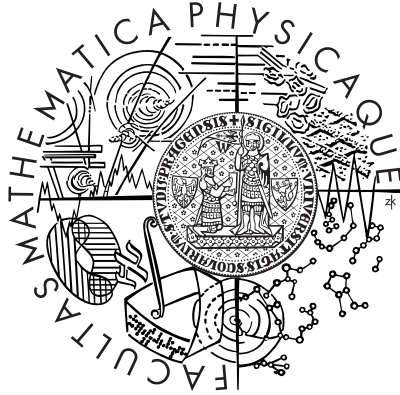


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Eliška Zábranová

Vliv fázových přechodů na dynamické procesy v nitrech terestrických těles

Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Hana Čížková, Dr.

Studijní program: Fyzika, obecná fyzika

2006

Na tomto místě bych chtěla poděkovat všem, kteří se podíleli na vzniku mé bakalářské práce. Zejména pak mé vedoucí Mgr. Haně Čížkové, Dr. za dostatek trpělivosti a spoustu podnětných nápadů. Všem členům katedry bych chtěla poděkovat za vytvoření velmi příjemného pracovního prostředí.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejněním.

V Praze dne 31.5.2006

Eliška Zábranová

Obsah

1	Úvod	4
2	Fázové přechody	5
3	Přenos tepla v plášti	7
3.1	Zahrnutí vlivu fázového přechodu do výpočtu	8
3.2	Charakteristiky konvekčních modelů	9
4	Výsledky numerických simulací	10
4.1	Země	10
4.2	Mars	17
4.3	Venuše	22
5	Závěr	26
	Literatura	27

Název práce: Vliv fázových přechodů na dynamické procesy v nitrech terestrických těles

Autor: Eliška Zábranová

Katedra: Katedra geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Hana Čížková, Dr.

e-mailová adresa vedoucího: hk@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstrakt: V předložené práci studujeme účinky fázových přechodů na konvekci v plášti terestrických planet. Na Marsu a Venuši podobně jako na Zemi existují fázová rozhraní. Podmínky v nitrech těchto planet se ale od zemských liší, a proto jsou jiné i dynamické důsledky fázových přechodů. Pro jednotlivé planety byly provedeny simulace termální konvekce v jejich pláštích pomocí dvourozměrného osově symetrického programu. Výpočty byly provedeny pro Rayleighovo číslo 10^6 . Pro Zemi a Venuši má exotermní fázový přechod relativně malý vliv na tečení. Endotermní fázový přechod materiál pozdrží, ale ten stále prochází přes rozhraní mezi svrchním a spodním pláštěm, takže se v obou případech jedná o celoplášťovou konvekci. Na Marsu je vliv exotermního přechodu výraznější a vliv endotermního přechodu je natolik silný, že dojde k oddělení proudových systémů v plášti nad a pod fázovým rozhraním a vyvine se vrstevnatá konvekce.

Klíčová slova: konvekce, fázové přechody, terestrické planety

Title: Phase transitions and dynamical processes in the interiors of terrestrial planets

Author: Eliška Zábranová

Department: Department of Geophysics

Supervisor: Mgr. Hana Čížková, Dr.

Supervisor's e-mail address: hk@karel.troja.mff.cuni.cz

Abstract: In the present work we study the influence of phase transition on convection in the interiors of terrestrial planets. Conditions in the interiors of these planets differ from the situation in the Earth interior, therefore the dynamic effects of phase transitions are different. We performed simulations of the thermal convection in the mantles of the Earth, Mars and Venus in a 2D axisymmetric model with Rayleigh number 10^6 . The exothermic transition enhances the flux through the phase boundary, but generally its effect to the mantle dynamics is not very strong. On the other hand, the effect of endothermic phase transition is more pronounced. In the Earth and Venus it slows down both downwelling and upwelling structures, but does not inhibit flux through the phase boundary. In case of Mars is its effect even so strong, that the layered convection develops.

Keywords: convection, phase transitions, terrestrial planets

1 Úvod

Pláště terestrických planet se na geologických časových škálách chovají jako vysokoviskózní kapalina. Od doby vzniku Sluneční soustavy před 4,6 mld let se stejně jako Země i další planety ochlazují a zbavují se tak tepla získaného při svém formování. Toto teplo pohání konvekci v plášti. Na Zemi je povrchoým projevem konvekce pohyb litosférických desek. Naproti tomu na Marsu a Venuši aktivní deskovou tektoniku nepozorujeme. Terestrické planety se liší i řadou dalších parametrů, které ovlivňují styl tečení v jejich pláštích. Je to především různě hluboký plášť a jiné teploty na povrchu a rozhraní jádro-plášť (CMB). Liší se i jejich hustoty a tím také tíhové zrychlení na povrchu.

V této práci se zaměříme na další faktor, který zřejmě významně ovlivňuje styl tečení - a to fázové přechody. V zemském plášti dochází v hloubce 410 km k exotermnímu fázovému přechodu spojenému se skokovým nárůstem teploty. Dynamický efekt této fázové přeměny má tendenci sestupné i vzestupné proudění urychlovat. K dalšímu fázovému přechodu dochází v hloubce 660 km, tentokrát endotermnímu, který má naopak tendenci procházející proudění zpomalovat a který za jistých okolností může zcela zabránit výměně materiálu mezi spodním a svrchním pláštěm.

Podobně jako v zemském plášti dochází k fázovým přechodům i v pláštích Marsu a Venuše. V Marsu a Venuši je ovšem jiné rozložení teploty a tlaku s hloubkou než v Zemi. Proto jsou fázová rozhraní v jiných hloubkách a může se tak lišit i jejich vliv na konvekci. Cílem této práce je provést numerické simulace konvekce pro jednotlivé planety a srovnat dynamické účinky fázových přechodů na styl tečení v jejich pláštích. Pro výpočty používáme dvourozměrný osově symetrický program pro simulaci termální konvekce a k popisu výsledků a jejich porovnání jsou použity charakteristické geotermy a průběhy radiální složky rychlosti s hloubkou.

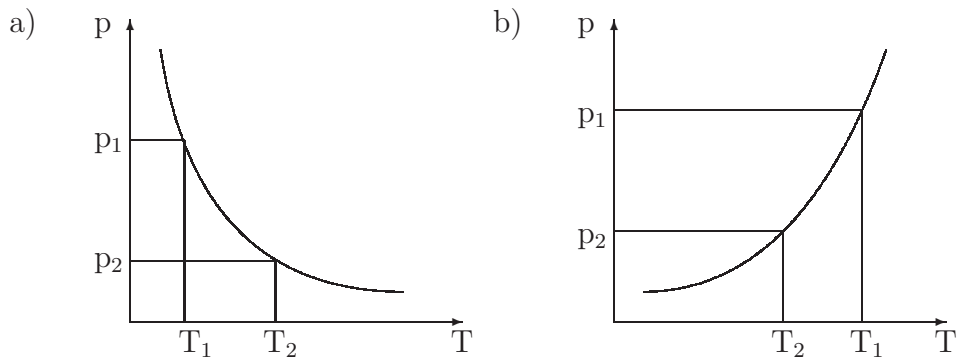
2 Fázové přechody

Vztah mezi tlakem p a teplotou T při fázovém přechodu materiálu mezi dvěma stavy je charakterizován Clausius-Clapeyronovou rovnicí

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V} = \gamma, \quad (1)$$

kde L je latentní teplo, ΔV změna objemu a γ směrnice Clausius-Clapeyronovy křivky.

