem horizontální složky vektoru magnetické indukce geomagnetického pole a zeměpisným severem. Je to úhel určený kompasem. Hodnota magnetické deklinace je kladná, jestliže se strelka kompasu vychyluje k východu. Zpravidla nabývá hodnot mezi -20° a 20° (viz obr. 7). [6]



International Geomagnetic Reference Field (IGRF)

Öbr. 7: Mapa deklinací pro rok 2000 [1]

Magnetická inklinace

Magnetická inklinace je vertikální úhel mezi směrem magnetické indukce geomagnetického pole a horizontální rovinou. V místě magnetického pólu je to pravý úhel. Inklinace je kladná, jestliže vektor pole míří pod horizontální rovinu. Na severní polokouli je kladná, na jižní záporná. V blízkosti rovníku probíhá čára, jejíž všechny body mají inklinaci rovnou nule (tzv. magnetický rovník). [6]

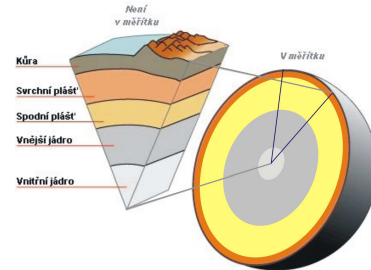
Kapitola 3

Vznik geomagnetického pole

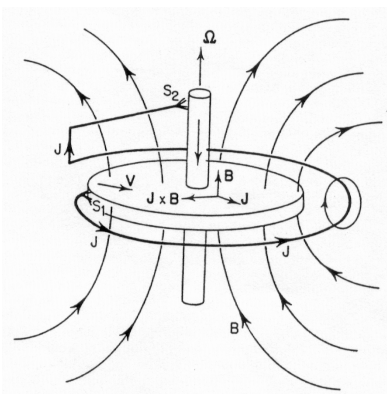
Základy teorie dynama

Ze seismologie víme, že vnějším jádrem se nešíří příčné vlny. Proto usuzujeme, že vnější jádro je kapalné. Skládá se převážně z železa a niklu. Tyto poznatky daly vzniknout dynamové teorii geomagnetického pole. Geo-

dynamo je dnes obecně přijímaná teorie pro vytváření a udržování geomagnetického pole Země. Kapalina ve vnějším jádře má vysokou elektrickou vodivost, a jestliže v ní existují pohyby a jisté, byť velmi slabé počáteční magnetické pole, vznikají elektrické proudy podobně jako v dynamu. Tyto proudy budí vlastní magnetické pole a za příznivého uspořádání se toto pole může zesilovat. Za počáteční slabé magnetické pole lze pokládat např. magnetické pole Slunce nebo Galaxie. K tomu, aby vznikající elektrické proudy nezabrdily systém pohybů, kterým jsou vyvolány, je nutný dostatečný a trvalý zdroj energie. Za pravděpodobný zdroj se pokládá zejména energie uvolňovaná na dně kapalné vrstvy vnějšího jádra tím, že kapalina v důsledku chladnutí Země tuhne. Rychlost pohybů v zemském jádře je odhadovaná podle rychlosti západního driftu nedipólového geomagnetického pole. Činí řádově $10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Skutečnost, že směr osy tzv. zemského magnetického dipólu je velmi blízký směru zemské rotační osy, se vykládá tím, že systém pohybů v zemském jádře je silně ovlivňován rotací Země. Dynamová teorie připouští existenci geomagnetické sekulární variace. [6]



Obr. 8: Stavba Země [1]



Obr. 9: Princip homopolárního dynama [10]

Kinematické dynamo

Základní představu o principu geodynamo přináší tzv. kinematická teorie, ve které se zkoumá pouze rovnice elektromagnetické indukce pro předepsanou rychlost.

Vyjdeme z Ampérova zákona

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (3.1)$$

a Ohmova zákona v kontinuu pohybujícím se rychlostí \mathbf{v}

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \sigma (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3.2)$$

kde σ je elektrická vodivost.

