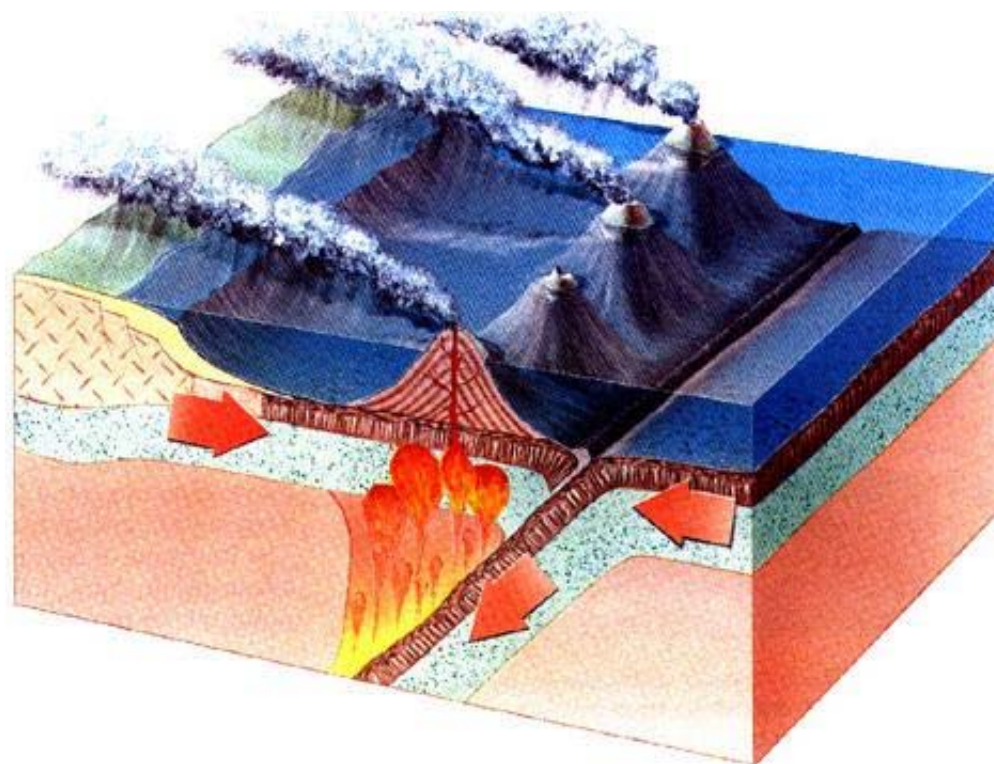


Numerické modelování plášťového klínu



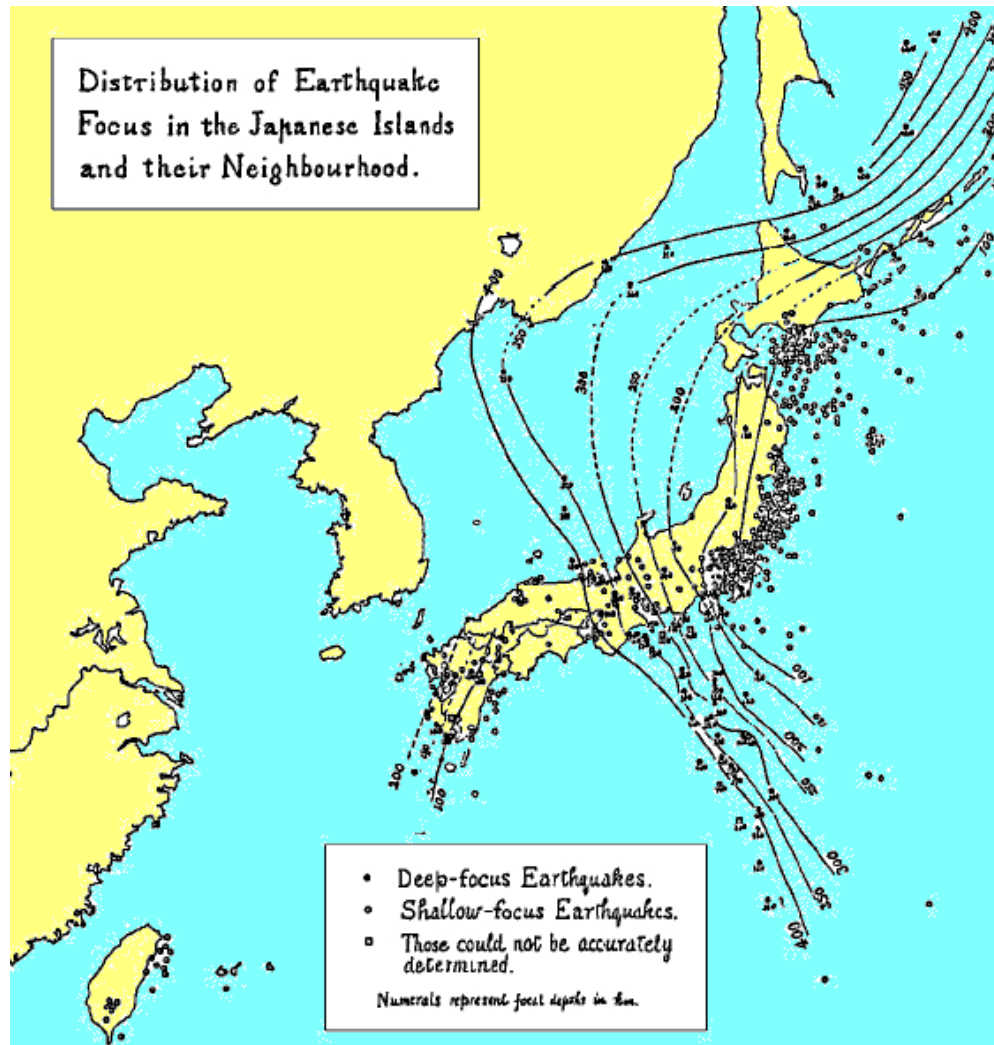
Martin Kukačka

Obsah

- pozorovatelné projevy subdukce
- vlastnosti klíčové pro numerické modelování
- současné numerické modely
 - úspěchy a neúspěchy dosavadního modelování
- vlastní numerické modely
 - self-konzistentní zahrnutí kontaktu litosférických desek
 - popis numerické metody
 - aplikace na otevřené otázky
- závěr

Cíl práce: Vytvoření numerického modelu subdukční zóny, který by zahrnoval kontakt litosférických desek bez apriorních předpokladů na jejich geometrické uspořádání.

Geometrie subdukční zóny

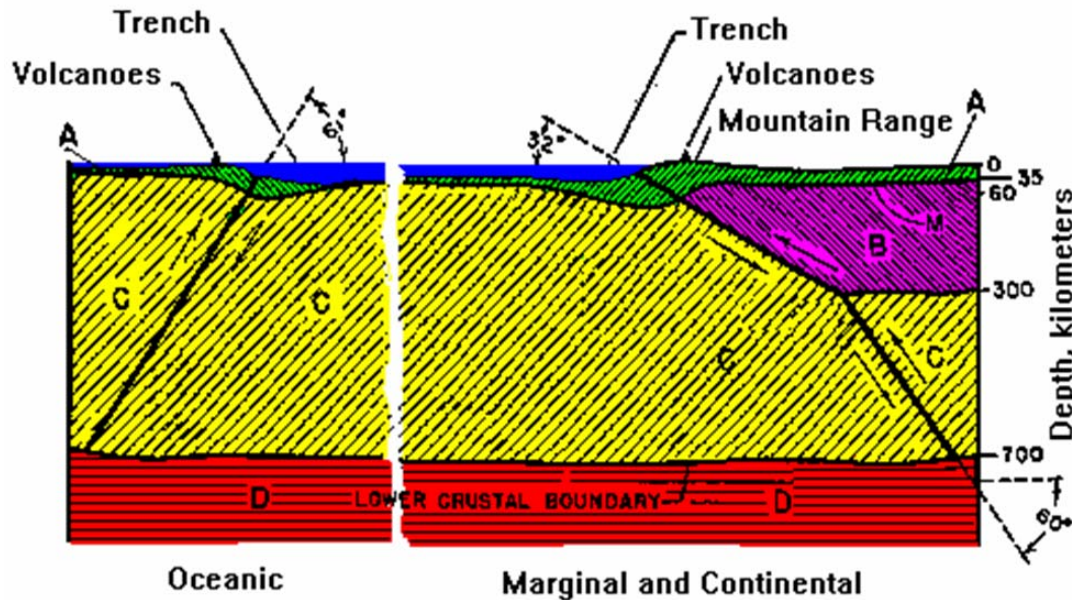


Wadati (1935)

- wadati-benioffova zóna
- sestupný proud v termální konvekci
- nejasný původ „jednostrannosti“ sestupných proudů
- v klasické Rayleigh-Benard konvekci nejsou pozorovány



Vztah úhlu subdukce k ostatním parametrům

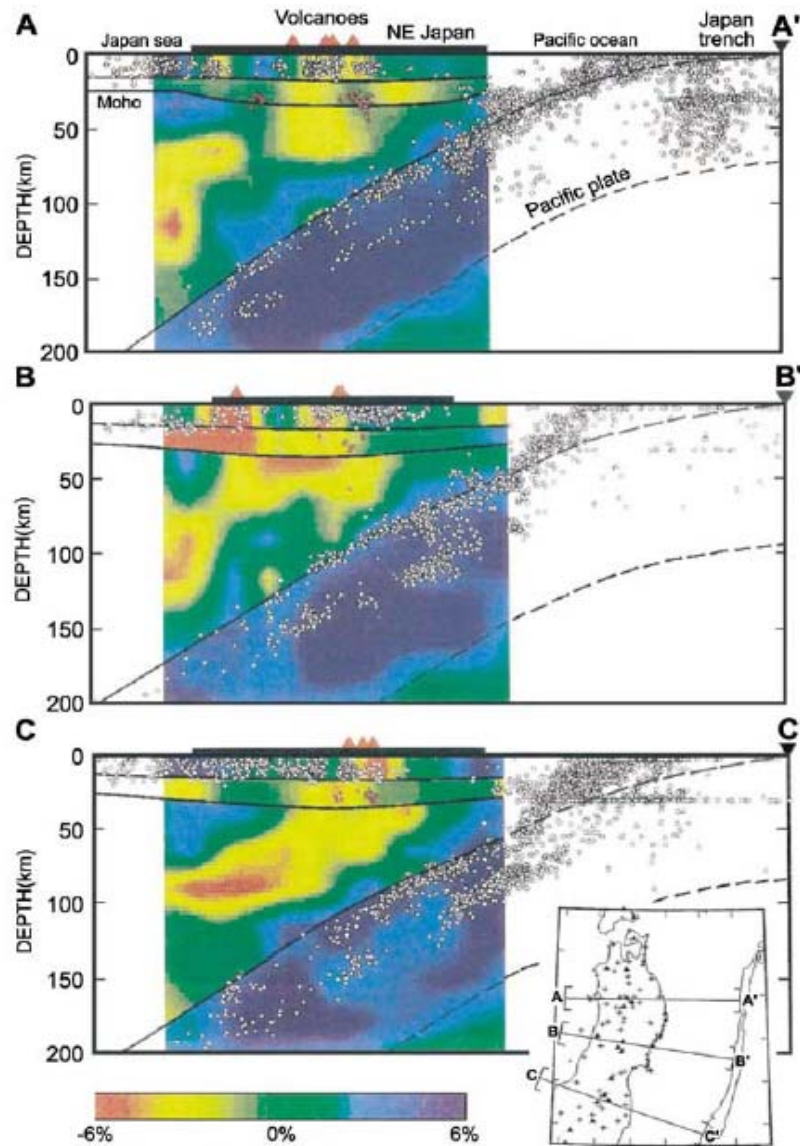


Benioff (1954)

- statisticky bezvýznamná korelace s ostatními parametry
(Jarrad, 1986)
- stále palčivá otázka
- nepůsobí jen vztlakové síly
(Cruciani, 2005)

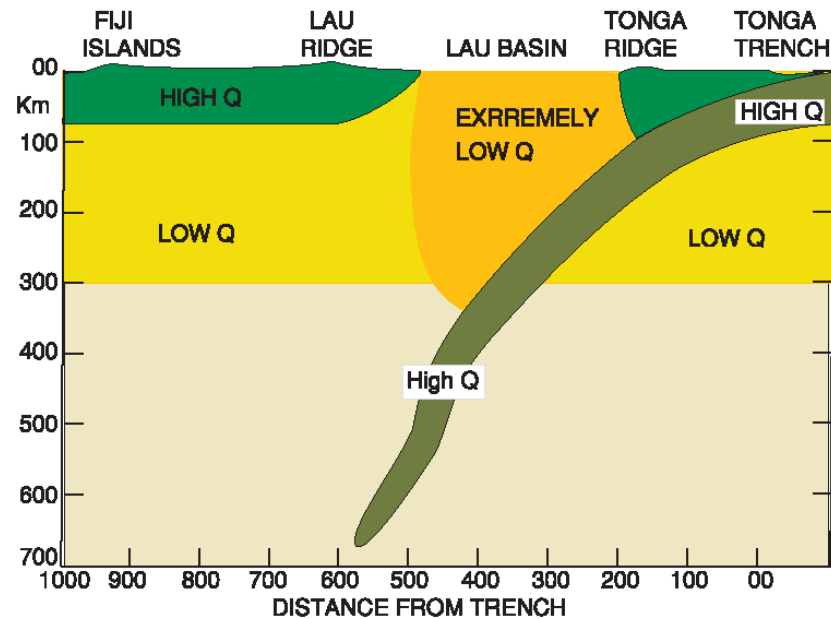
- obecný trend: malý sklon v mělké části (<100 km), větší v hlubší části
- průměrný dip v hlubší části (100-400 km) se liší:
 - oceánské subdukce ~ 66°
 - kontinentální subdukce ~ 40°
- diferenciální rotace: pohyb litosféry na západ (vzhledem k plášti)

Seismická tomografie



Zhao (2001)

- subdukční deska se zvýšenou seismickou rychlostí (V_p až +6%)
- plášťový klín se sníženou seismickou rychlostí (V_p až -6%)
- podobný charakter faktoru kvality Q



Seismická tomografie

- faktor kvality umožňuje hrubý odhad viskozity (Karato, 2003)

$$\frac{1}{Q} \sim \omega^\alpha \exp\left(\frac{-\alpha H}{RT}\right) \quad \eta \sim \eta_0 \exp\left(\frac{H}{RT}\right) \quad \frac{\eta}{\eta_0} = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