Zemský plášť je tvořen směsí minerálů, z nichž nejvýznamnější podíl zastoupení má olivín. Z experimentů při vysokých teplotách a tlacích je patrné, že v hloubce kolem 410 km dochází v olivínu k exotermní fázové přeměně. Při změně krystalové struktury vzroste skokově hustota olivínu asi o 10%. Směrnice Clausius-Clapeyronovy křivky (1) je pro případ exotermní přeměny kladná. Proto ve studeném materiálu s teplotou T_2 sestupujícím dolů skrz fázové rozhraní dochází k fázové



Obrázek 1: p-T diagram a) pro endotermní přechod ($\gamma < 0$) a b) pro exotermní přechod ($\gamma > 0$)

přeměně za menšího tlaku než v okolním materiálu s teplotou T_1 , viz obr.1b. Fázové rozhraní se tedy prohne nahoru a k fázové přeměně dochází v menší hloubce než v okolí. Tím v materiálu vzniká kladná hustotní anomálie (dodatečný negativní vztlak), která urychluje průchod materiálu přes toto rozhraní. Podobně je to i pro teplý materiál vystupující skrz fázové rozhraní vzhůru, ve kterém naopak dochází k fázové přeměně ve větší hloubce (fázové rozhraní je prohnuto směrem dolů). V materiálu se vytvoří záporná hustotní anomálie, která materiál opět urychluje.

K další fázové přeměně olivínu dochází v Zemi v hloubce 660km. Tento přechod je endotermní, tedy směrnice Clausius-Clapeyronovy křivky (1) je záporná. Ve studeném materiálu o teplotě T_1 klesajícím dolů dojde k přeměně za vyššího tlaku než v okolí o teplotě T_2 , viz obr.1a. Fázové rozhraní je tedy pro studený sestupující materiál prohnuto dolů a pro teplý stoupající materiál naopak prohnuto nahoru. Proto na tomto rozhraní vzniká pro oba případy dodatečná vztlaková síla, která brání materiálu v průchodu.

Je otázkou, jak velký vliv má endotermní fázový přechod na dynamiku pláště. Jestli sestupné (resp. vzestupné) proudy jen zpomalí a ty pak dále pokračují a

přecházejí do spodního (resp. svrchního) pláště. Potom by se jednalo o celoplášťové tečení. Nebo jestli se materiál v tomto místě hromadí tak dlouho, dokud není dostatečně těžký a potom lavinovitě propadne do spodního pláště. Další možnost je vrstevnatá konvekce, kdy v plášti vznikne hraniční vrstva, přes kterou materiál neprochází.

Podobně jako v Zemi, existují fázová rozhraní i v pláštích Marsu a Venuše. Hloubka fázových přechodů je určena tlakem p a teplotou T . Pokud budeme předpokládat, že pláště Marsu a Venuše mají přibližně stejné složení jako zemský, můžeme z hustoty těchto těles určit hloubky, ve kterých tam dochází k fázovým přeměnám. V našich modelech položíme střední hloubku fázových rozhraní v jednotlivých planetách do konstantních hloubek určených tlakem a průměrnou geotermou a nebudeme jejich polohu měnit s měnící se geotermou.

3 Přenos tepla v plášti

Zemský plášť stejně jako plášť dalších terestrických těles se na dlouhých časových škálách (řádově miliony let) chová jako vysokoviskózní kapalina, ve které má hlavní podíl na přenosu tepla konvekce, tj. tečení. Proces přenosu tepla v plášti lze popsat následujícím systémem rovnic:

- rovnice kontinuity (vycházející ze zákona zachování hmoty pro nestlačitelný plášť)

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (2)$$

kde \vec{v} je rychlost tečení.

- pohybová rovnice (ze zákona zachování hybnosti pro velmi pomalé tečení, kde můžeme zanedbat setrvačný člen vůči zdrojovému)

$$\nabla \cdot \overleftrightarrow{\tau} + \rho \vec{g} = 0, \quad (3)$$

kde $\overleftrightarrow{\tau}$ je tenzor napětí, ρ hustota a \vec{g} gravitační zrychlení.

- rovnice přenosu tepla (ze zákona zachování energie)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T - \vec{v} \cdot \nabla T + Q_{ad}, \quad (4)$$

kde T je teplota, t čas, κ teplotní difuzivita a Q_{ad} teplo způsobené adiabatickým zahříváním.

- stavová rovnice v klasické Boussinesquově aproximaci popisující lineární vztah mezi anomáliemi hustoty a teploty

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)), \quad (5)$$

kde ρ_0 je hustota při teplotě T_0 a α koeficient teplotní roztažnosti.

- reologický vztah vyjadřující souvislost mezi tenzorem napětím $\overleftrightarrow{\tau}$ a tenzorem rychlosti deformace $\overleftrightarrow{\dot{\epsilon}}$

$$\overleftrightarrow{\tau} = -p \overleftrightarrow{I} + 2\eta \overleftrightarrow{\dot{\epsilon}}, \quad (6)$$

kde p je hydrostatický tlak, \overleftrightarrow{I} identický tenzor a η dynamická viskozita. Tenzor rychlosti deformace $\overleftrightarrow{\dot{\epsilon}}$ je pro Newtonovské tečení vyjádřen jako

$$\overleftrightarrow{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{v} + \nabla^T \vec{v}). \quad (7)$$

Na povrchu a CMB je potřeba zadat hraniční podmínky:

- materiál nevtéká ani nevytéká: $\vec{v} \cdot \vec{e}_r = 0$
- nulové tečné napětí (tzv. free-slip): $\overleftrightarrow{\tau} \cdot \vec{e}_r - ((\overleftrightarrow{\tau} \cdot \vec{e}_r) \cdot \vec{e}_r) \vec{e}_r = 0,$

kde \vec{e}_r je jednotkový vektor v radiálním směru.

Na uvedenou soustavu parciálních diferenciálních rovnic aplikujeme formalismus sférických harmonických funkcí a dostaneme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic pro harmonické koeficienty [1]. Tu pak řešíme metodou konečných diferencí.

Styl konvekce v kapalině je charakterizován Rayleighovým číslem

$$R_a = \frac{g\alpha\rho\Delta T d^3}{\eta\kappa}, \quad (8)$$

kde g je gravitační zrychlení, α koeficient teplotní roztažnosti, ρ hustota, ΔT teplotní skok mezi povrchem a CMB a d hloubka pláště. Pro pláště planet je hodnota Rayleighova čísla mezi 10^6 a 10^8 .

3.1 Zahnutí vlivu fázového přechodu do výpočtu

Vliv fázového přechodu v našem modelu zahrnujeme prostřednictvím vztlakové síly buzené zvlněním fázového rozhraní. Velikost zvlnění dh (rozdíl skutečné polohy rozhraní v daném místě a jeho střední polohy) závisí na velikosti teplotní anomálie v daném místě. Dodatečná hustotní anomálie způsobená zvlněním rozhraní je tedy úměrná teplotní anomálii dT stejně jako objemová hustotní anomálie (5). Formálně tedy můžeme dodatečnou vztlakovou sílu zahrnout prostřednictvím lokálního maxima v hloubkovém průběhu koeficientu teplotní roztažnosti α . Toto maximum je umístěno do hloubky odpovídající střední poloze fázového přechodu a jeho amplituda je určena následujícím způsobem.

Zvlnění fázového rozhraní dh odpovídá anomálii hydrostatického tlaku

$$dp = \rho_0 g dh. \quad (9)$$

Dosazením (9) do Clausius-Clapeyronovy rovnice (1) dostaneme vztah mezi zvlněním dh a anomálií teploty

$$dh = \frac{\gamma}{\rho_0 g} dT, \quad (10)$$

kde γ je směrnice Clausius-Clapeyronovy křivky.