Spojením těchto rovnic dostáváme

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \sigma (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.3)$$

Použijeme-li na tuto rovnici operátor rotace dostáváme

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \nabla \times \mathbf{E} + \sigma \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.4)$$

Použitím materiálového vztahu $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}$ a zákona elektromagnetické indukce dostáváme

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \sigma \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.5)$$

Rozložením členu na levé straně dostáváme

$$\frac{1}{\mu_0 \sigma} (\nabla (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \Delta \mathbf{B}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.6)$$

Jelikož $\nabla \cdot \mathbf{B}$ je rovno 0 z maxwellových rovnic, redukuje se rovnice (3.6) na tvar

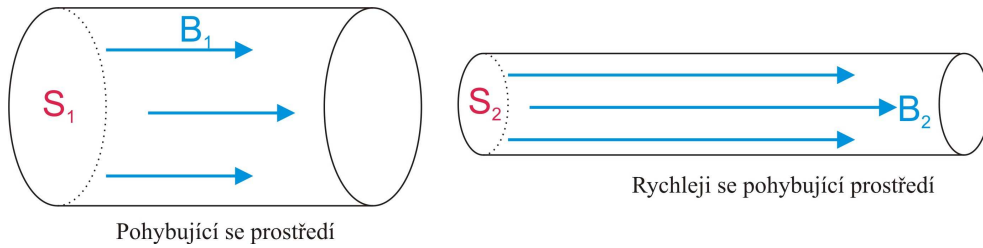
$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}. \quad (3.7)$$

První člen v rovnici (3.7) na pravé straně popisuje difuzi pole ve vodičném prostředí. Druhý člen popisuje unášení siločar (obr. 10) magnetického pole v pohybujícím se prostředí (kinetická energie se přeměňuje na energii magnetického pole). Pokud bychom uvažovali pouze difuzi, došlo by díky exponenciálnímu poklesu ke zmizení geomagnetického pole cca. za 30. tisíc

let. Proto se uvažuje, že zdrojový člen kompenzuje difuzní člen. Veličinou charakterizující tuto kompenzaci nazýváme magnetické Reynoldsovo číslo:

$$R_m = \frac{|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})|}{\left| \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \mathbf{B} \right|} \sim Lv\mu_0 \sigma = R_m, \quad (3.8)$$

kde L je charakteristický rozměr systému, v je charakteristická rychlost. Nutná podmínka pro existenci samobudícího dynama je, aby Reynoldsovo magnetické číslo bylo větší než 1. V jádře je $R_m \sim 200$. [7]



Pohybující se prostředí

Obr. 10: Princip zahuštění magnetických siločar v pohybujícím se prostředí

Uvažujme prostředí, ve kterém je magnetické pole s magnetickou indukcí B_1 . Tok protékající plochou S_1 označme Φ_1 . Začne-li se toto prostředí pohybovat větší rychlostí (tok zůstane konstantní $\Phi_1 = \Phi_2$, ale protékající plocha se zmenší na plochu S_2) dojde k zesílení magnetické indukce podle vztahu $B_2 = B_1 S_1 / S_2$. Jelikož energie magnetického pole je úměrná B^2 dojde k jejímu nárůstu.

Geodynamo

Nyní se podívejme na obecnější popis geodynamo. Fyzikální procesy zahrnuté v dynamové teorii jsou popsány rovnicemi pro elektromagnetické pole a hydrodynamické děje:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3.9)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{f}, \quad (3.10)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \bar{\boldsymbol{\tau}}^T, \quad (3.11)$$

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \nabla \mathbf{v} + \frac{\lambda}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B})^2 + Q, \quad (3.12)$$

kde první rovnice po řadě reprezentují: rovnici kontinuity, zákon zachování hybnosti, zákon zachování momentu hybnosti a zákon zachování energie. V rovnici (3.10) člen \mathbf{f} představuje hustotu síly skládající se z Cori-

olisovy, Lorentzovy a gravitační síly:

$$\mathbf{f} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} \quad (3.13)$$