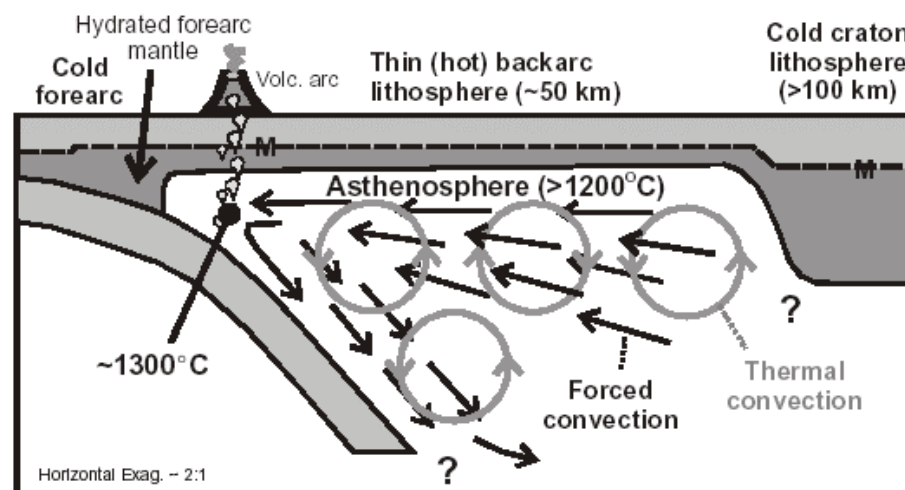
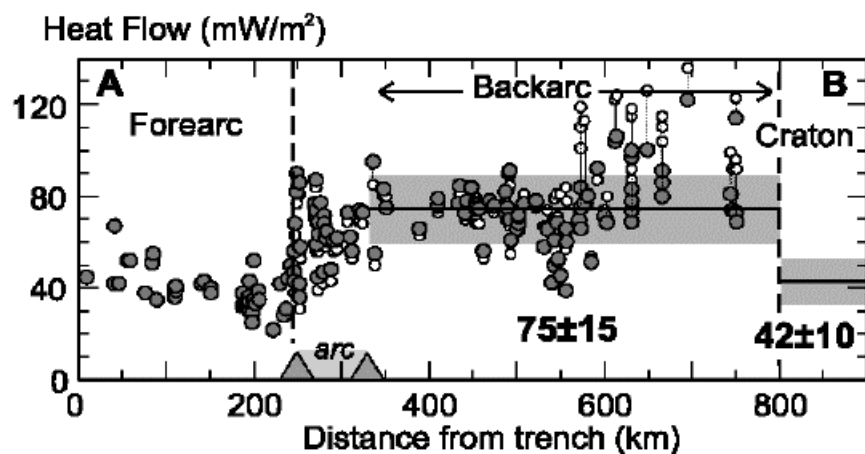
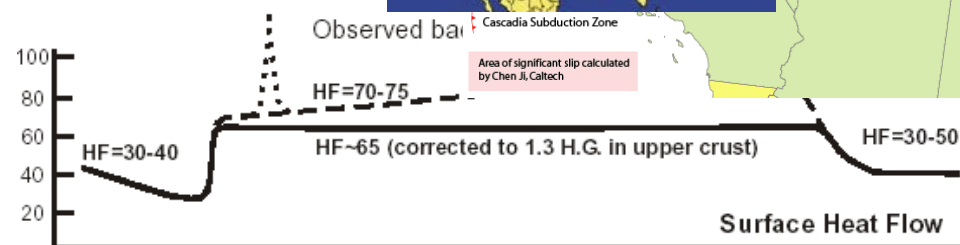
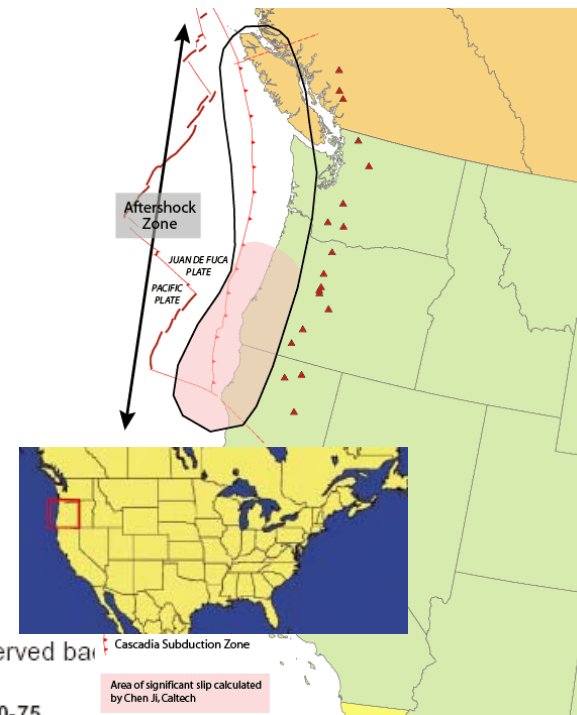
- konstanta $\alpha = 0,23$ určená z pozorování a experimentů
- $Q_0=200$ (PREM), Q v klínu = 70 – 150, pokles viskozity 0,01 – 0,2
- odchylky rychlostí P-vln umožňují odhad viskozity

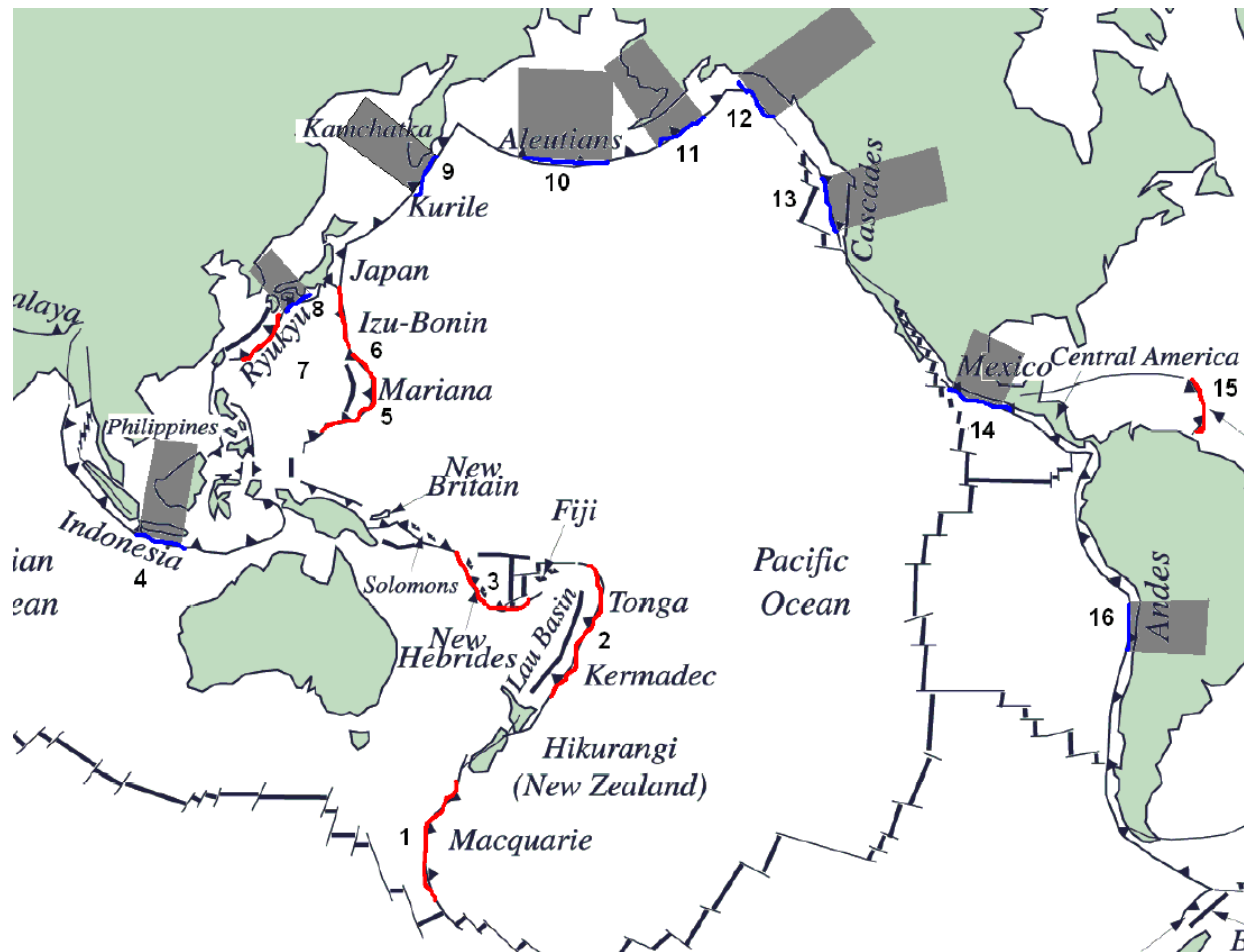
$$\frac{\delta V}{V_0} \cong \frac{ART_0^2}{H} \log \frac{\eta}{\eta_0} - \frac{F}{Q_0} \left(\left(\frac{\eta_0}{\eta} \right)^\alpha - 1 \right), \quad F = \frac{1}{2} \cot \left(\frac{\pi\alpha}{2} \right)$$

- odchylka 5% odpovídá poklesu viskozity $\sim 0,001$
- výsledky seismické tomografie jsou interpretovány jako důkaz podstatného poklesu viskozity v plášťovém klínu v zaobloukové oblasti

Povrchový tepelný tok

- nízký tepelný tok před vulkanickou frontou ($\sim 30 - 40 \text{ mWm}^{-2}$)
- vysoký tepelný tok za vulkanickou frontou ($\sim 70 - 80 \text{ mWm}^{-2}$)
- rozšiřování mořského dna v některých oblastech (Tonga-Kermadec)
- nevysvětlené zvýšení tepelného toku k oblastech bez extenze (Cascadia)

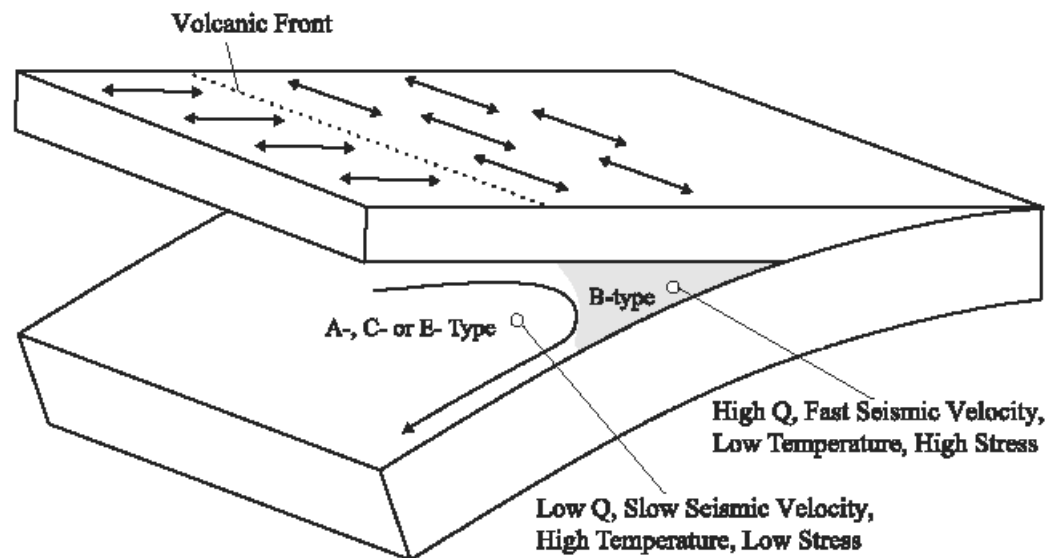




backarc name	backarc width [km]	number of samples	surface heat flow [mWm^{-2}]
Northern Cordillera	650	23	76 ± 21
Cascadia	500	73	75 ± 15
Mexico	>200	6	72 ± 17
Central Andes	400	17	85 ± 16
Aleutian (Bering Sea)	>900	31	75 ± 18
Kamchatka (Okhotsk)	>800	82	70 ± 18
Korea	>750	78	69 ± 16
Sunda (Borneo)	>900	76	76 ± 18

Anizotropie seismických vln

- častý případ: směr rychlejší osy je paralelní s hlubokomořským příkopem v předobloukové oblasti a kolmý na směr hlubokomořského příkopu v zaobloukové oblasti (např. Japonsko)
- uspořádání krystalů (olivínu) při deformaci (LPO): při velkých deformacích se rychlejší osa stáčí do směru deformace (*Zhang & Karato 1995*) → anizotropii by nebylo možné vysvětlit 2D prouděním
- B-olivín (*Jung, 2006*): seismicky rychlejší osa je kolmá na směr deformace
- stabilita B-olivínu: nízká teplota, velké střižné napětí, dostatečná hydratace

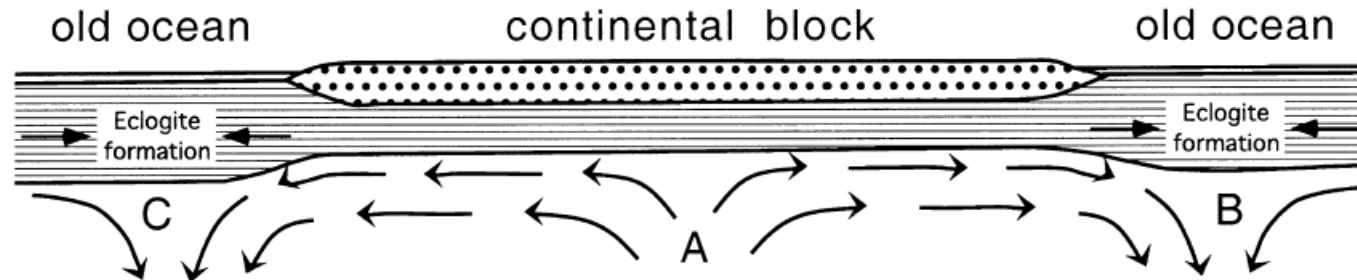


Serpentinizace

- přítomnost vody vede k přeměně olivínu a ortopyroxenu na serpentinit
- serpentinizace je patrně obecná vlastnost předobloukové zóny (*Hyndman & Peacock, 2003*): 50 – 60 % (Centrální Andy, Cascadia), 20% (Aljaška)
- V_p v předobloukové zóně jen 7 km/s
- Poissonův poměr
$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{(V_P/V_S)^2 - 2}{(V_P/V_S)^2 - 1}$$
- 0,26 pro bezvodé peridotity, 0,3 pro 15% serpentinizaci, 0,38 pro serpentinit
- nízká hustota (2,7 g/cm³)
- podstatný vliv na reologii: peridotit se serpentinizací 10% má stejnou pevnost jako čistý serpentinit (*Escartin, 2001*)
- serpentinit stabilní
 - do teploty 700°C (při tlaku 2 GPa)
 - do tlaku ~ 5,5 GPa