Jelikož přírůstek hustoty na fázovém rozhraní $\delta\rho_{fp}$ závisí na hustotním skoku přes rozhraní $\Delta\rho_{fp}$ a na amplitudě zvlnění na tomto rozhraní dh : $\delta\rho_{fp} = \Delta\rho_{fp}dh$, můžeme vyjádřit $\delta\rho_{fp}$ jako funkci změny teploty

$$\delta\rho_{fp} = \frac{\Delta\rho_{fp}\gamma}{\rho_0 g} dT. \quad (11)$$

Celková změna hustoty $\delta\rho_{cel}$ je dána vztahem

$$\delta\rho_{cel} = \delta\rho + \delta\rho_{fp}, \quad (12)$$

kde $\delta\rho$ vyjádříme ze stavové rovnice (5) jako: $\delta\rho = -\rho_0\alpha_0\delta T$.

Tedy dosazením rovnic (11) a (5) do (12) můžeme napsat vztah mezi anomáliemi hustoty a teploty včetně účinku fázového rozhraní

$$\delta\rho_{cel} = \rho_0 \left(-\alpha_0 + \frac{\Delta\rho_{fp}\gamma}{\rho_0^2 g} \right) \delta T. \quad (13)$$

Ke koeficientu teplotní roztažnosti α_0 vyjadřujícímu objemové změny hustoty s teplotou potřebujeme tedy přičíst dodatečné $\alpha(r)$ takové, že

$$\int_{r_{CMB}}^{r_{pov}} \alpha(r) dr = \frac{\Delta\rho_{fp}\gamma}{\rho_0^2 g}, \quad (14)$$

Volíme parametrizaci gaussovskou křivkou, tedy $\alpha(r) = Ae^{-\frac{(r-r_{fp})^2}{\sigma^2}}$, kde r_{fp} je vzdálenost střední polohy fázového přechodu od středu Země a σ je pološířka příslušné Gaussovy křivky. Platí, že

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(r-r_0)^2}{\sigma^2}} dr = \sigma\sqrt{\pi}. \quad (15)$$

Tedy ze vztahů (14) a (15) se příslušná amplituda A rovná

$$A = \frac{\Delta\rho_{fp}\gamma}{g\rho_0^2\sigma\sqrt{\pi}} \quad (16)$$

a pro koeficient teplotní roztažnosti α můžeme napsat konečný vztah

$$\alpha = \alpha_0 + Ae^{-\frac{(r-r_{fp})^2}{\sigma^2}}, \quad (17)$$

kde pološířku σ je volena jako volný parametr.

3.2 Charakteristiky konvekčních modelů

Pro popis výsledků jsou použity následující charakteristické veličiny: 1) časový vývoj tepelného toku přes povrch, 2) průběh teploty s hloubkou a 3) průběh radiální složky rychlosti s hloubkou.

ad 1) Pro výpočet celkového tepelného toku Q přes povrch je použit vztah

$$Q = -kr^2 \int_{\varphi} \int_{\vartheta} \frac{\partial T}{\partial r}(\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta d\varphi, \quad (18)$$

kde k je koeficient teplotní vodivosti. Výsledky diskutované dále jsou uvažovány pouze ve statisticky vyrovnaném stavu, to je v té části simulace, kde celkový tok přes povrch nemá systematicky klesající ani stoupající tendenci (obr.2).

ad 2) Charakteristická geoterma $\bar{T}(r)$ je určena jako průměr radiálních profilů teploty $T(r)$ přes časové období, kdy je simulace ve statisticky vyrovnaném stavu.

ad 3) Jako charakteristika rychlosti v jednotlivých modelech je použit radiální profil kvadrátu radiální složky rychlosti přes jednotlivé vrstvy $\bar{V}_r(r)$.

$$\bar{V}_r(r) = \sqrt{\int_{\varphi} \int_{\vartheta} v_{rad}^2(\vartheta, r) \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}. \quad (19)$$

Pro jednotlivé modely jsou zobrazeny vždy tři průběhy této průměrné radiální složky rychlosti pro tři časy s krokem 1 mld let. Aby bylo zřejmé, jak se rychlosti vyvíjejí v čase, jsou po řadě označeny A, B, C.

	Země	Venuše	Mars
R_{pov} [km]	6371	6051	3400
R_{CMB} [km]	3471	3110	1360
			1700
H_{exo} [km]	410	440	1100
H_{endo} [km]	660	740	1700
γ_{exo} [MPaK ⁻¹]	3	3	3
γ_{endo} [MPaK ⁻¹]	-3	-3	-3
σ [km]	20	20	20
g [ms ⁻²]	9,87	8,6	3,7
ρ [gcm ⁻³]	4,5	5,3	3,5
α_0 [K ⁻¹]	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
R_a	10^6	10^6	10^6

Tabulka 1: Použité parametry

4 Výsledky numerických simulací

4.1 Země

Nejprve jsme provedli čtyři simulace v modelech odpovídajících zemskému pláští:

- referenční model bez fázových přechodů - (model Země 0)
- model pouze s exotermním fázovým přechodem - (model Země 410)
- model pouze s endotermním fázovým přechodem - (model Země 660)
- model s oběma fázovými přechody - (model Země 2)

Pro všechny modely byly použity následující parametry: poloměr Země 6371 km, poloměr CMB 3471 km, hloubka exotermního fázového přechodu 410 km, hloubka endotermního fázového přechodu 660 km, směrnice Clausius-Clapeyronovy křivky $\gamma_{410} = 3 \text{ MPaK}^{-1}$, $\gamma_{660} = -3 \text{ MPaK}^{-1}$, gravitační zrychlení na povrchu $9,87 \text{ ms}^{-2}$, hustota pláště $4,5 \text{ gcm}^{-3}$ a Rayleighovo číslo $Ra = 10^6$. To je relativně nízká hodnota Ra (pro pláště terrestrických těles se spíše předpokládá $Ra = 10^7 - 10^8$), ale umožňuje provádět výpočty v modelu s relativně nízkým rozlišením a tedy můžeme provést řadu nepříliš časově náročných výpočtů. Efekt fázových přechodů může být ovšem v našich modelech mírně podhodnocen, protože bylo dokázáno, že vliv fázových přechodů na styl konvekce roste s rostoucím Ra [3].

Model Země 0

V tomto modelu bez fázových přechodů je simulace dlouhá 3 mld let. Na obr.3 jsou zobrazeny tři průběhy radiálních složek rychlostí ve třech časech s krokem 1 mld let, z nichž je patrné, že jde o celoplášťové tečení bez lokálních změn velikosti. Na obr.4 je znázorněna charakteristická geoterma. I z ní je patrné, že jde o celoplášťovou

konvekci s hraničníma vrstvama na povrchu a CMB. Sestupné i vzestupné proudy procházejí mezi spodním a svrchním pláštěm, jak je vidět na obr.19, kde je znázorněn vývoj studené sestupující plumy (vlevo nahoře), která klesá do spodního pláště.