K plnému popisu kapaliny potřebujeme ještě dvě další rovnice - reologické vztahy a stavovou rovnici. Použijeme Newtonovy reologie dané rovnicemi

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = -p\bar{\mathbf{I}} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (3.14)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \eta \left[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T - \frac{2}{3} \bar{\mathbf{I}} \nabla \cdot \mathbf{v} \right] \quad (3.15)$$

Nyní použijeme tzv. Boussinesqovu aproximaci, ve které budeme v rovnici (3.13) uvažovat teplotní roztažnost

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0)]. \quad (3.16)$$

V ostatních případech budeme uvažovat

$$\rho = \rho_0. \quad (3.17)$$

Dále uvažujme, že všechny parametry popisující chování kapaliny jsou konstantní - λ , η , k , α , C_p , ρ_0

V této aproximaci se rovnice kontinuity (3.9) redukuje na tvar

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (3.18)$$

Dosazením rovnice (3.18) do rovnice (3.15) se tato rovnice redukuje na tvar

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \eta [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T]. \quad (3.19)$$

Dosazením rovnic (3.13), reologických vztahů (3.19), (3.14) a hustoty (3.16) a (3.17) do rovnice zákona zachování hybnosti (3.10) dostaneme

$$\begin{aligned} \rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) &= \eta \Delta \mathbf{v} - \nabla p - 2\rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ &+ \rho_0 \mathbf{g} - \rho_0 \alpha (T - T_0) \mathbf{g}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Gradient hydrostatického tlaku je dán vztahem

$$\nabla p_0 = \rho_0 \mathbf{g}. \quad (3.21)$$

Nyní zavedeme tlak Π jako rozdíl od referenčního hydrostatického tlaku

$$\Pi = p - p_0. \quad (3.22)$$

Nyní můžeme psát:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \eta \Delta \mathbf{v} - \nabla \Pi - 2\rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \rho_0 \alpha (T - T_0) \mathbf{g} \quad (3.23)$$

Použitím Boussinesqovy aproximace na zákon zachování energie (3.12) dostáváme

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T + \boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{v} - \rho_0 C_p \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha T \rho_0 g \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_z + \frac{\lambda}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B})^2 + Q. \quad (3.24)$$

Jednotlivé členy na pravé straně odpovídají postupně difuzi, viskóznímu zahřívání, advekci (unášení), adiabatickému zahřívání, ohmickému zahřívání a vnitřním zdrojům tepla (např. radioaktivita).

Shrnutí rovnic geodynamika v Boussinesqově aproximaci:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3.26)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \eta \Delta \mathbf{v} - \nabla \Pi - 2\rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho_0 \mathbf{g} - \rho_0 \alpha (T - T_0) \mathbf{g}, \quad (3.27)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T + \boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{v} - \rho_0 C_p \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha T \rho_0 g \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_z + \frac{\lambda}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B})^2 + Q. \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.29)$$

Tyto rovnice připouštějí inverze geomagnetického pole, i když je bezprostředně nevysvětlují. Systém, který popisují tyto rovnice, je časově evoluční a nelineární.

V současné době ani nejvýkonnější počítače neumožňují jeho řešení s para-

metry a rozlišením odpovídajícím geodynamu. I za těchto omezení se však již daří modelovat některé typické vlastnosti geomagnetického pole, např. jeho dipólový charakter, sekulární variace, inverze polarity, atd.