Exhumace eklogitu

- vysokotlaký ekvivalent gabra – hustota $3,5 \text{ g/cm}^3$
- zanořování oceánské kůry – zóny subsidence (*Holmes, 1931*)



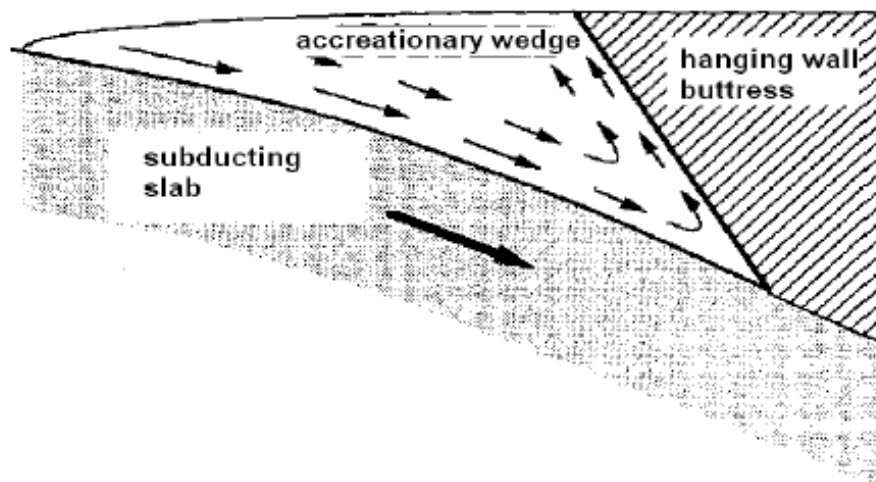
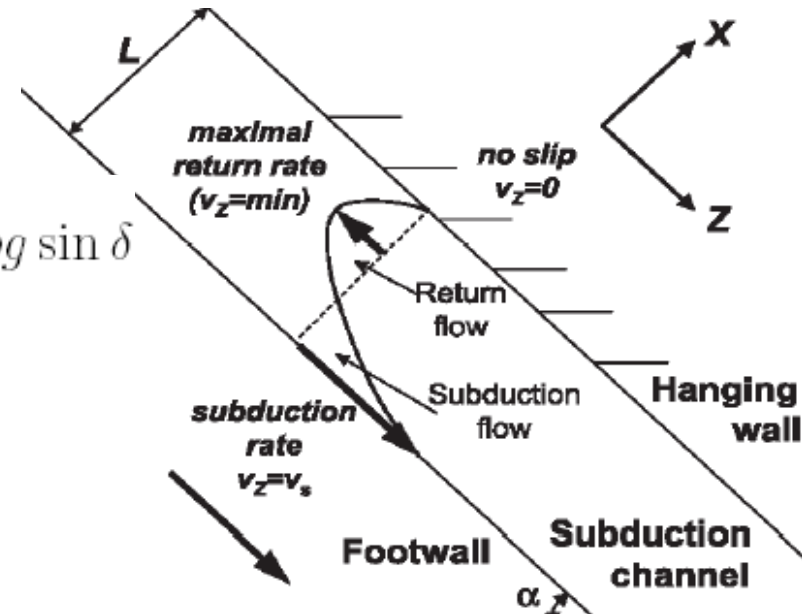
- rychlost exhumace řádově cm/rok , patrně ale nesouvisí s rychlostí subdukce
 - západní Alpy (exhumace $1,3 \text{ cm/rok}$, Adriatická deska 2 cm/rok)
 - Himaláje (exhumace $0,5 \text{ cm/rok}$, subdukce $\sim 18 \text{ cm/rok}$)
- výskyt serpentinitu v exhumovaných komplexech
- 65% peridotit ($3,2 \text{ g/cm}^3$), 30% serpentinit ($2,8 \text{ g/cm}^3$), 5% eklogit ($3,5 \text{ g/cm}^3$) → celková hustota $3,1 \text{ g/cm}^3$
- serpentinitizace je nutná podmínka pro exhumaci eklogitu (*Hermann, 2000*)

Exhumace eklogitu - mechanismus

- exhumační kanál (Schwartz, 2001)

$$v = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dz} (x^2 - Lx) - \frac{v_0 x}{L} + v_0 \quad \frac{dP}{dz} = \Delta \rho g \sin \delta$$

- viskozita 10^{20} Pas, hustotní kontrast $0,5 \text{ g/cm}^3$, šířka kanálu 10 km \rightarrow exhumace 0,5 cm/rok
- model je příliš zjednodušený



- zpětné proudění v plášťovém klínu (Platt, 1993)
- dva typy retrográdní P-T trajektorie
 - isotermální dekomprese
 - současná dekomprese a ochlazování

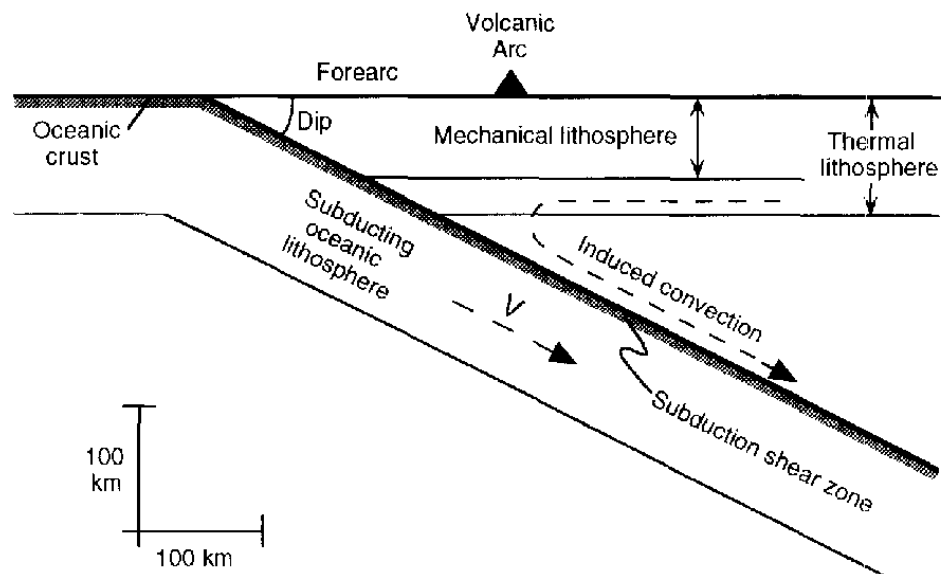
Klíčová pozorování pro modelování subdukce

- geometrie subdukční desky
- tepelný tok před a za vulkanickou frontou
- zpětné proudění v předobloukové oblasti
- reologie

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A\sigma^{n-1}d^{-m} \exp\left(-\frac{H}{RT}\right) \sigma_{ij}$$

$$\eta = A^{\frac{1}{n}} e^{\frac{1-n}{n}} d^{\frac{m}{n}} \exp\left(\frac{E + pV}{nRT}\right) \quad \eta_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\eta_i}}$$

Numerické modely plášťového klínu



S. M. Peacock, 1993, 1994, 1996, ...

Předepsané parametry:

- úhel subdukce
- rychlost subdukce
- stáří subdukce

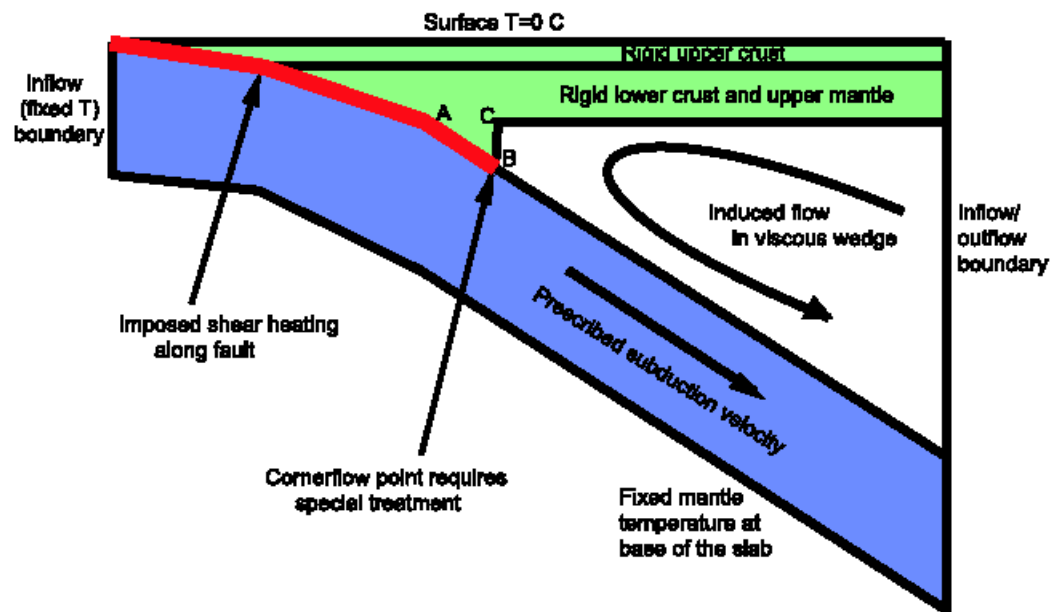
Počítá se:

- proudění v klínu (analyticky)
- teplota v klínu (numericky)

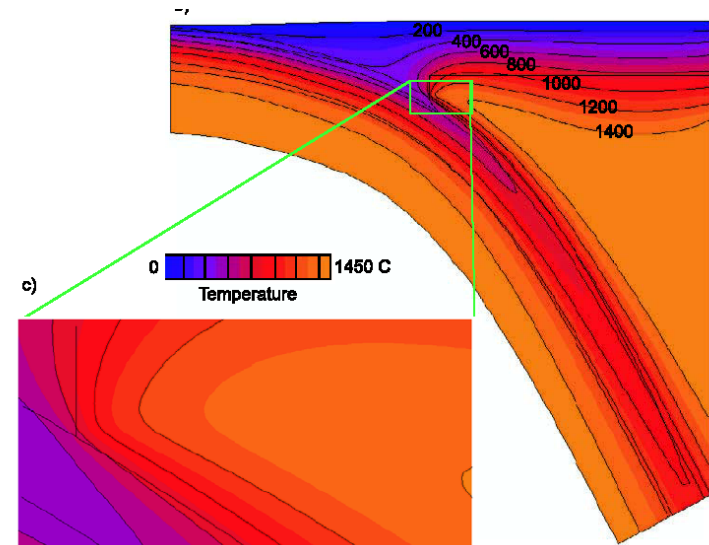
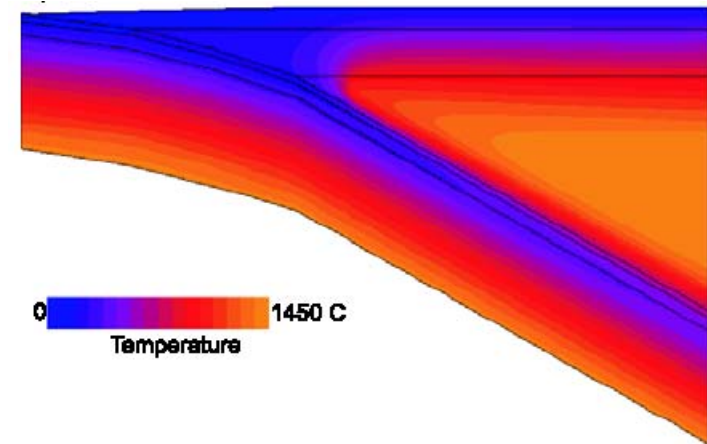
Cíl: P-T podmínky na kontaktu desky a klínu (dochází k tavení kůry?)