Model Země 410

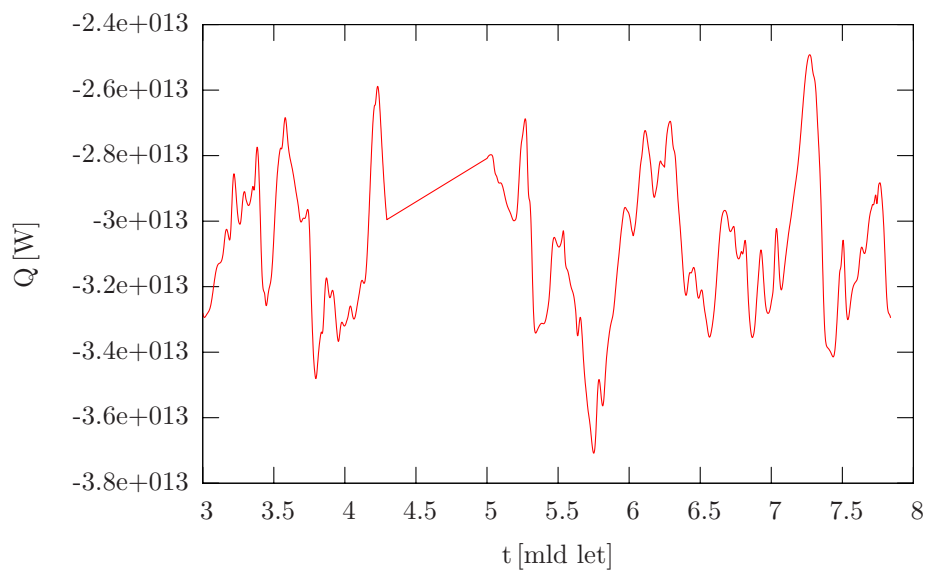
V tomto případě probíhá simulace 5 mld let s jedním exotermním fázovým přechodem v hloubce 410 km. Ten průchozí materiál urychluje, jak je patrné z obr.5, kde v hloubkách kolem diskontinuity lokálně narůstá radiální rychlost. Na obr.6 je charakteristická geoterma. Na ní pozorujeme v hloubce 410 km rychlý i když velmi malý nárůst teploty. To je způsobeno adiabatickým zahříváním. Tento efekt je patrný i na geotermách v ostatních modelech a budeme se jím zabývat v modelu Mars 2a. Časový vývoj teplotního pole v tomto modelu je na obr.20.

Model Země 660

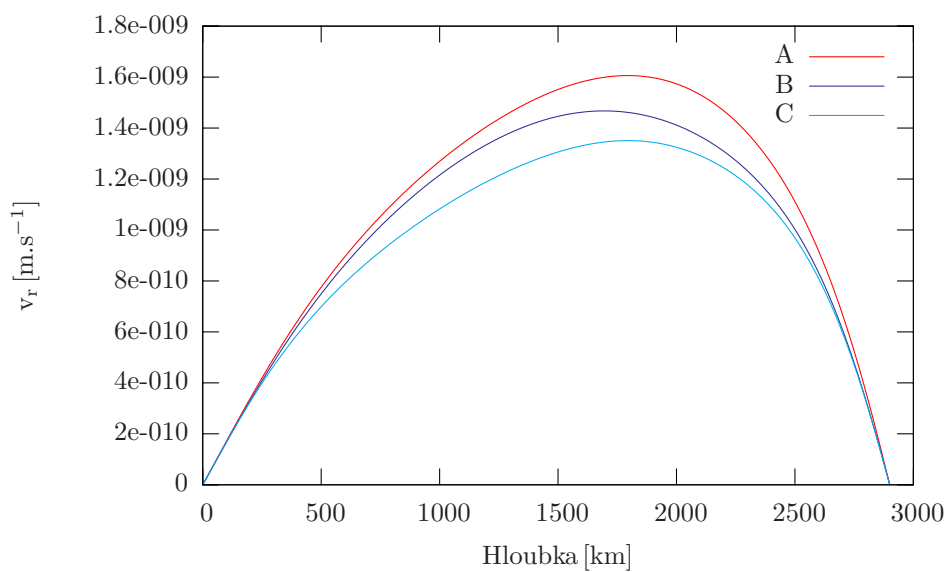
Model Země 660 odpovídá konvekci v Zemi s jedním endotermním přechodem v hloubce 660 km. Simulace je dlouhá 6 mld let. Fázový přechod procházející proudy zpomaluje. Je patrné, že okolo hloubky 660 km dochází k poklesu rychlosti tečení, ale vliv přechodu není natolik silný, aby zabránil přechodu materiálu a tedy aby došlo k vrstevnaté konvekci, ale je natolik silný, aby procházející materiál pozdržel. To je patrné z obr.21(vpravo nahoře), kde se studený sestupný proud "rozlévá" nad rozhraním, ale po nahromadění dostatečného množství materiálu propadá do spodního pláště.

Model Země 2

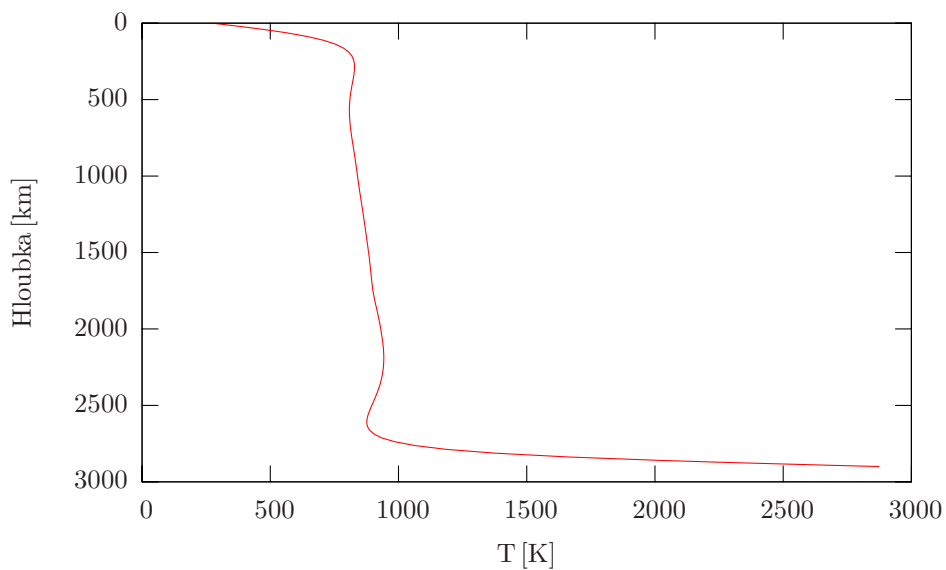
Toto je simulace konvekce v Zemi v délce 5 mld let a jsou zahrnuty oba fázové přechody. Tento model se nijak výrazně neliší od modelu Země 660, jelikož exotermní přechod v hloubce 410 km, který materiál urychluje, nemá příliš výrazný dynamický účinek. Přesto ale způsobuje, že sestupující materiál překonává vliv endotermního přechodu o něco dříve (obr.22).



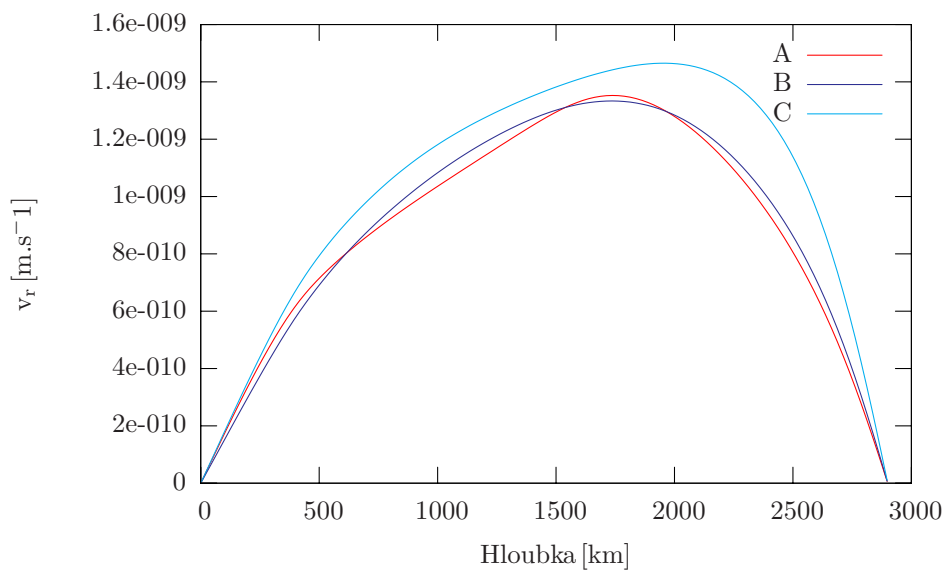
Obrázek 2: Celkový tepelný tok Q přes povrch v modelu Země 410. Je ukázána pouze ta část simulace, pro kterou Q systematicky neklesá ani neroste.