Kapitola 4

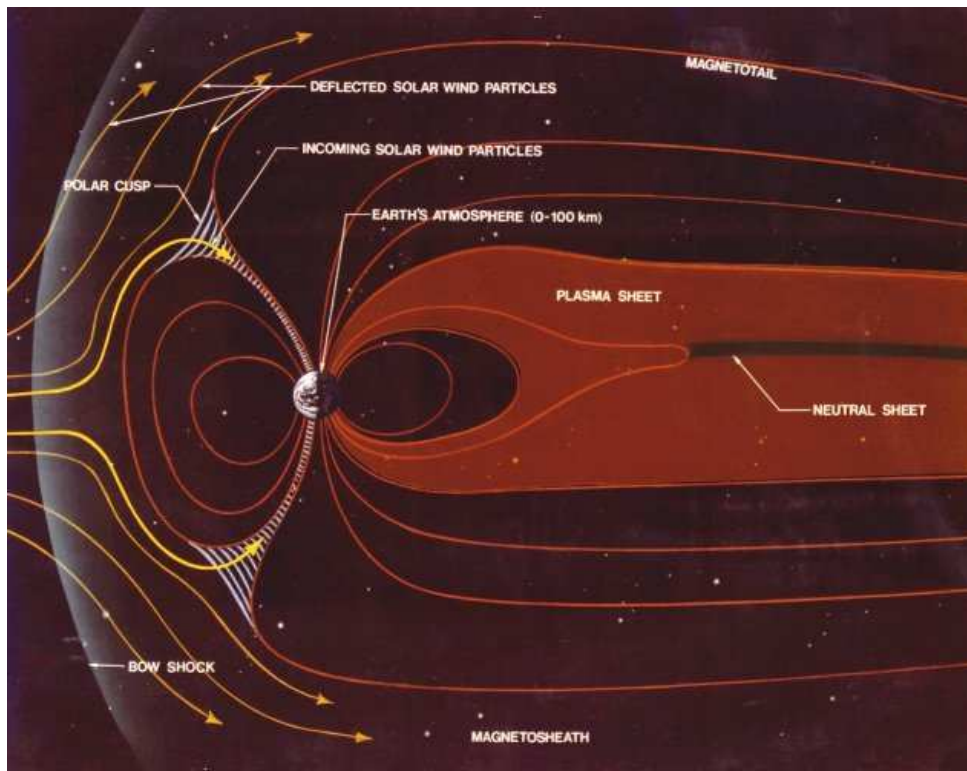
Magnetické pole v blízkém okolí Země

Magnetosféra

Magnetosféra je oblast v okolí Země, ve které se vliv magnetického pole tělesa na pohyby nabitých částic projevuje silněji než vliv vzájemných srážek částic. Spodní hranice zemské magnetosféry je zhruba ve výšce 150km. Tvar zemské magnetosféry je dán vzájemným působením geomagnetického pole a slunečního větru. Nabité částice ze slunečního větru jsou geomagnetickým polem v magnetosféře zachycovány a směřovány do systému proudů. Nejvýraznější z nich je tzv. prstencový proud v ekvatoriální (rovníkové) oblasti, jehož pozorovaná intenzita výrazně závisí na sluneční aktivitě (pozorování geomagnetických bouří).

Na denní straně je magnetosféra slunečním větrem stlačena tak, že její vnější hranice je jen ve vzdálenosti 10 zemských poloměrů. Na noční straně jsou siločáry unášeny slunečním větrem do podstatně větších vzdáleností.

[1,6]



Obr. 11: Vzhled magnetosféry Země [1]

Ionosféra

Ionosféra je vrstva svrchní atmosféry, vyznačující se významnou elektrickou vodivostí v důsledku přítomnosti volných elektronů a iontů. Má velký význam pro šíření radiových vln, které se od ní mohou odrážet a tím se šíří daleko od vysílače.

K ionizaci dochází působením jednak kosmického záření, jednak ultrafialového a rentgenového záření Slunce na molekuly atmosférických plynů, především kyslíku (O_2 , O) a dusíku (N_2). Spodní okraj ionosféry se nachází ve výšce asi 60 km, shora je ionosféra ohraničena výškou asi 500 km.