Numerické modely v současné době

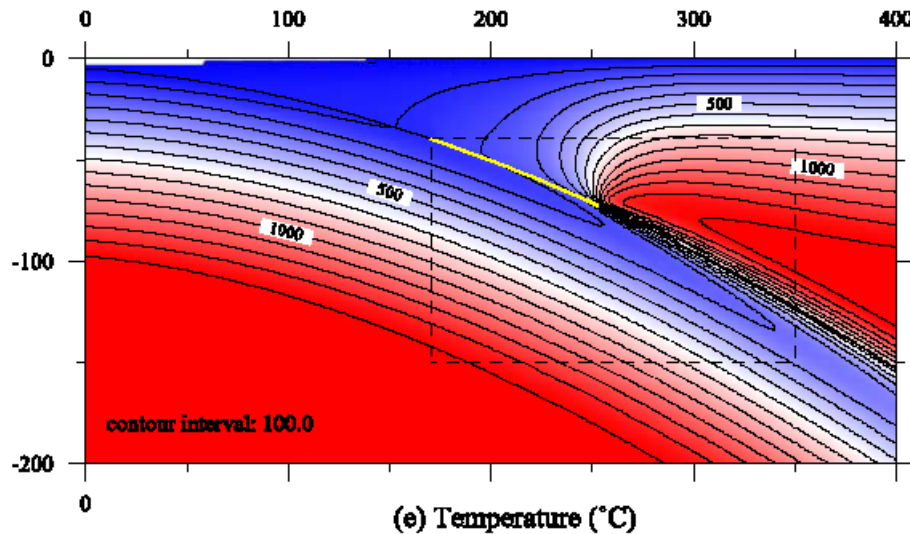
- kompletní numerické řešení



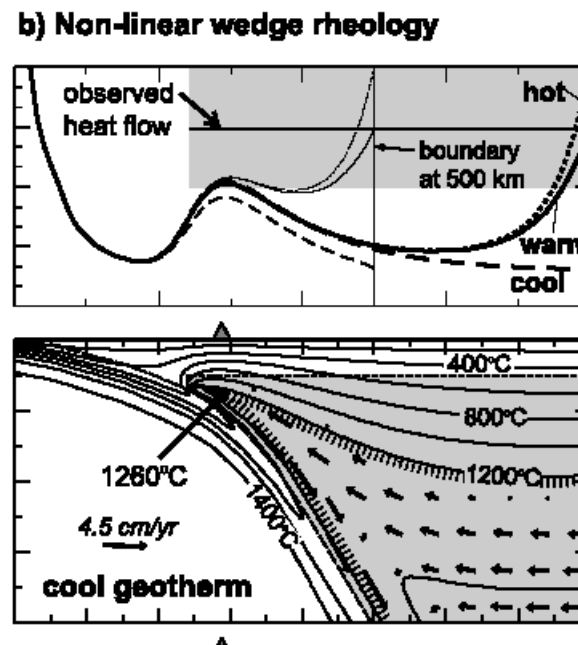
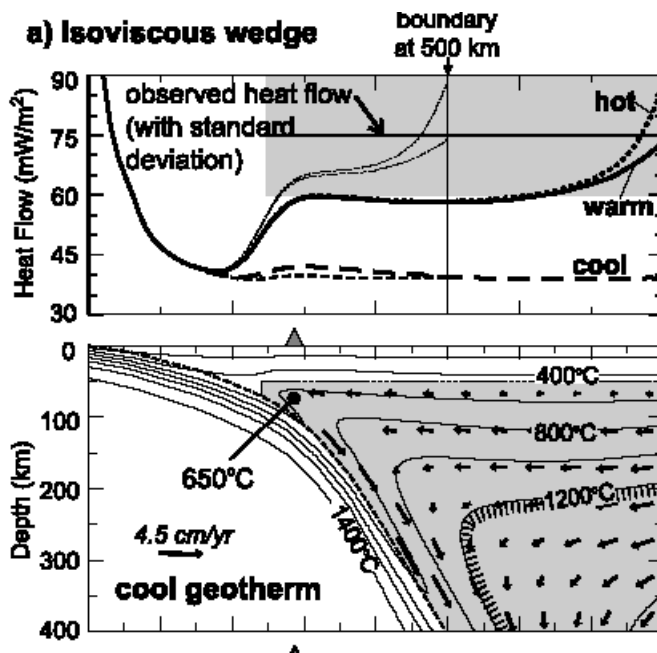
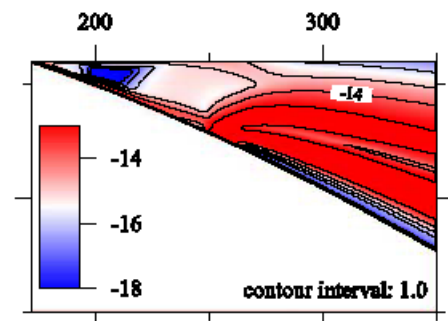
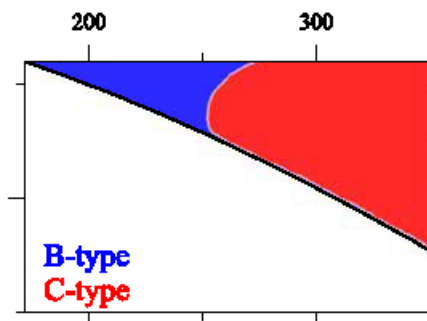
- fixní geometrie, proudění jen v klínu
- disipační teplo na kontaktu desek
- komplexní viskozita
- jemná diskretizace



Úspěchy a neúspěchy modelování



Anisotropie v předobloukové zóně: B-olivín (Kneller, 2007)



Tepelný tok v zaobloukové zóně (Currie, 2004)

Numerický model

- rovnice kontinuity $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$

- zákon zachování hybnosti $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right)$

- rovnice vedení tepla

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \alpha \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p \right) + \mathbf{D} : \nabla \mathbf{v} + Q$$

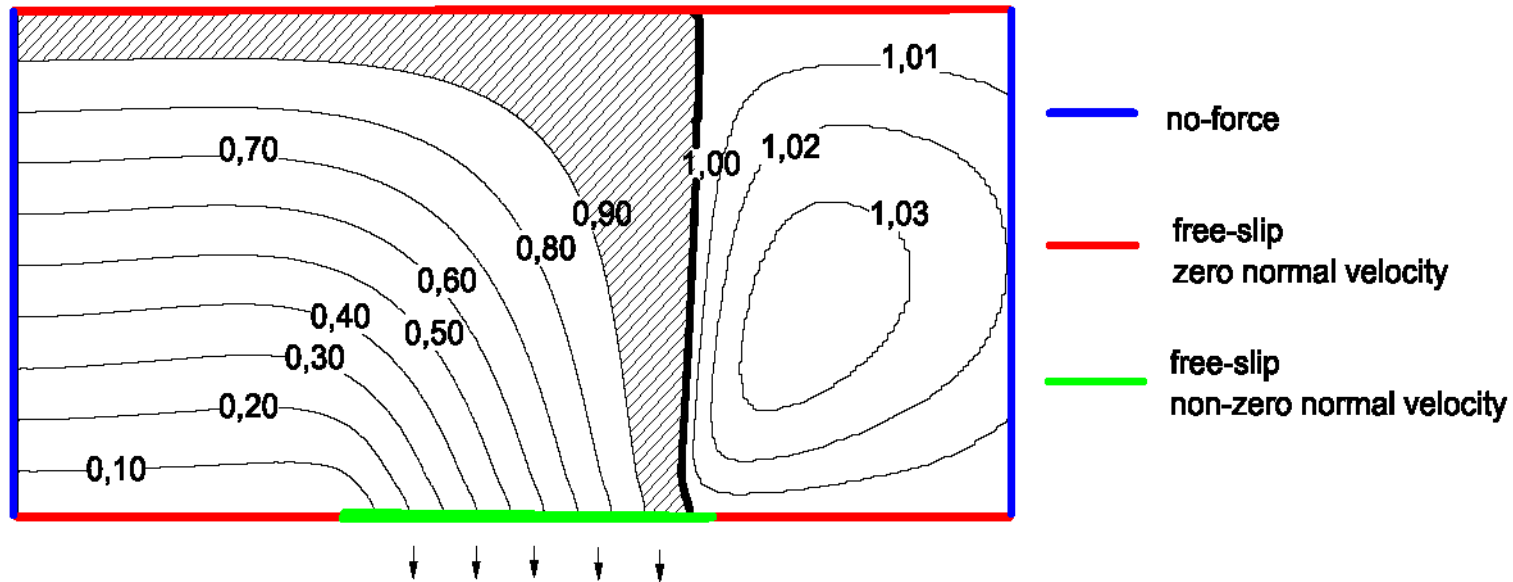
- předpoklady: nestlačitelná kapalina, stacionární stav, nekonečné Prandtlovo číslo

$$-\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{D} + \rho \mathbf{g} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + \mathbf{D} : \mathbf{v} + Q$$

Modelování kontaktu litosférických desek



- viskozita funkcí proudové funkce $\eta = \eta_{\max} f(\psi) \exp\left(-\frac{\ln(K_t)T}{\Delta T}\right)$

$$f(\psi) = \begin{cases} w, & \psi \in \langle (1 - \delta_w)\psi_B, \psi_B \rangle, \quad 0 < \delta_w < 1 \\ 1, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Numerické metody

- Picardova iterace pro nelineární problém

$$K(u)u = f \quad K(u^{i-1})u^i = f$$

- iterační schéma

$$T^0 \rightarrow v^1 \rightarrow T^1 \rightarrow v^2 \rightarrow \dots \rightarrow T^n \rightarrow v^{n+1} \rightarrow T^{n+1} \rightarrow v^{n+2} \rightarrow \dots$$

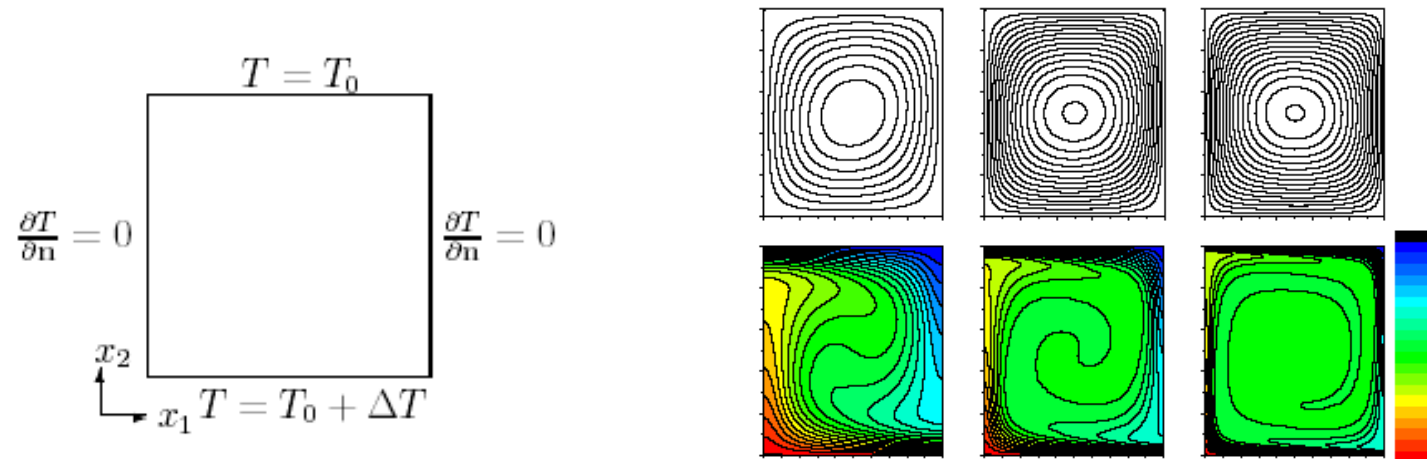
$$T^0 \rightarrow \psi^1 \rightarrow T^1 \rightarrow \psi^2 \rightarrow \dots \rightarrow T^n \rightarrow \psi^{n+1} \rightarrow T^{n+1} \rightarrow \psi^{n+2} \rightarrow \dots$$

- tlumení

$$\hat{T}^n = \beta_T T^n + (1 - \beta_T) T^{n-1}$$

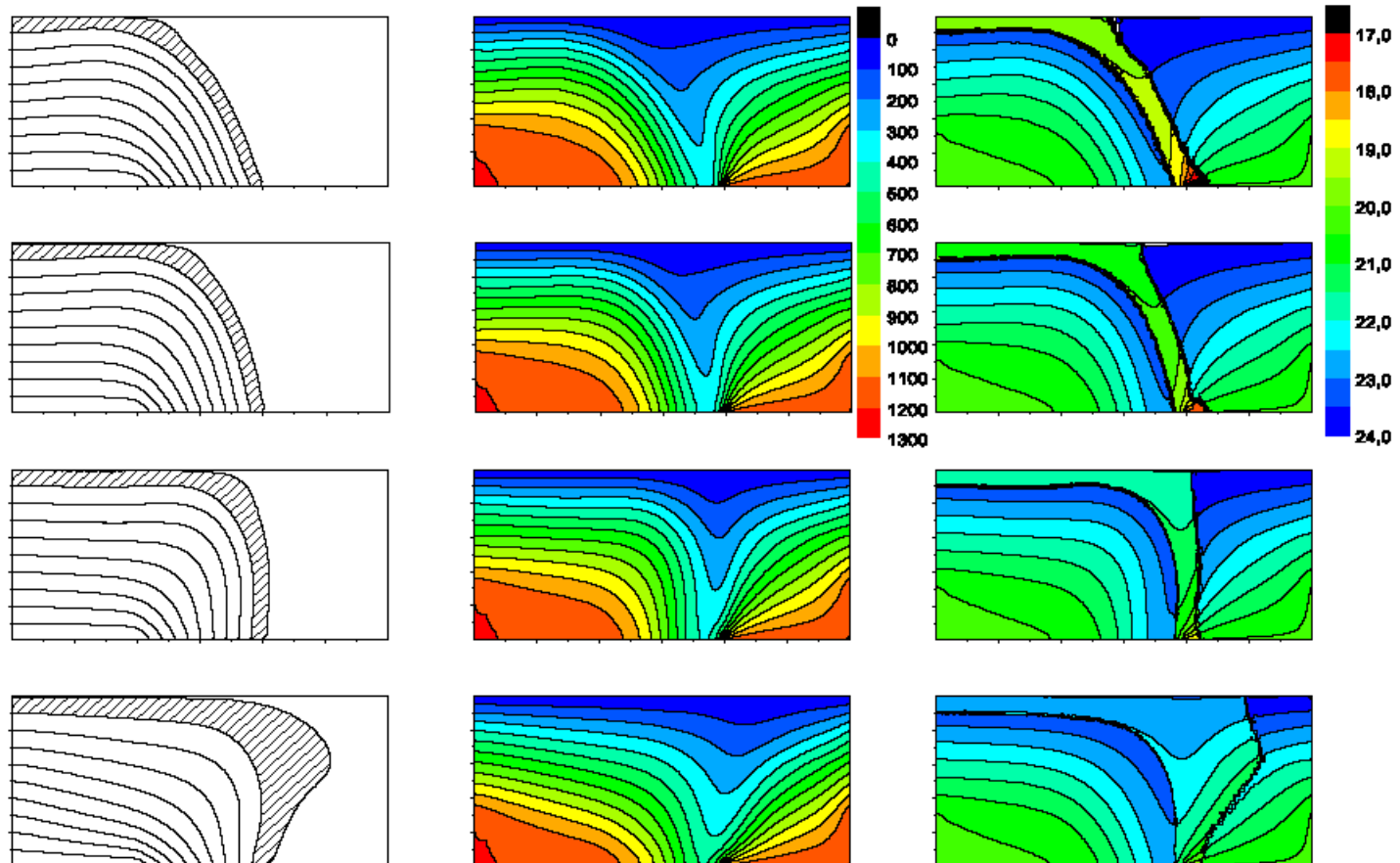
$$\hat{\psi}^n = \beta_\psi \psi^{n-1} + (1 - \beta_\psi) \psi^{n-2}$$