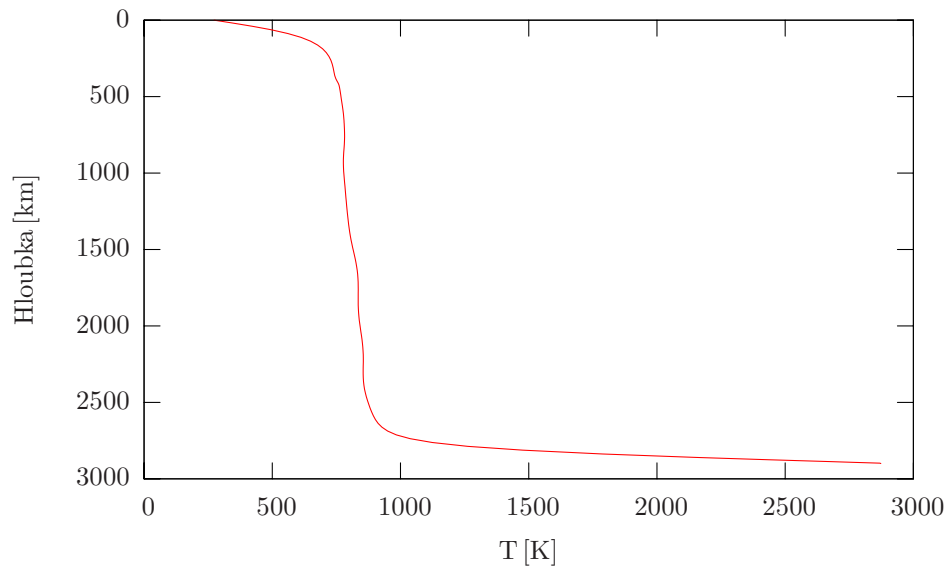
Obrázek 3: Průběh radiální složky rychlosti pro model Země 0. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



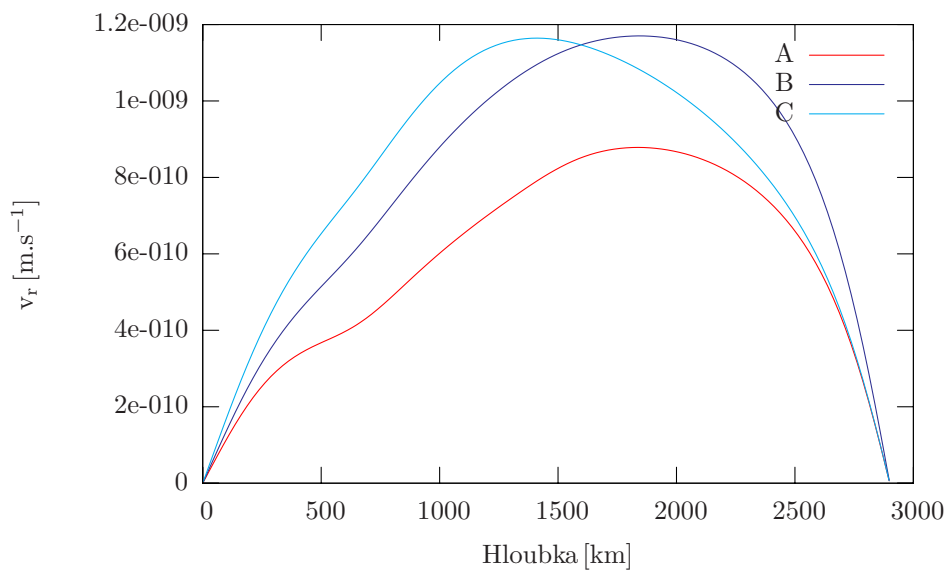
Obrázek 4: Charakteristická geoterma pro model Země 0



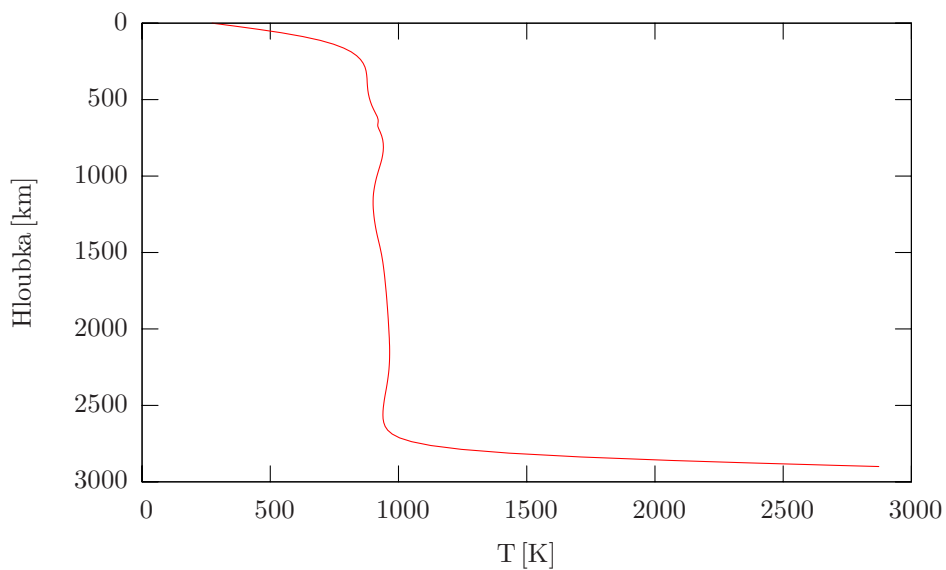
Obrázek 5: Průběh radiální složky rychlosti pro model Země 410. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



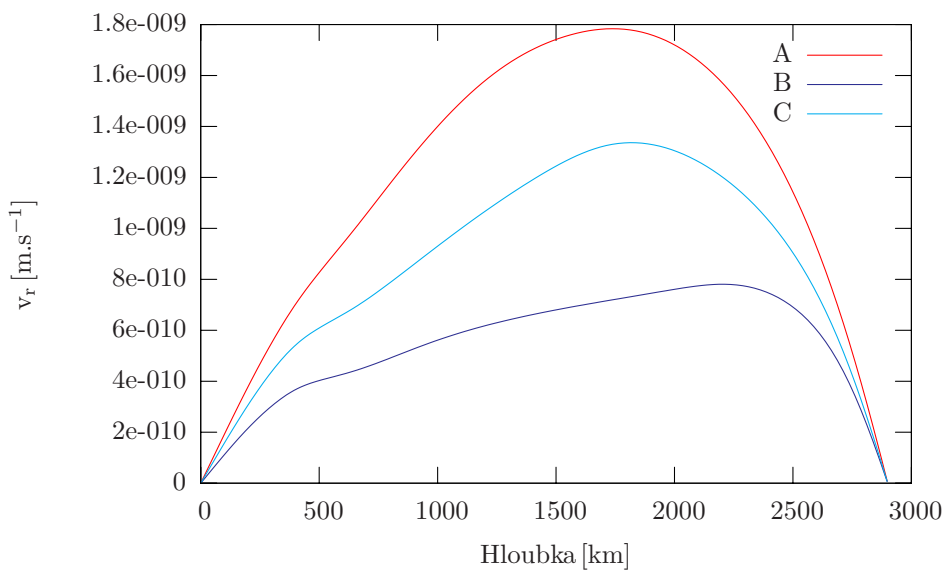
Obrázek 6: Charakteristická geoterma pro model Země 410