Nejnámějším jevem v ionosféře a magnetosféře je polární záře (obr. 11). Jedná se o světelné úkazy ve výškách od 90 km do 1000 km. Nejčastěji jsou pozorovány v polárních oblastech, ve středních a nízkých šířkách jsou jen vzácně. Vznikají při rekombinaci iontů po dopadu korpuskulárního záření ze Slunce. [1, 6]



Obr. 12: Polární záře [1]

Pohyby ionosféry vyvolané především ohříváním a ochlazováním denní a noční strany, dávají mechanismem ionosférického dynamika vzniknout systému elektrických proudů, především na denní straně. V geomagnetických záznamech se projevují jako denní variace (a její vyšší harmoniky).

V polárních oblastech dochází ke spojení magnetosférických a ionosférických systémů proudů – proudy tekoucími podél magnetických siločar (field-aligned currents).

Kapitola 5

Elektromagnetická indukce, vodivost kůry a pláště

Elektromagnetická indukce

Elektromagnetická indukce je jev, který umožňuje studovat elektrickou vodivost v zemské kůře a zemském plášti. Proměnná magnetická pole vně zemského tělesa vytvářené systémy elektrických proudů v magnetosféře a ionosféře (nebo, v malém měřítku, i uměle) indukují ve vodivých vrstvách zemského tělesa časově proměnné elektrické proudy. Tyto indukované proudy mají vlastní proměnná magnetická pole. Geomagnetické variace měřené na zemském povrchu jsou složeny z vnější (zdrojové) a vnitřní (indukované) části. Poměr těchto dvou částí je základní veličinou pro výpočet elektrické vodivosti v různých hloubkách zemského tělesa.

Indukci ve vodivém prostředí je možné popsat diferenciální rovnicí, kterou je možno odvodit z Maxwellových rovnic pro kvazistacionární případ bez elektrických nábojů ($\rho = 0$). Veličiny ε a μ považujeme za konstanty.

Derivací rovnice $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$ podle času dostaneme

$$\text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (5.1)$$

Po dosazení za $\partial \mathbf{H} / \partial t$ z rovnice $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ je

$$-\frac{1}{\mu} \text{rot rot } \mathbf{E} = \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (5.2)$$

Použitím vztahu $\text{rot rot } \mathbf{E} = \text{grad div } \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}$ a rovnice $\text{div } \mathbf{D} = 0$ pro $\rho = 0$, dostaneme vztah

$$\Delta \mathbf{E} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (5.3)$$

Podobnou rovnici můžeme odvodit i pro magnetickou intenzitu \mathbf{H} , v přípa-

dě konstantní vodivosti, $\sigma = konst.$, platí:

$$\Delta \mathbf{H} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (5.4)$$

Rovnice (5.3) a (5.4) jsou vektorové rovnice difuze.

Uvažujme o vodivém poloprostoru, kde souřadnice z značí hloubku

$$\begin{aligned} \sigma &= konst. > 0 & \text{pro } z > 0 \\ \sigma &= 0 & z \leq 0 \end{aligned}$$

Složky vektoru \mathbf{E} závisí v tomto případě na čase t a hloubce z . Povrch Země necht' je rovina $z = 0$. Potom řešení bude analogické s rovnicí vedení tepla. Uvažujme o rovinné elektromagnetické vlně s úhlovou frekvencí ω .

Když elektrické pole na povrchu poloprostoru má intenzitu E_0 , řešení rovnice (5.3) nabude tvar:

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\omega t - qz} \quad (5.5)$$

Nyní toto řešení dosadíme do rovnice (5.3) abychom určili koeficient q :

$$q^2 E_0 e^{i\omega t - qz} = i\omega \sigma \mu E_0 e^{i\omega t - qz}. \quad (5.6)$$

Úpravou dostáváme vztah pro koeficient q :

$$q = \sqrt{i\sigma\mu\omega}. \quad (5.7)$$

Inverzní část reálné části q , je známa jako hloubka průniku p (hloubka, ve které klesne intenzita pole na $1/e$):

$$p = \frac{1}{\text{Re}(q)} = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}. \quad (5.8)$$

Z rovnice (5.8) je vidět, že se vzrůstající hloubkou se amplituda bude zmenšovat a nastane posun fáze.