- metoda konečných prvků, implementace v C++

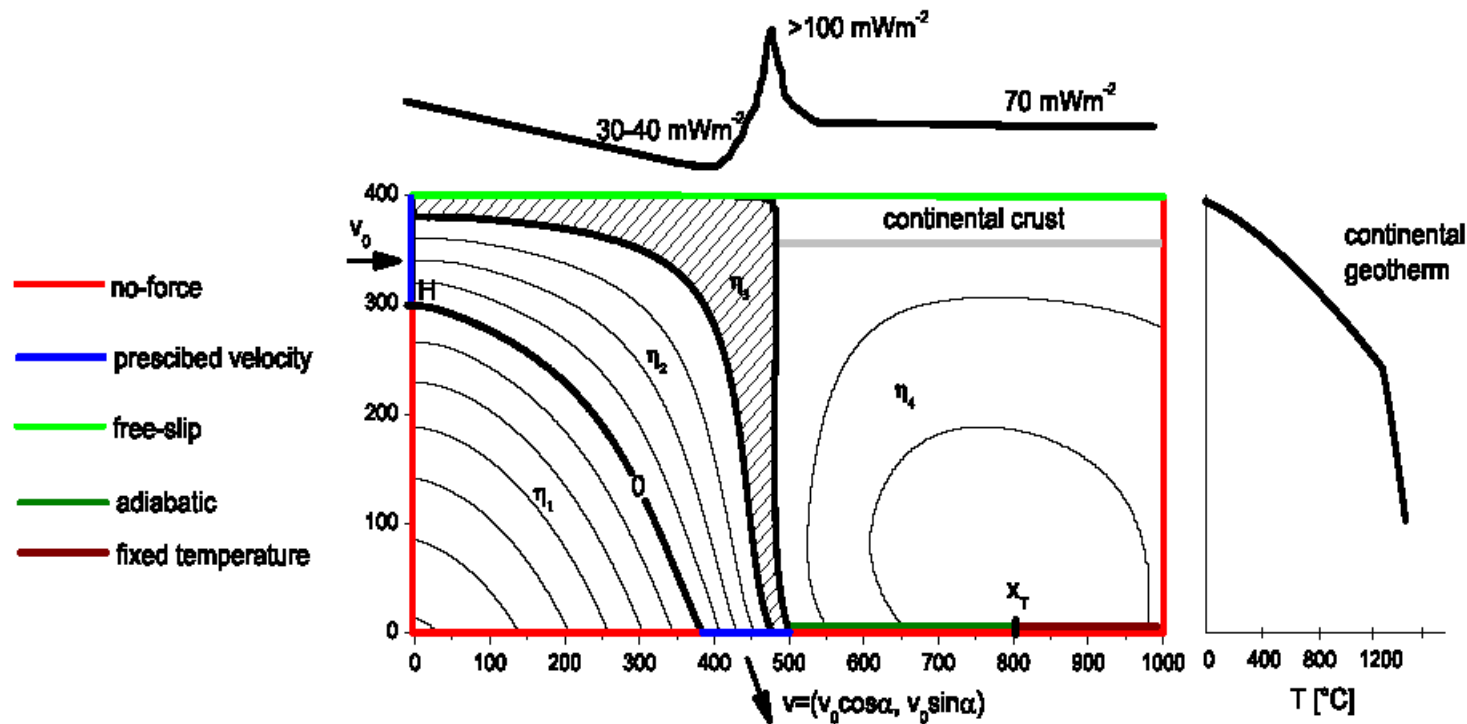


Výsledky modelování kontaktu desek

- oblast 300 x 100 km
- pokles viskozity v oceánské kůře $w=10^{-4}$ až 10^{-1}
- úhel subdukční desky závisí na velikosti poklesu viskozity v oceánské kůře



Modelování tepelného toku v zaobloukové oblasti



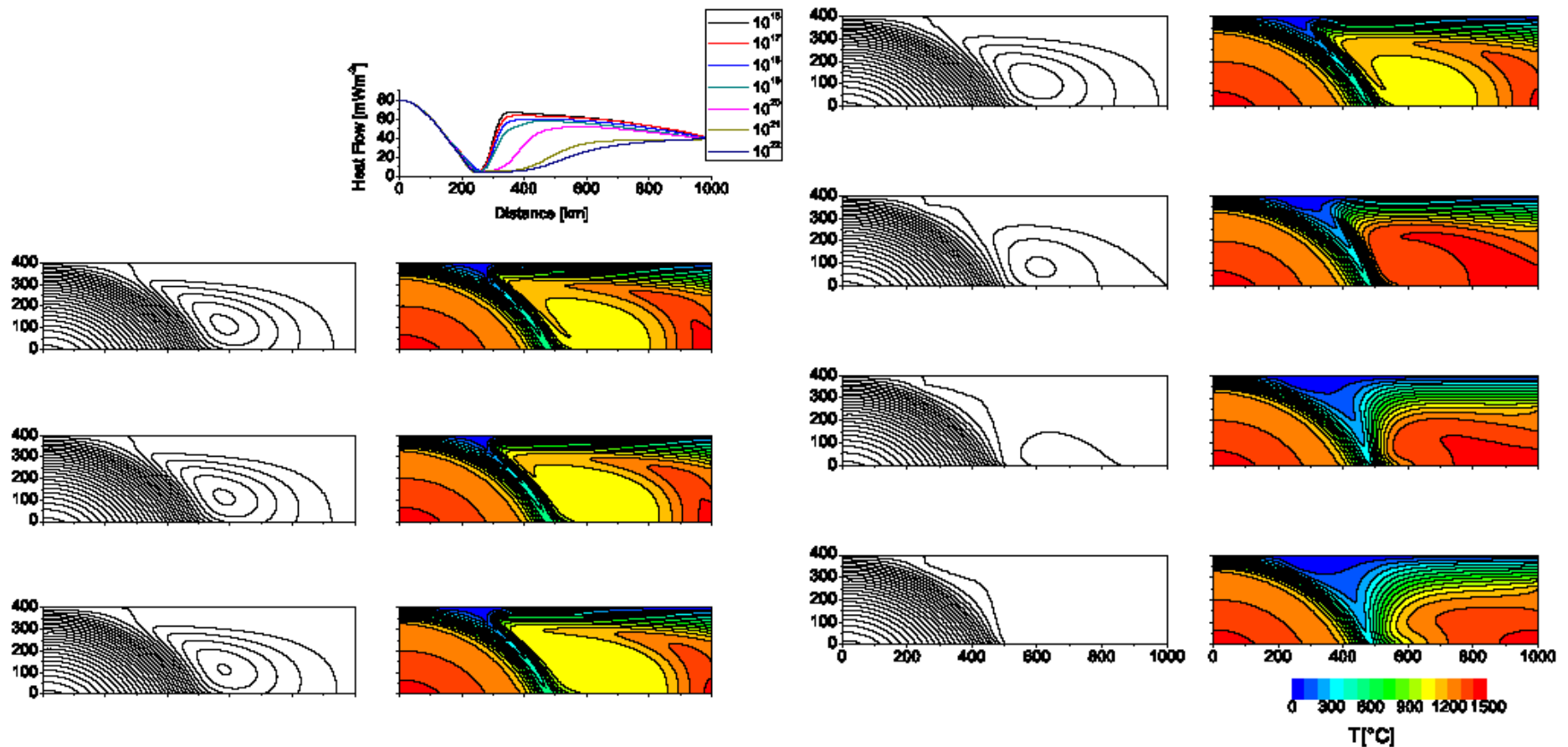
$$\eta = \eta_R(x, y, \psi) \exp \left(-\ln(K_T) \frac{T}{\Delta T} + \ln(K_p) \frac{p}{\Delta p} \right)$$

$$\eta_R = \begin{cases} \eta_1, & \psi < 0 \\ \eta_2, & \psi \in \langle 0, (1 - \delta_w)\psi_H \rangle, 0 < \delta_w < 1 \\ \eta_3, & \psi \in \langle (1 - \delta_w)\psi_H, \psi_H \rangle \\ \eta_4(y), & \psi > \psi_H. \end{cases}$$

Hledáme takovou viskozitu, která vytvoří zónu zvýšeného tepelného toku v zaobloukové oblasti nezávisle na některých parametrech subdukce (rychlost, dip, okrajové podmínky pro teplotu).

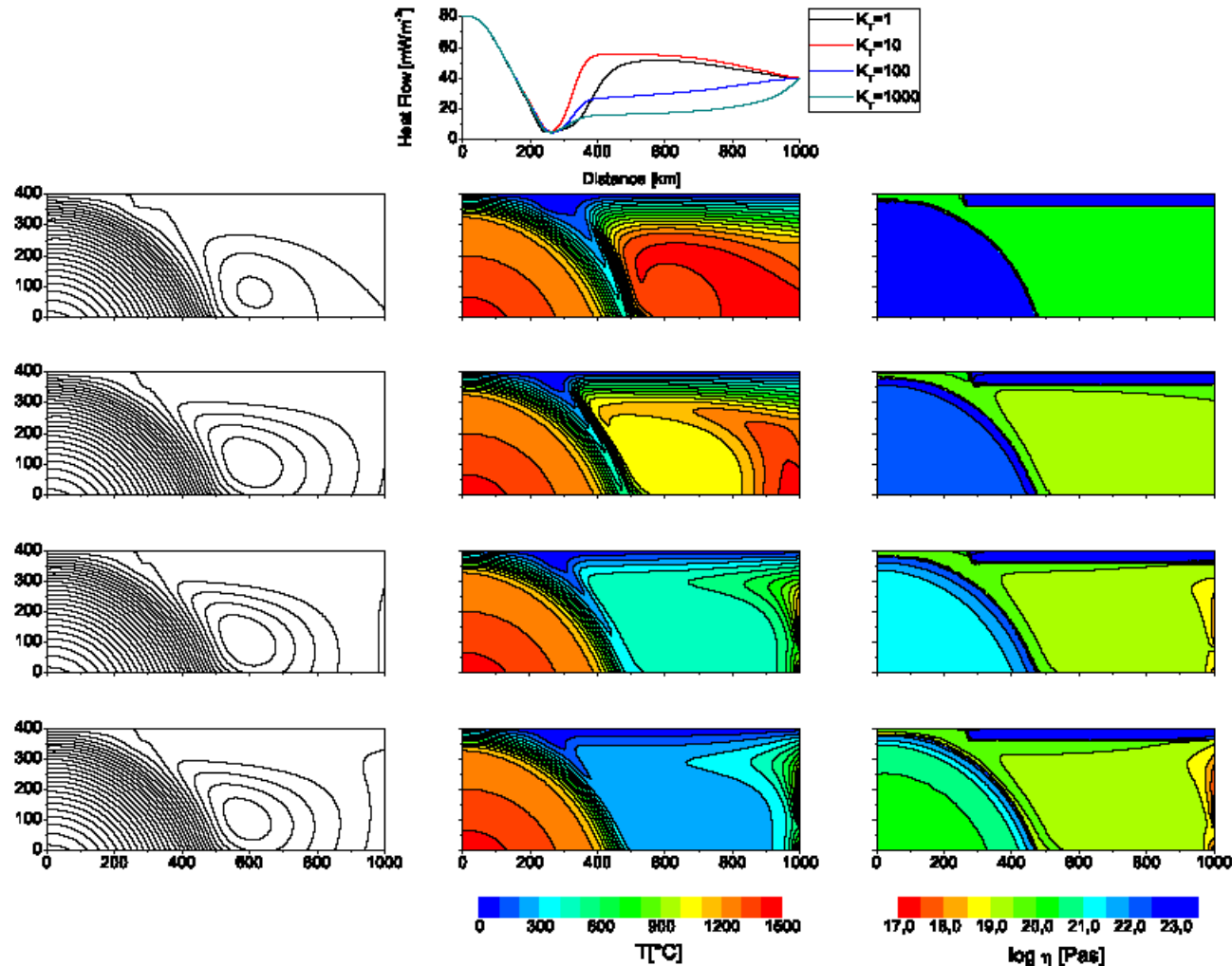
Modelování tepelného toku - výsledky

- případ konstantní viskozity (K_T a $K_p=1$): pro dostatečně nízkou viskozitu plášťového klínu vzniká v zaobloukové části vysoký tepelný tok



Modelování tepelného toku - výsledky

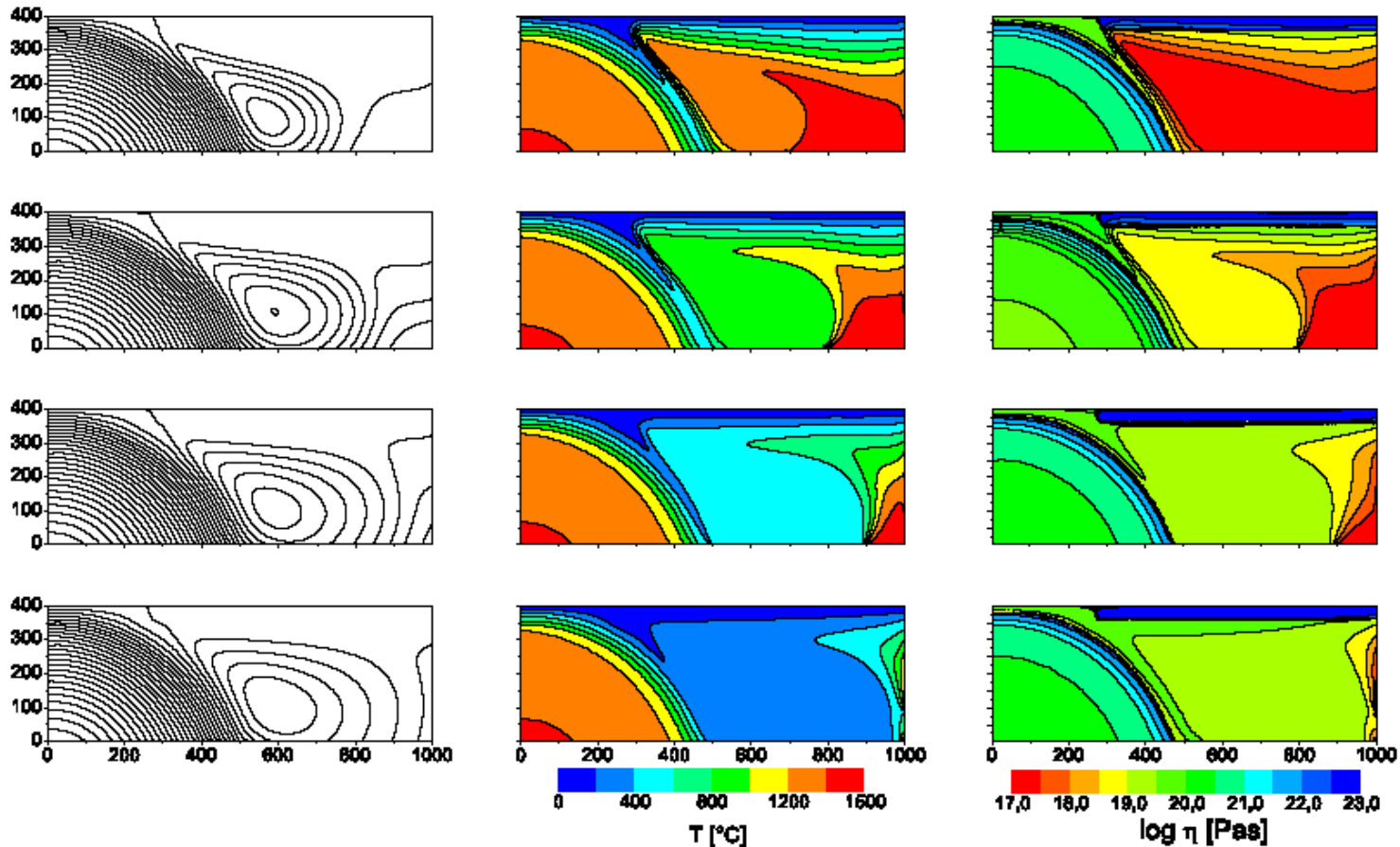
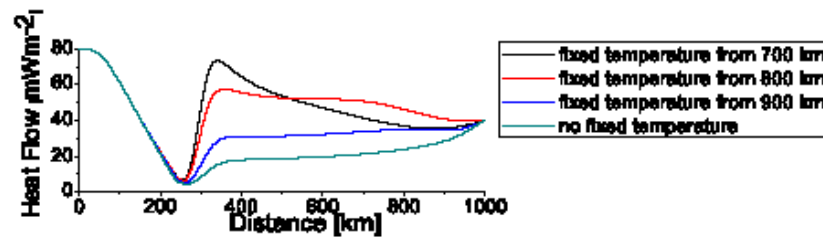
- vliv pouze teplotní závislosti ($K_p=1$)
- rostoucí nelinearita: proudění více lokalizováno