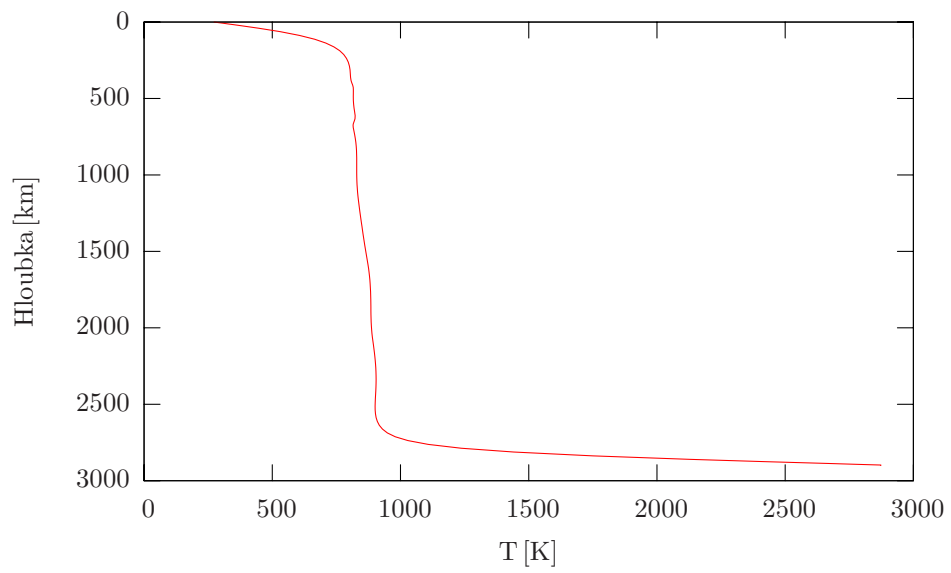
Obrázek 7: Průběh radiální složky rychlosti pro model Země 660. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



Obrázek 8: Charakteristická geoterma pro model Země 660



Obrázek 9: Průběh radiální složky rychlosti pro model Země 2. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



Obrázek 10: Charakteristická geoterma pro model Země 2

4.2 Mars

V teplotních a tlakových podmínkách odpovídajících plášti Marsu dochází k exotermnímu fázovému přechodu v hloubce 1100 km, k endotermnímu fázovému přechodu pak v hloubce 1700 km. Přesné rozměry jádra Marsu nejsou známy, tím ovšem není známa ani šířka pláště. Pokud předpokládáme, že jádro je železné jen s málo příměsí FeS a S, vychází poloměr jádra asi 1300 km, ale pokud by koncentrace příměsí byla větší, poloměr jádra by byl asi 1700 km [2]. Pokud by Mars měl jádro o poloměru 1700 km, do jeho pláště by se nevešel endotermní fázový přechod v hloubce 1700 km. Pro Mars tedy byly provedeny dvě simulace. První počítá s CMB v hloubce 1700 km, a tedy jen s exotermním fázovým přechodem (model Mars 1). Ve druhé je CMB posunuto do hloubky 2040 km, a tedy je uvažována i endotermní fázová přeměna v hloubce 1700 km (model Mars 2). Kromě již zmíněného poloměru CMB byly použity tyto parametry: poloměr povrchu Marsu 3400 km. Směrnice Clausius-Clapeyronových křivek jsou $\gamma_{1100} = 3\text{MPaK}^{-1}$ pro exotermní přechod a $\gamma_{1700} = -3\text{MPaK}^{-1}$ pro endotermní fázový přechod. Gravitační zrychlení je na povrchu $3,5 \text{ ms}^{-2}$ a hustota pláště $3,5 \text{ gcm}^{-3}$. Rayleighovo číslo stejně jako pro Zemi bereme 10^6 .

Model Mars 1

V tomto modelu se počítá konvekce v plášti Marsu s exotermním fázovým přechodem. Simulace je dlouhá 3 mld let. Protože je Mars menší než Země, leží tento přechod zhruba ve dvou třetinách pláště Marsu. Z obr.11 je patrné, že maximum pro všechny radiální složky rychlosti je právě v této hloubce. Na obr.12 dochází v hloubce fázového přechodu ke zvýšení teploty. Jelikož do výpočtu není zahrnuto latentní teplo, neměl by být důvod ke zvýšení teploty v hloubce přechodu. Tyto skoky jsou způsobeny uměle adiabatickým zahříváním. Pro Mars byla tedy provedena ještě jedna simulace se stejnými parametry jako pro model Mars 2, ale není v něm zahrnuto adiabatické zahřívání (model Mars 2a).

Model Mars 2

V tomto modelu je simulace dlouhá 5 mld let s exotermním fázovým přechodem v hloubce 1100 km a endotermním přechodem v hloubce 1700 km. Stejně jako v modelu Mars 1 má radiální složka rychlosti obr.13 maximum v hloubce 1100 km díky urychlujícímu efektu exotermnímu fázového přechodu. V hloubce 1700 km kolem endotermního přechodu naopak výrazně poklesla radiální složka rychlosti a téměř nedochází k výměně materiálu mezi pláštěm nad 1700 km a vrstvou pod tímto rozhraním. V tomto modelu tedy nejde o celoplášťové tečení, jako v předchozích případech, ale o vrstevnatou konvekci, jak je zřejmé i z obr.24, kde do svrchního pláště prostupuje jen jedna pluma. Existence hraniční vrstvy mezi dvěma konvekčními systémy (nad a pod 1700 km) je patrná i z geotermny obr.14.

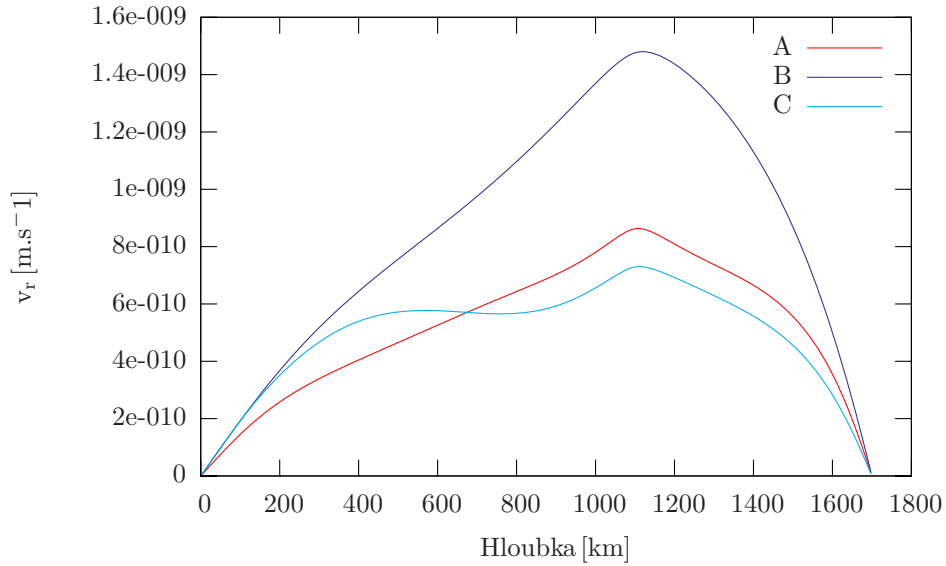
Model Mars2a

Tato simulace v délce 4 mld let byla provedena, abychom ověřili, zda skoky teploty na geotermách v místech fázových rozhraní skutečně souvisí s adiabatickým zahříváním.