Výraz

$$C = \frac{1}{q} = \frac{E_x}{i\omega B_y} = -\frac{E_y}{i\omega B_x} \quad (5.9)$$

je znám jako Schmucker-Weideltova přenosová funkce a umožňuje ze známých hodnot elektrického a magnetického pole naměřených na povrchu určit rezistivitu poloprostoru ρ

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{|q|^2} \mu\omega = |C|^2 \mu\omega \quad (5.10)$$

V případě hloubkově proměnné vodivosti je úloha složitější. Pokud máme k dispozici přenosové funkce v dostatečném frekvenčním rozsahu, můžeme rekonstruovat i vodivostní hloubkový profil. Využíváme přitom toho, že delší periody pronikají do větší hloubky. [6,7,10]

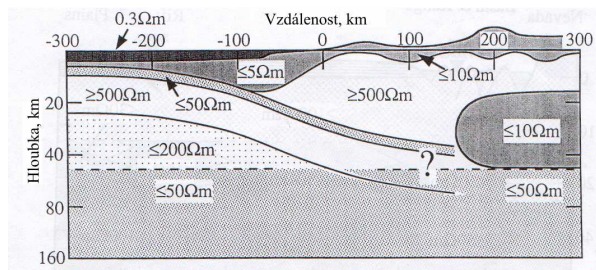
Vodivost kůry a pláště

Elektrická vodivost obsahuje informaci o chemickém složení a fyzikálním stavu materiálu uvnitř zemského tělesa. Souvisí s teplotou a s obsahem elektrolytů v pórech hornin ve svrchních partiích Země. Elektrická vodivost výrazně roste s hloubkou v Zemi. Pro výzkum v malých hloubkách (10 až 200 km) je používána většinou magnetotelurická metoda, při které se měří variace jak magnetického, tak elektrického vektoru elektromagnetického pole. Pro výpočet vodivosti ve větších hloubkách jsou využívány časové variace složek magnetické indukce geomagnetického pole. Tyto variace jsou spojitě zaznamenávány v celosvětové síti observatoří. Největší periody indukovaných variací umožňují výpočet vodivosti do hloubky asi 1600 km.

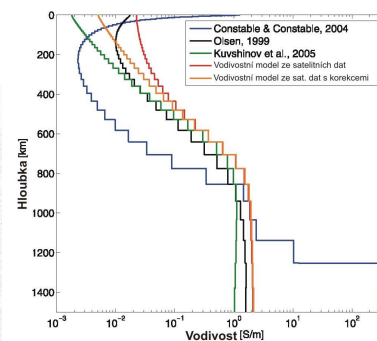
Mechanismy elektrické vodivosti relevantní v geofyzice je možno rozdělit na tři typy: polovodičovou, elektrolytickou (iontovou) a kovovou. Vodivost polovodičová je převládajícím mechanismem v silikátových horninách kůry a pláště (nosičem náboje jsou nečistoty v silikátových horninách). Vodivost elektrolytická závisí na množství iontových roztoků nalézajících se v pórech hornin v kůře (nosičem náboje jsou volné ionty). Čím větší je porozita hornin, tím více se tato vodivost projeví. V jádře poté uvažujeme vodivost kovovou (nosičem náboje jsou valenční elektrony). Vodivost hornin také závisí na teplotě Arrheniovým vztahem

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{-E}{kT}}.$$

E je aktivační energie, k Boltzmanova konstanta. [6,7,10]



Obr. 13: Elektrická vodivost kůry a pláště – příklad regionálního modelu typického pro magnetotelurickou metodu [4]



Obr. 14: Elektrická vodivost kůry a pláště – příklady globálních modelů získaných analýzou pozemních, případně satelitních dat [12]