Modelování tepelného toku - výsledky

- značný vliv variabilní okrajové podmínky na teplotu na spodní části zaobloukové zóny

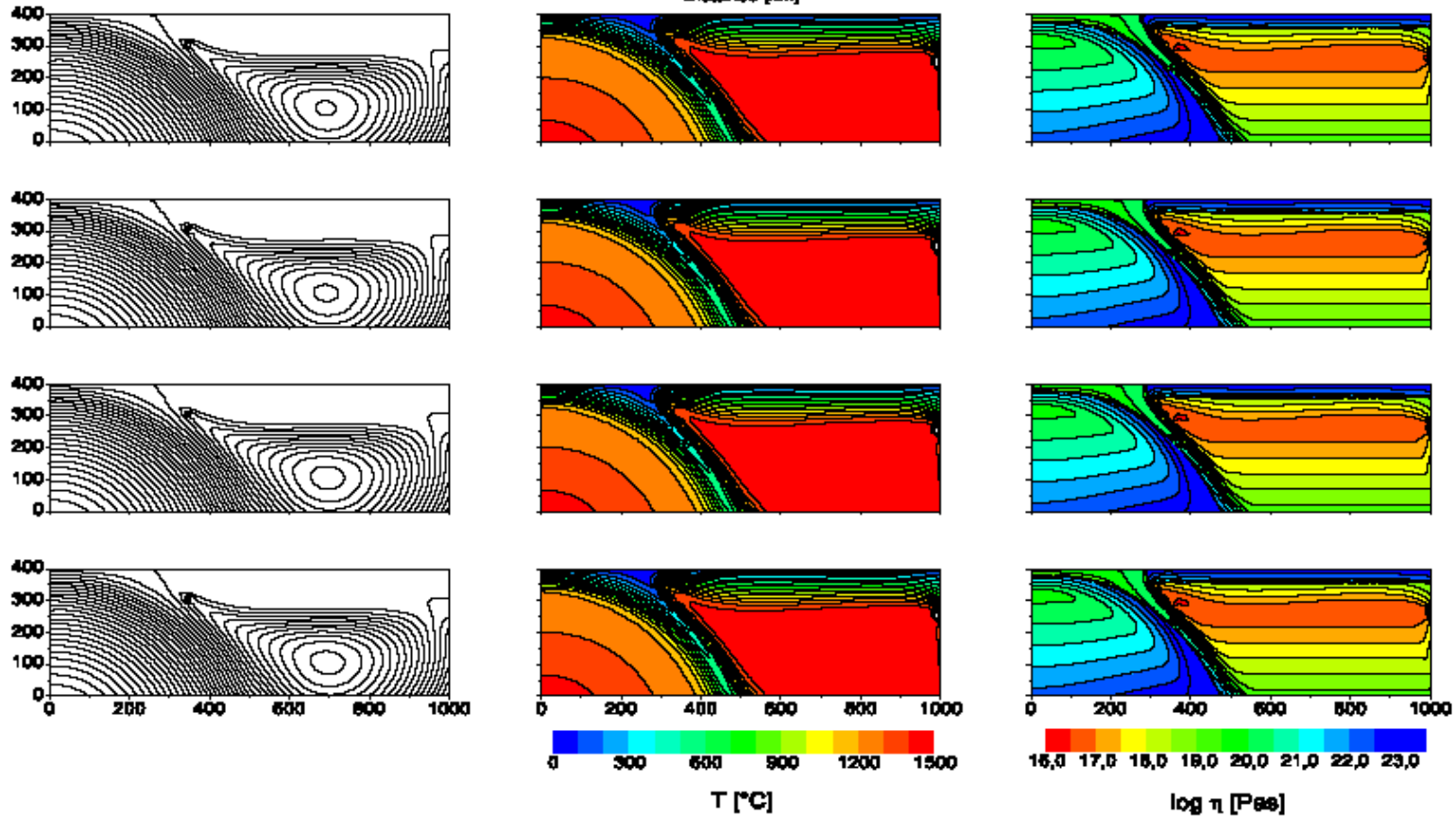
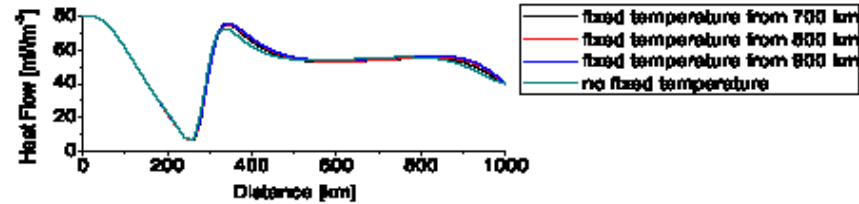
$$K_T = 10^3 \quad K_p = 10^2$$



Modelování tepelného toku - výsledky

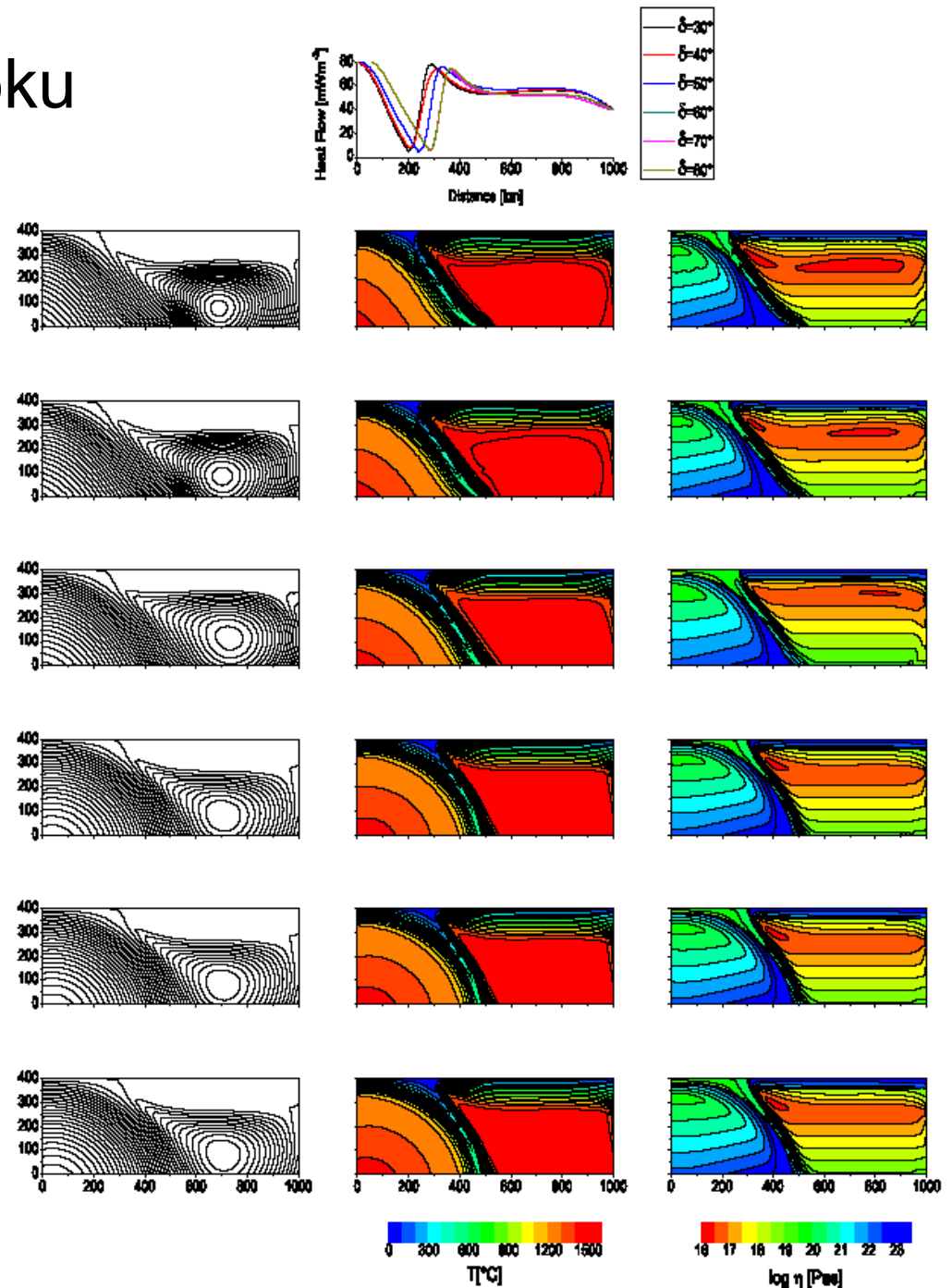
- vliv okrajové podmínky je potlačen se vzrůstající tlakovou závislostí

$$K_T = 10^5 \quad K_p = 10^4$$



Modelování tepelného toku - závěr

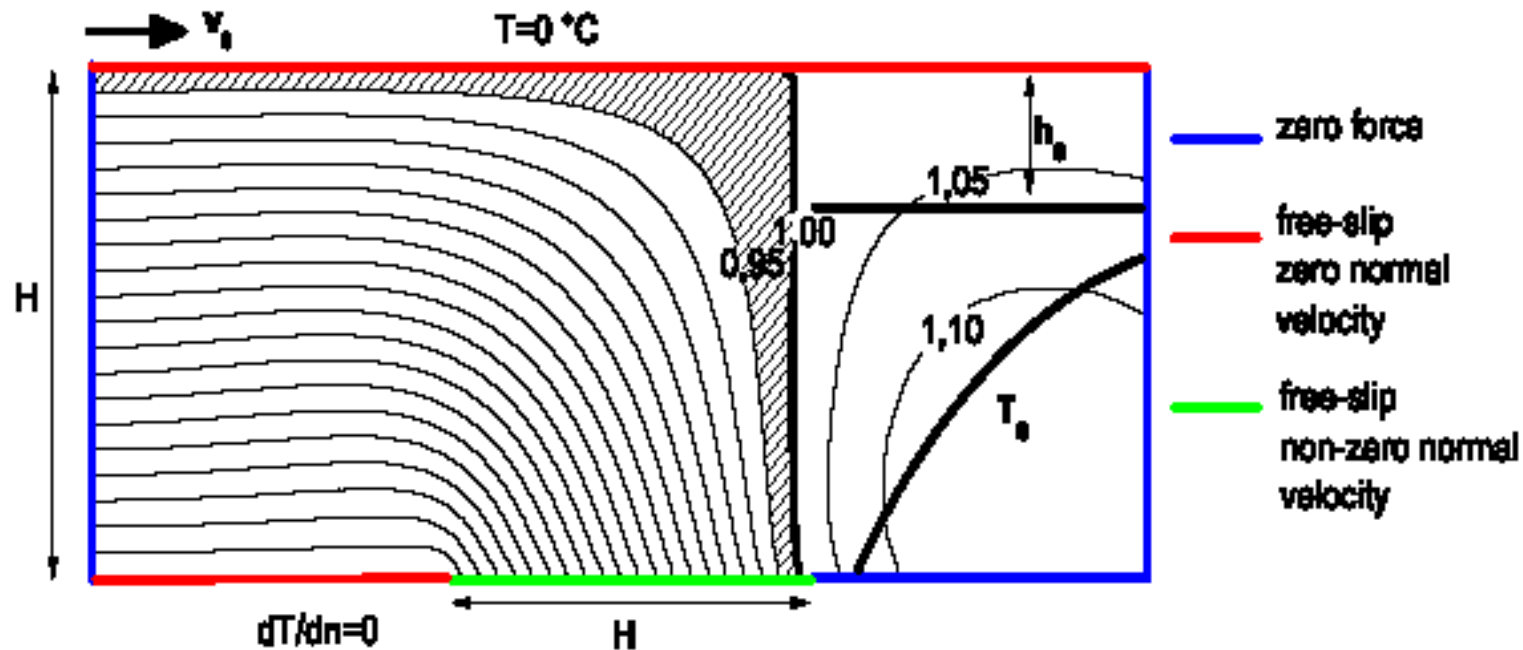
- silná teplotní závislost vede k lokalizaci proudění a teplotní pole je pak značně závislé na předepsaných okrajových podmínkách
- silná tlaková závislost kompenzuje závislost teplotního pole na okrajových podmínkách
- preferovaný viskozitní model předpovídá zvýšený tepelný tok v zaobloukové oblasti pro široké rozmezí testovaných parametrů
- (úhel subdukce $30^\circ - 80^\circ$, rychlost desky 4 – 10 cm/rok, různé stáří desky)



Modelování předobloukové zóny

- pseudo-plastická viskozita v oblastech s teplotou nižší než T_c

$$\eta = \begin{cases} \eta_c, & T > T_c \\ \frac{\eta_c \eta_p}{\eta_c + \eta_p}, & T < T_c \end{cases} \quad \eta_p = \frac{\sigma_{\text{yield}}(\psi, T, h)}{2\dot{\epsilon}}$$



- mezní napětí je funkcí proudové funkce a teploty
- mezní napětí pro serpentinit je výrazně menší

Charakteristika systému s pseudo-plastickou viskozitou

$$\sigma_{\text{yield}}(\psi, T, h) = \begin{cases} \sigma_1, & \psi < 0.8\psi_B \text{ or } \psi > \psi_B, \\ \sigma_2, & \psi \in \langle 0.8\psi_B, 0.95\psi_B \rangle \\ \sigma_3, & \psi \in \langle 0.95\psi_B, \psi_B \rangle \\ \sigma_4, & \psi > \psi_B, T < T_s, h > h_c \\ \sigma_5, & \psi > \psi_B, T > T_s \end{cases}$$