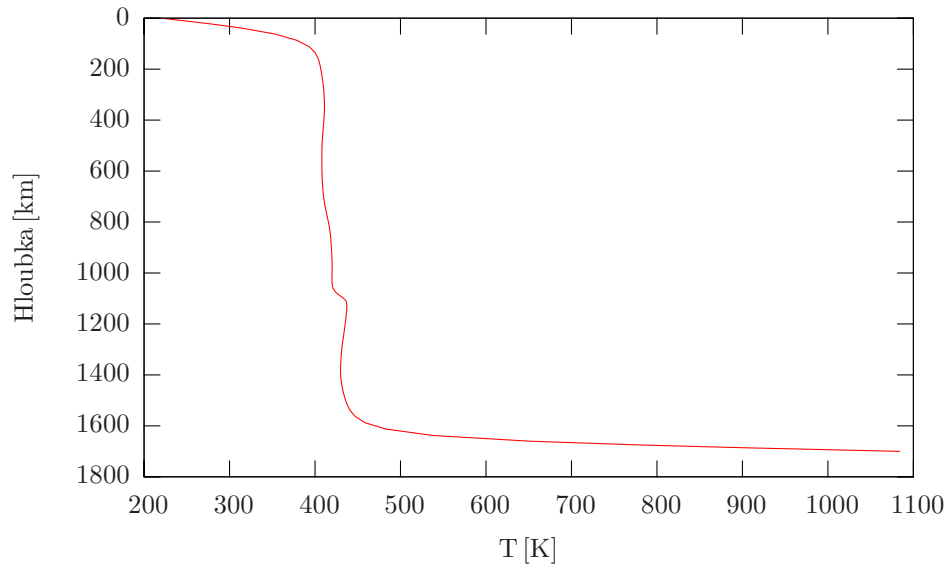
váním. Adiabatické zahřívání je způsobeno průchodem hmoty přes gradient tlaku a je vyjádřeno vztahem

$$Q_{ad} = -\alpha T v_r \rho_0 g. \quad (20)$$

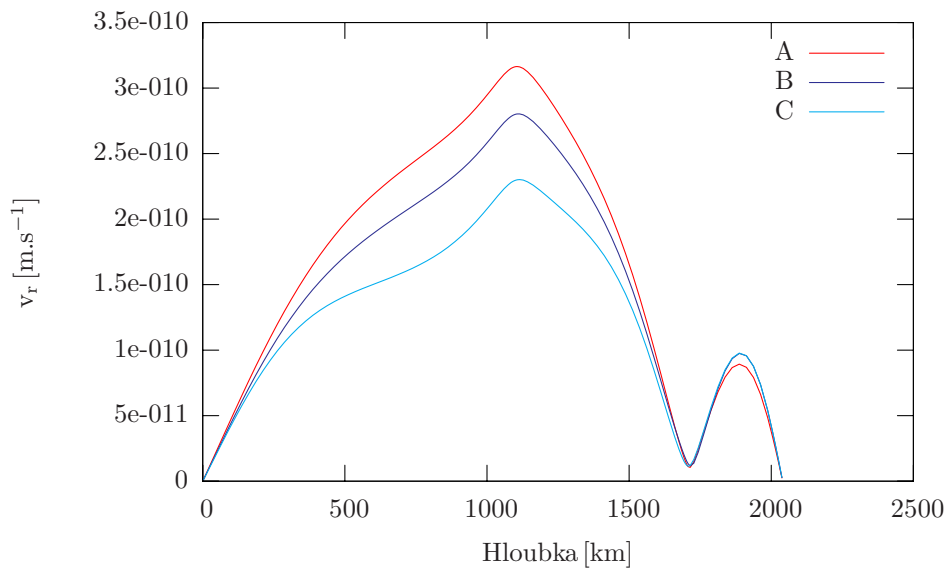
Jak je popsáno v 3.1, je koeficient teplotní roztažnosti α použit pro začlenění fázových přechodů do výpočtů tak, že je v místě přechodu uměle zvýšen (resp. snížen). Tím ale v této hloubce dojde i k umělému zvýšení Q_{ad} a tedy i k zvýšení (resp. snížení) teploty. Když tedy nebudeme uvažovat adiabatické zahřívání, měly by skoky na geotermě zmizet, což je potvrzeno obr.16. Z tohoto obrázku je také patrné, že při zanedbání Q_{ad} teplota mezi hraničními vrstvami s hloubkou klesá (narozdíl od ostatních modelů, v nichž adiabatické zahřívání bylo zahrnuto). Tento efekt nemá žádný výrazný vliv, na průběh radiálních rychlostí obr.15, ale amplituda se zdvojnásobila.



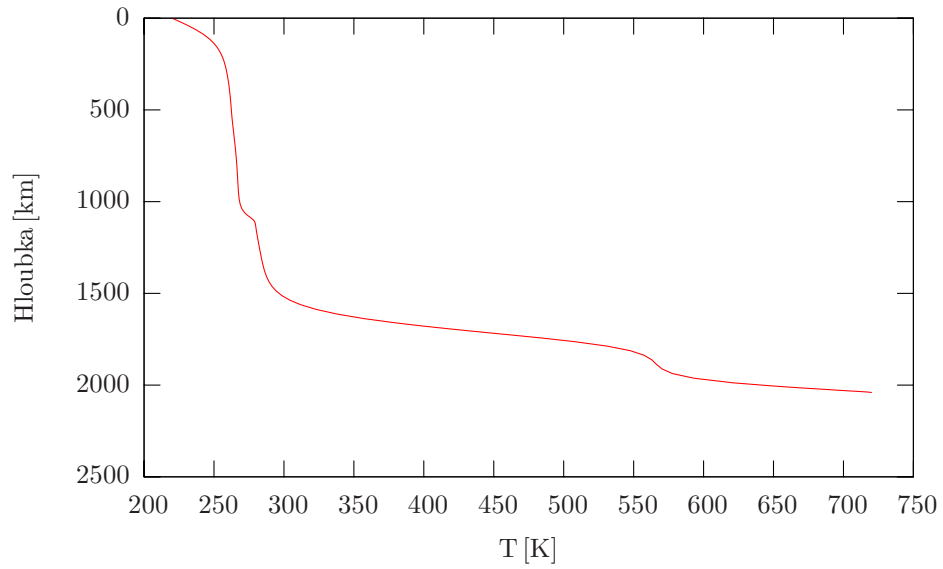
Obrázek 11: Průběh radiální složky rychlosti pro model Mars 1. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



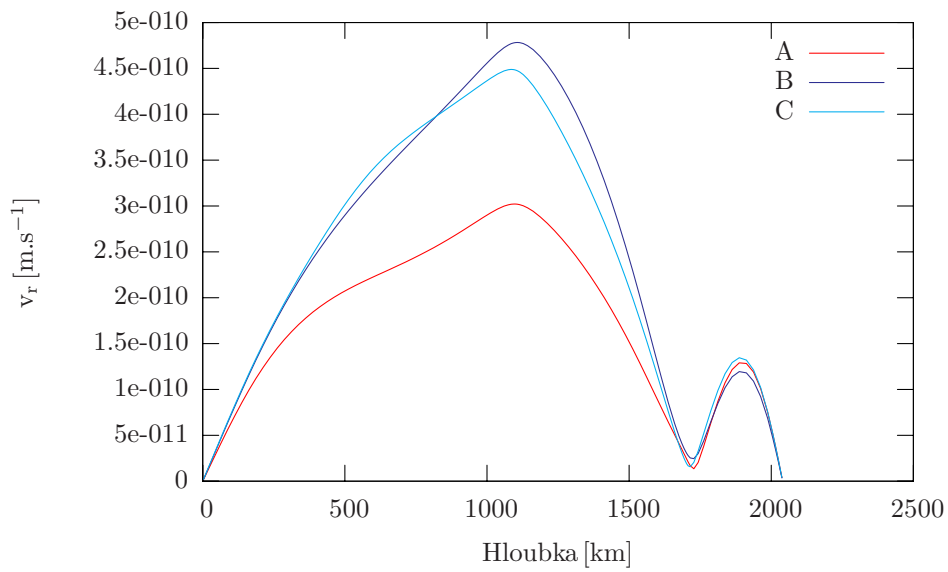
Obrázek 12: Charakteristická geoterma pro model Mars 1