Kapitola 6

Aktuální témata v geomagnetismu

I když naše znalosti o magnetickém a elektrickém poli Země a jejího blízkého okolí jsou již značně detailní, stále zůstává mnoho prostoru k jejich prohlubování. Základním předpokladem pro další rozvoj oboru je neustálé zpřesňování a rozšiřování dostupných dat (např. satelitní měření, moderní paleomagnetické analýzy, zahušťování sítě geomagnetických observatoří, vytváření lokálních sítí magnetotelurických přístrojů, aeromagnetická měření). Tato data vedou k vytváření nových, stále přesnějších modelů pole v různých časových i prostorových měřítkách. V oblasti numerického i experimentálního modelování dynama se díky nárůstu výkonu výpočetní techniky soustředí pozornost na vytváření modelů bližších reálné Zemi (nebo i jiným tělesům sluneční soustavy) a na studium vlivu různých parametrů systému na jeho celkové chování. V oblasti elektromagnetické indukce se začíná pracovat s trojrozměrnými vodivostními modely. V lokálním měřítku vhodně doplňují seismické metody v rudné a naftové prospekci. Výrazně se zpřesnily modely statických magnetických anomálií zemské kůry i modely vnějšího pole. Získané poznatky jsou samozřejmě konfrontovány s výsledky dalších geovědních disciplín: seismologie, geochemie, geodynamiky, tektonofyziky, nebo plasmové fyziky. I 400 let po Gilbertovi tak zůstává geomagnetismus důležitým a stále se rozvíjejícím geofyzikálním oborem.

Přehled značení

B	magnetická indukce
C_p	specifické teplo při konstantním tlaku
D	elektrická indukce
E	intenzita elektrického pole
f	hustota síly
g	gravitační zrychlení
H	intenzita magnetického pole
j	hustota proudu
k	termální vodivost
L	charakteristický rozměr systému
R_m	Reynoldsovo magnetické číslo
t	čas
T	teplota
v	charakteristická rychlost systému
V	magnetický potenciál
v	rychlost
α	koeficient teplotní roztažnosti
η	dynamická viskozita
λ	magnetická rozpínavost
μ₀	permeabilita
ρ	hustota
ρ	hustota náboje
ρ₀	referenční hustota pro teplotu T ₀
σ	elektrická vodivost
Ω	úhlová rychlost
Ī	identický tenzor
σ̄	ireverzibilní část Cauchyho tenzoru
τ̄	Cauchyho tenzor napětí

Seznam literatury

- [1] www.wikipedia.org
- [2] www.es.ucsc.edu/~glatz/geodynamo.html
- [3] www.geocities.com/lkp550/space/champsat.htm
- [4] www.agu.org/reference/geophys/13_hermance.pdf
- [5] Bucha V.: *Geomagnetické pole*, Academia, Praha, 1975
- [6] Mechlová E., Košťál K.: *Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz fyziky*, Prométheus, Praha, 1999
- [7] Ochaba Š.: *Geofyzika*, Slovenské pedagogické nakladatelstvo, Bratislava, 1986
- [8] Sedlák B., Štoll I.: *Elektrina a magnetismus*, Academia Praha, 1993
- [9] Roberts P.H., *Dynamo Theory*, in: *Chaotic Processes in the Geological Sciences*, The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, ed. Yuen D.A., Springer-Verlag, New York, 1992.
- [10] Simpson F., K. Bahr: *Practical Magnetotellurics*, Cambridge Univ. Press, 2005.
- [11] Stern, D.P.: *A Millennium of Geomagnetism*, *Reviews of Geophysics*, 40(3), pp. 1-30, 2002.
- [12] Kuvshinov A., Olsen N.: *A global model of mantle conductivity derived from 5 years of CHAMP, Ørsted, and SAC-C magnetic data*, *Geophysical Research Letters*, Vol. 33, 2006