Oceánská a kontinentální deska

$$\sigma_1 = 500 \text{ MPa}$$

Svrchní část oceánské litosféry

$$\sigma_2 = 100 \text{ Mpa}$$

Oceánská kůra

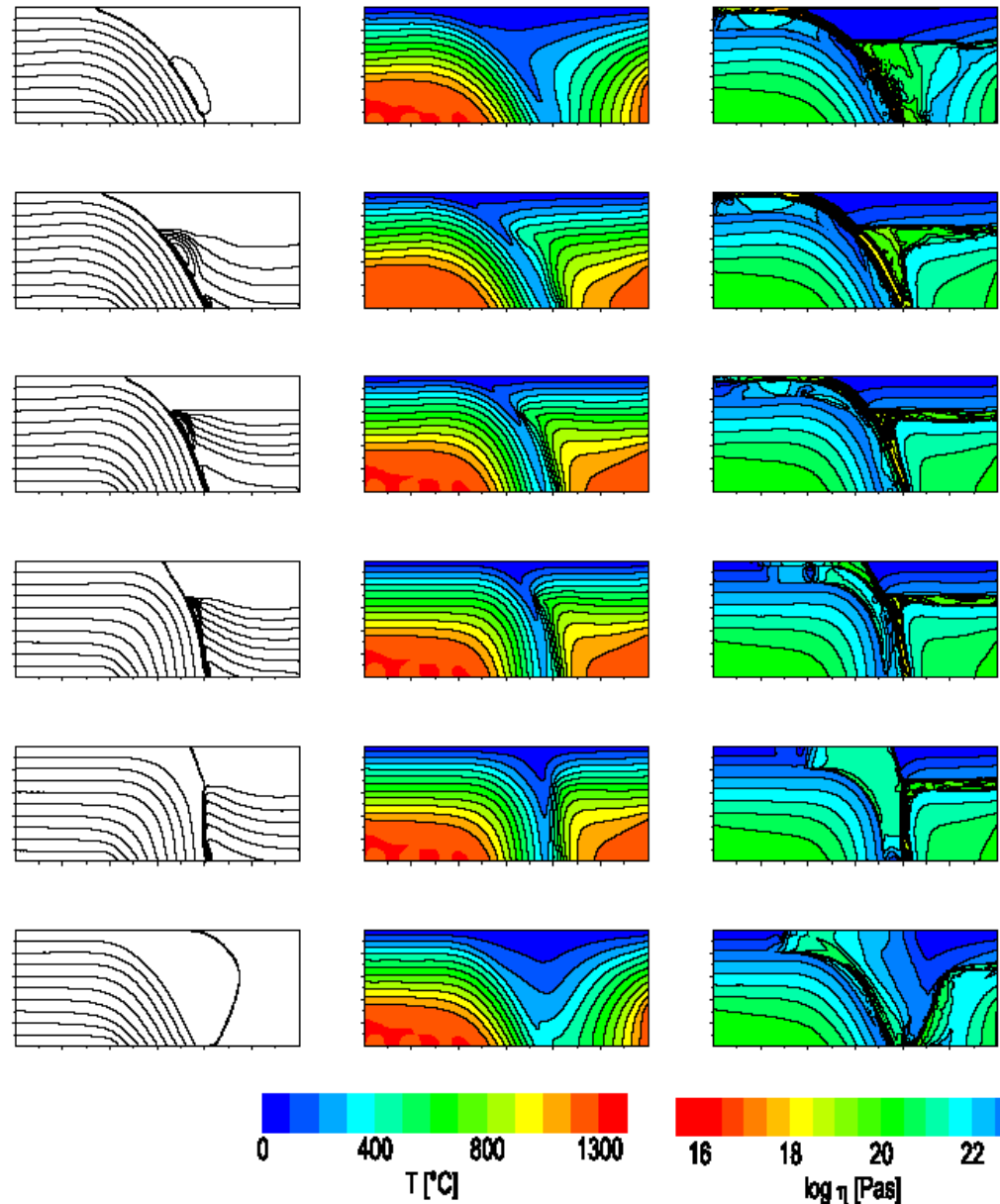
$$\sigma_3 = 0.1 - 200 \text{ MPa}$$

Serpentinizovaný klín

$$\sigma_4 = 100 \text{ MPa}$$

Neserpentinizovaný klín

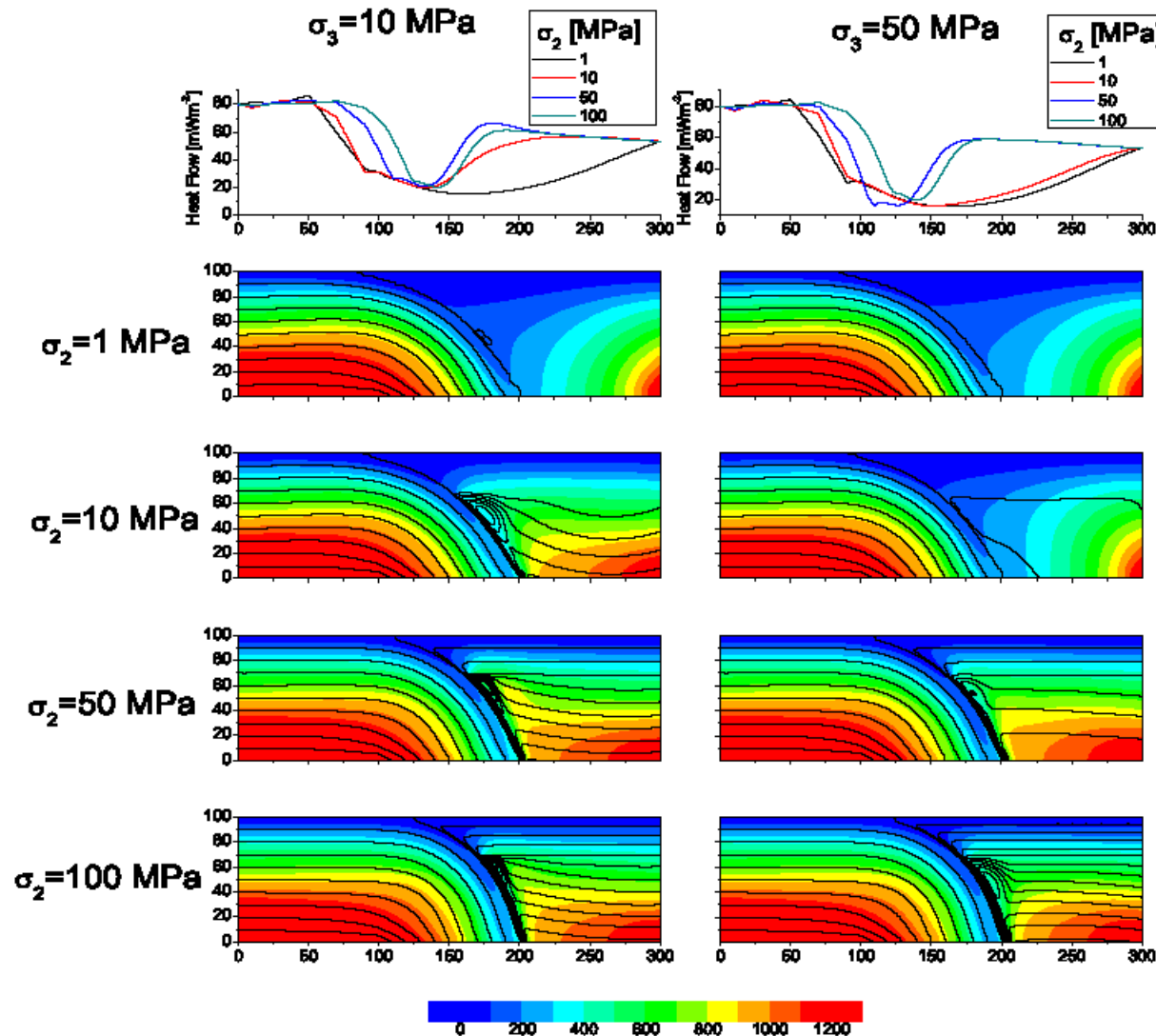
$$\sigma_5 = 500 \text{ MPa}$$



Difúzní a dislokační tečení a pseudo-plasticita

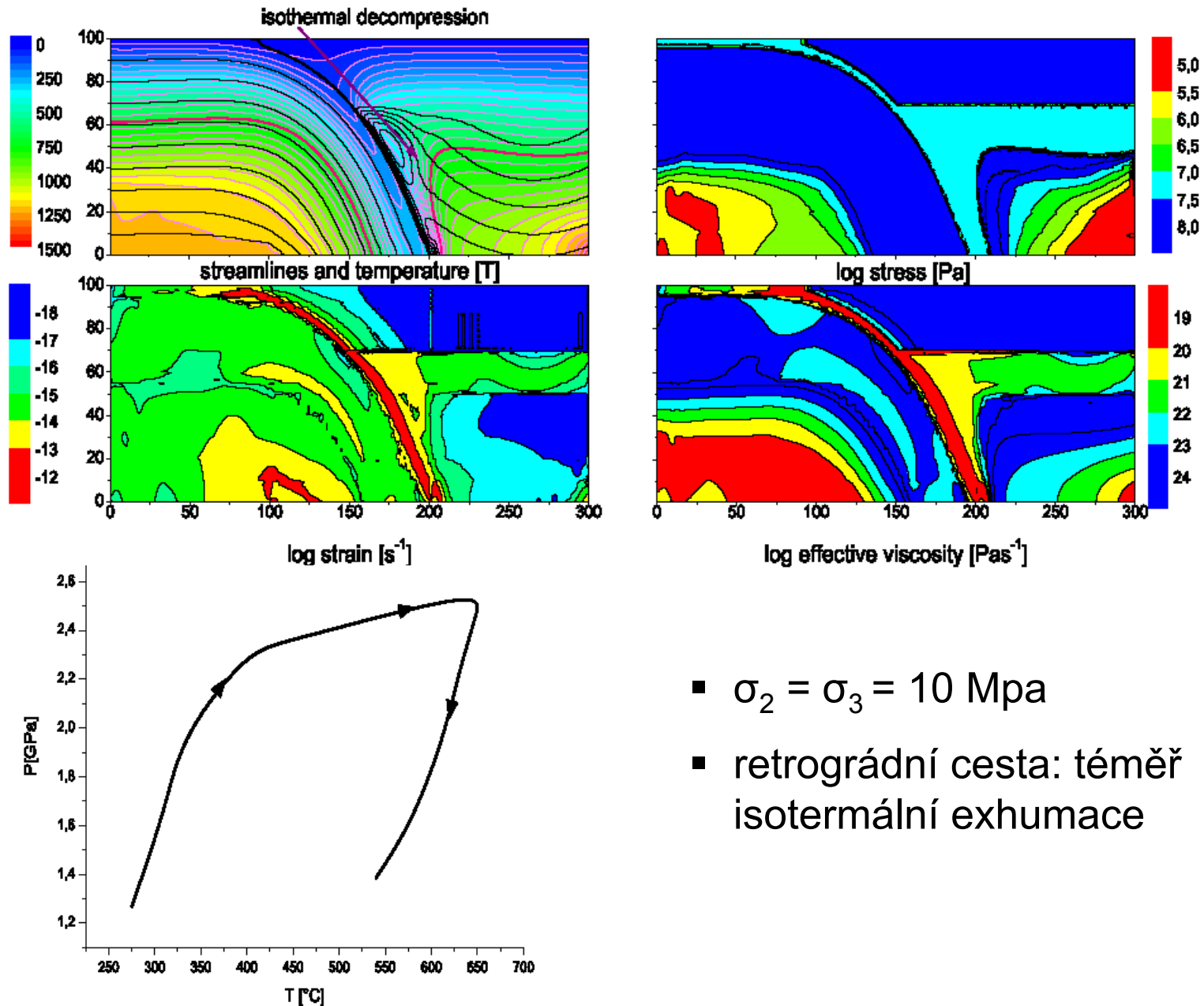
$$\eta = \left(\frac{d^m}{AC_{OH}^r} \right) \dot{\epsilon}^{\frac{1-n}{n}} \exp \frac{E + pV}{nRT}$$

$$\sigma_{\text{yield}}(\psi, T, h) = \begin{cases} \sigma_1, & \psi < (1 - \delta)\psi_B \text{ or } \psi > \psi_B, h < h_s \\ \sigma_2, & \psi \in \langle (1 - \delta)\psi_B, \psi_B \rangle \\ \sigma_3, & \psi > \psi_B, T < T_s, h > h_s \\ \sigma_A, & \psi > \psi_B, T > T_s \end{cases}$$



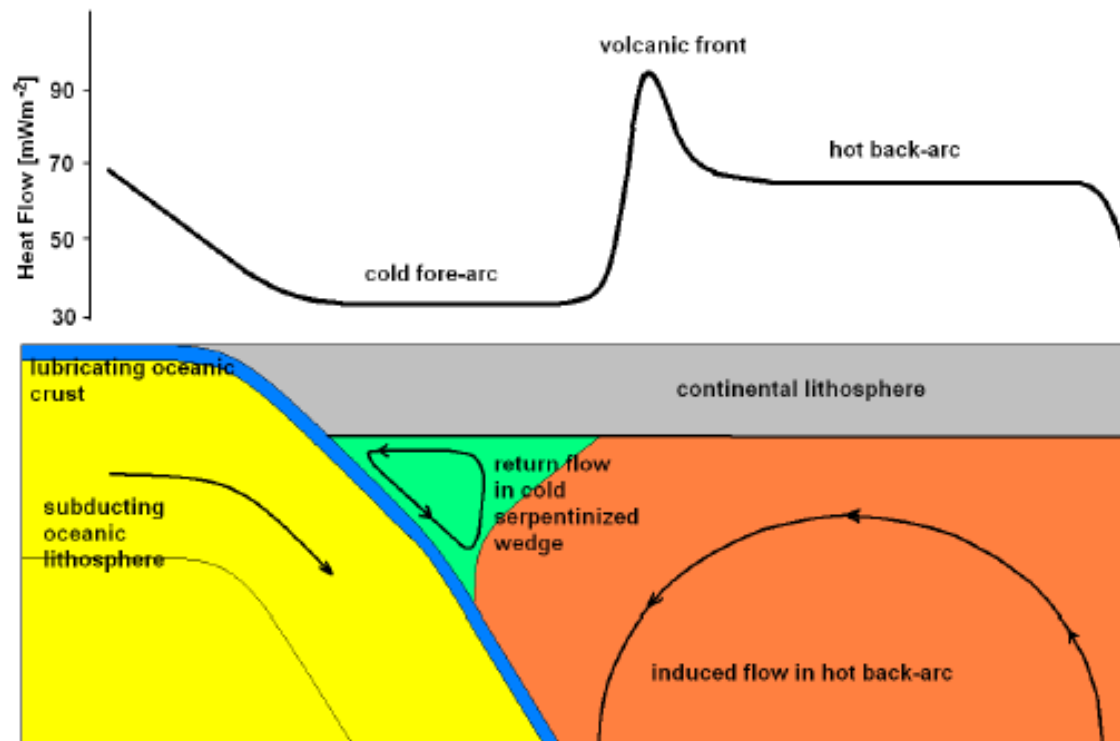
- intenzita zpětného proudění je závislá na poměru mezních napětí serpentinizovaného klínu a oceánské kůry
- exhumační tok je možný i bez hustotního rozdílu
- vysoké napětí a nízká teplota umožňuje existenci B-olivínu (LPO)

Exhumace – isothermální dekomprese



Proudění v plášťovém klínu

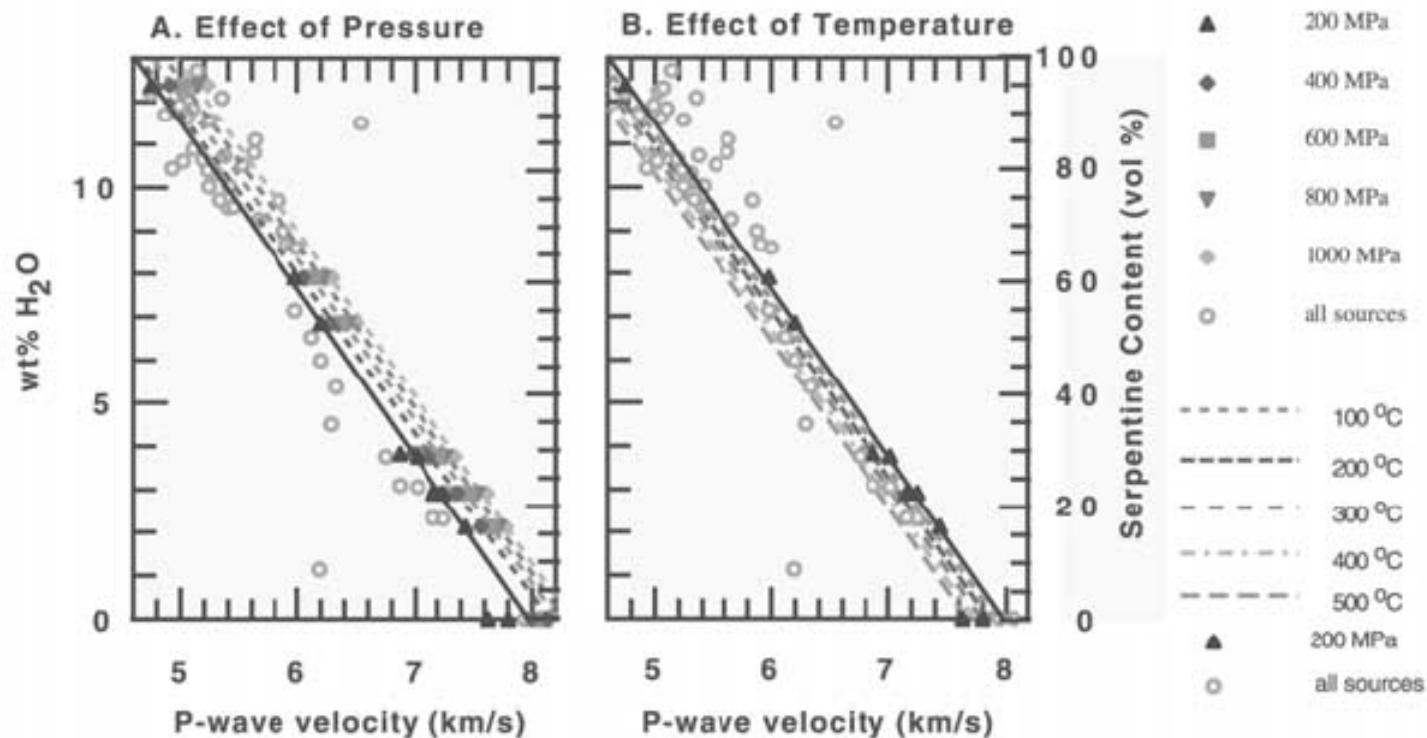
- pohyb subdukční desky indukuje
 - zpětný tok v serpentinizované části předobloukové oblasti, který se projevuje exhumací eklogitu
 - zpětný tok v zaobloukové oblasti, který se projevuje zvýšeným povrchovým tepelným tokem



Závěr

- metoda modelování stacionárního stavu subdukce umožňující self-konzistentní zahrnutí geometrie subdukční desky
- **sklon subdukce závisí na viskozitě oceánské kůry**
 - vysvětluje špatnou statistickou korelaci subdukčního úhlu a ostatních parametrů (stáří, rychlost aj.)
- **model zvýšeného povrchového tepelného toku v oblasti za vulkanickou frontou**
 - silná tlaková závislost viskozity způsobuje podobné teplotní pole v zaobloukové části klínu pro velmi různé podmínky
- **model exhumačního proudění před vulkanickou frontou**
 - exhumace je možná především díky snížené viskozitě serpentinitu, vztlak působený hustotním rozdílem není nezbytný

Nízkorychlostní vrstva je interpretována jako důsledek vysokého obsahu vody; tato interpretace je v problematice modelování subdukčních zón nyní jasně převládající a všeobecně přijímaná. Do jaké míry lze tento předpoklad považovat za nesporný a jaká nezávislá pozorování platnost této představy podporují?

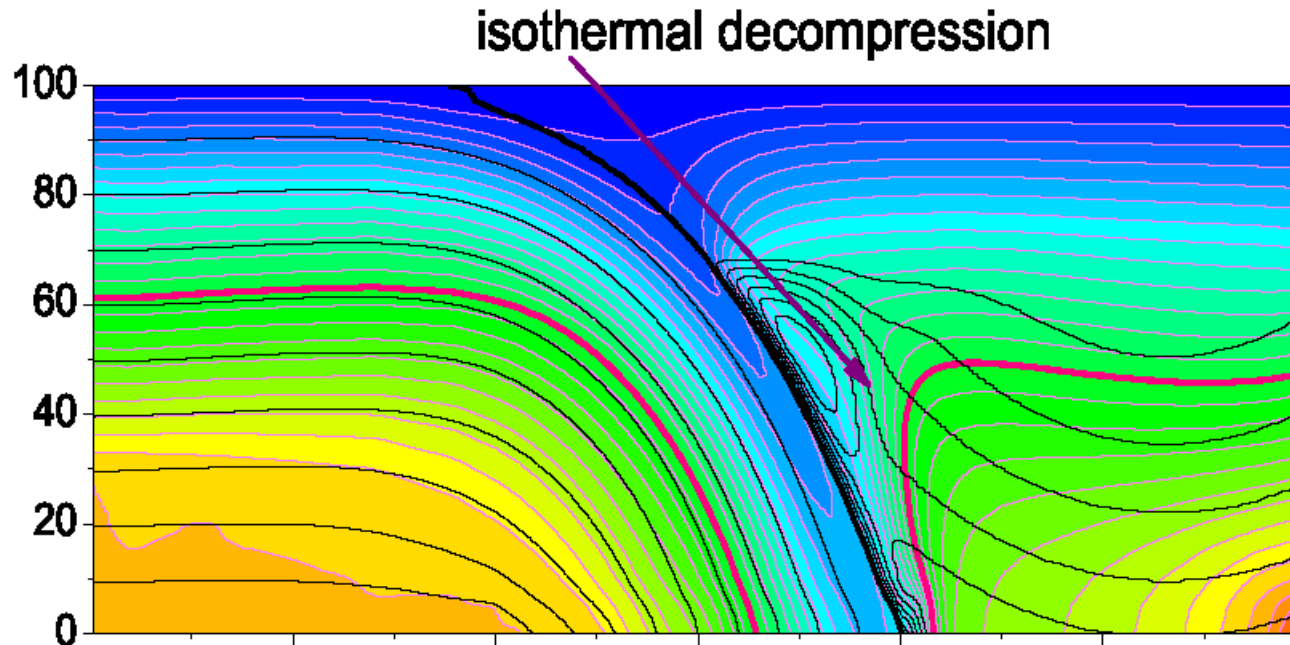


$$\text{H}_2\text{O}(\text{wt}\%) = (32 \pm 1) - (3.79 \pm 0.18)V_p(\text{km/sec})$$

$$\text{H}_2\text{O}(\text{wt}\%) = (29.5 \pm 1.9) - (3.68 \pm 0.27)V_p(\text{km/sec})$$

Carlson, R. L., Miller, D. J., 2003. **Mantle wedge water contents estimated from seismic velocities in partially serpentinized peridotites.** *Geophys. Res. Lett.*, 30: 54.1–54.4.

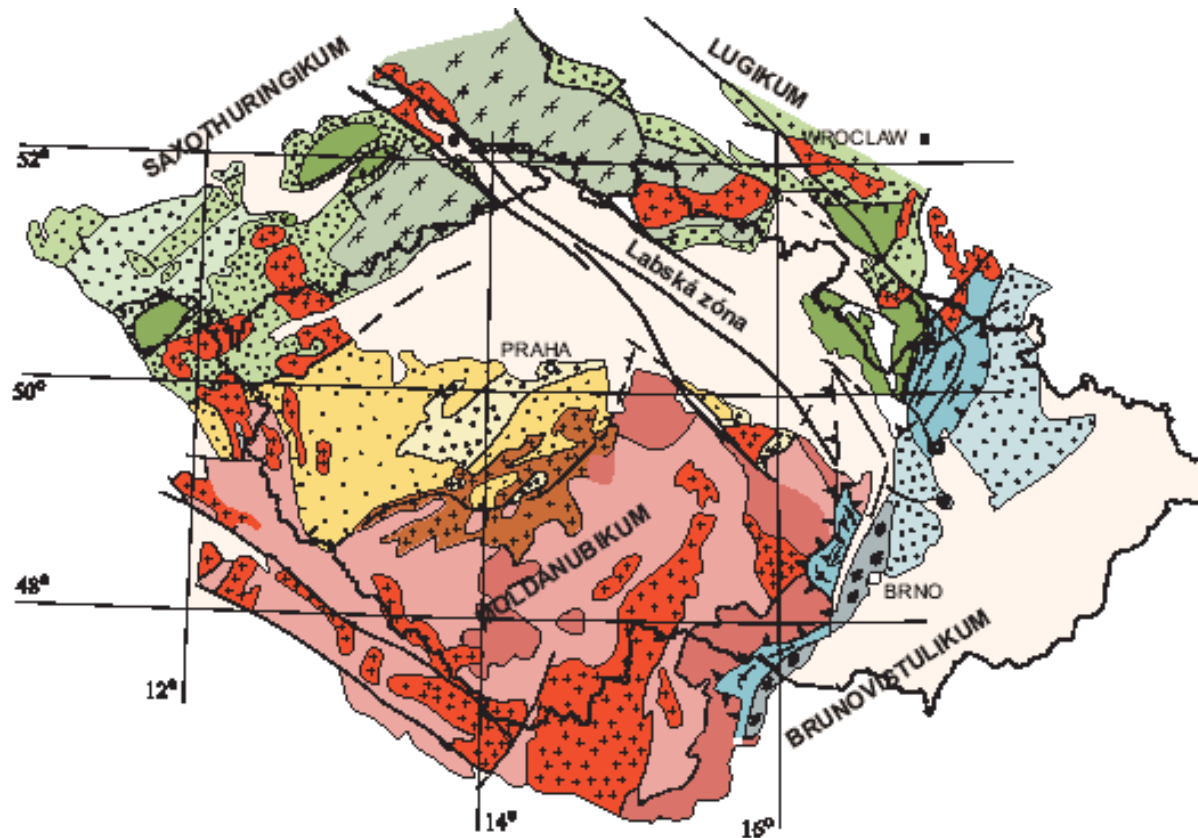
V kterých částech kompozitního modelu (odstavec 4.3) se uplatňuje pseudo-plastické tečení. Podle čeho byly voleny hodnoty limitu napětí (σ_{yield}) v jednotlivých oblastech modelu? Je pro preferované hodnoty nějaká opora v datech (experimentech minerálové fyziky)?



Escartin, J., Hirth, G., Evans, B., 2001. **Strength of slightly serpentinized peridotites: Implications for the tectonics of oceanic lithosphere.** *Geology*, 29: 1023–1026.

...an abrupt transition in strength is observed at low degrees of serpentinization. The pressure of the transition from localized to distributed deformation also decreases abruptly, from .1000 MPa to 150–350 MPa. The change in rheological behavior occurs at a serpentine content of 10%–15% or less...

Jak souhlasí s autorovým pojetím exhumace výskyt eklogitů v Českém masívu z hlediska jejich umístění v sukcesi sousedních hornin a z hlediska jejich pozice na předpokládaném profilu předoblouk - vulkanický oblouk - zaoblouková zóna?



Jak souhlasí s autorovým pojetím exhumace výskyt eklogitů v Českém masívu z hlediska jejich umístění v sukcesi sousedních hornin a z hlediska jejich pozice na předpokládaném profilu předoblouk - vulkanický oblouk - zaoblouková zóna?

Saxothuringké eklogity v centrálním Krušnohoří:

- vznik eklogitových fází za teplot 650 – 700 °C a tlaku ~ 2.6 GPa
- transport eklogitu do hloubky spodní kůry (1.4 GPa) při teplotě kolem 600 °C
- Saxothuringská východní subdukce

Klapková, H., Konopásek, J., Schulmann, K. **Eclogites from the Czech part of the Erzgebirge: multi-stage metamorphic and structural evolution.** *J. Geol. Soc.*, 1998 (155), 567 – 583.

Východní okraj Českého masívu

- eklogity: minimální tlak 1.3 GPa, 650 °C; následná dekomprese 0.7 GPa, 615 °C
- předpokládaná subdukce

Konopásek J., Schulman K., Johan V. **Eclogite-facies metamorphism at the eastern margin of the Bohemian Massif – subduction prior to continental underthrusting?** *Eur. J. Mineral.*, 2002 (14), 701 – 713.