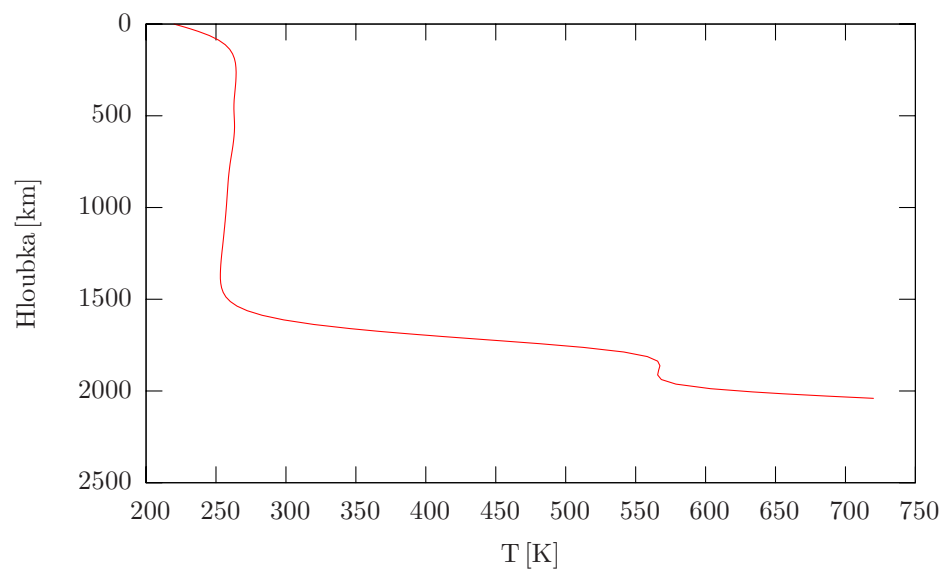
Obrázek 13: Průběh radiální složky rychlosti pro model Mars 2. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.v



Obrázek 14: Charakteristická geoterma pro model Mars 2



Obrázek 15: Průběh radiální složky rychlosti pro model Mars 2a. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.

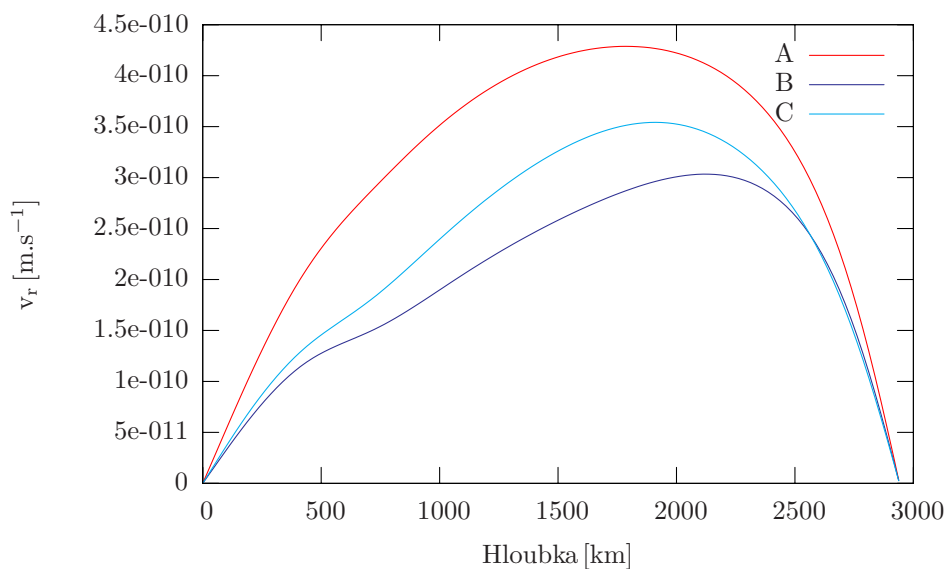


Obrázek 16: Charakteristická geoterma pro model Mars 2a

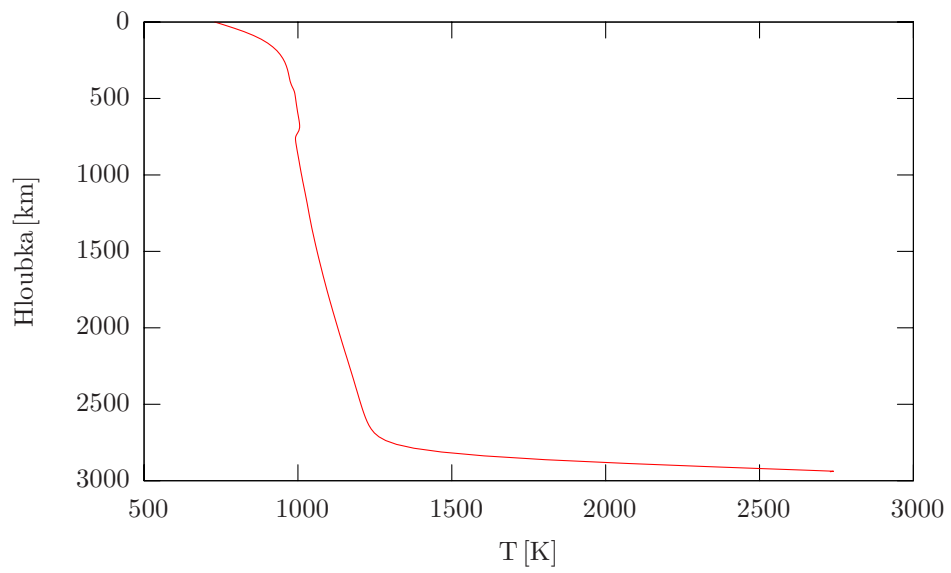
4.3 Venuše

Pro Venuši byla provedena jedna simulace (model Venuše) dlouhá 4 mld let. Tento model počítá s oběma fázovými přechody. Exotermní fázový přechod leží v hloubce 440 km a endotermní v hloubce 740 km. Poloměr Venuše je 6051 km, poloměr CMB 3110 km a její hustota je $5,3 \text{ gcm}^{-3}$. To znamená, že je jak složením, tak velikostí hodně podobná Zemi, takže se pro tečení v plášti dají očekávat podobné výsledky jako v modelu Zeme2. Porovnáním obr.17 a obr.9 zjistíme, že průběh radiálních rychlostí má stejný charakter, ale velikost amplitud je pro Venuši o řád menší. Až na jiné okrajové hodnoty teplot jsou geotermny rovněž srovnatelné.

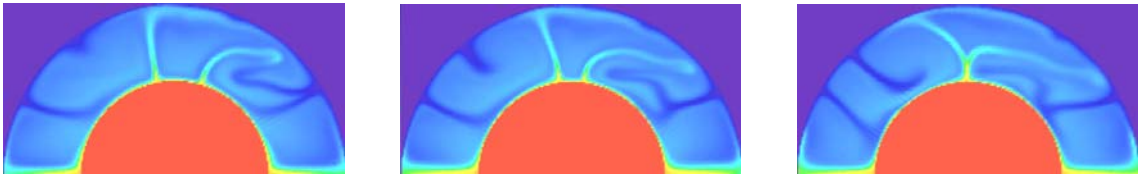
Původ nárůstu (resp. poklesu) teploty v obr.18 v hloubce 440 km (resp. 740 km) je opět způsoben adiabatickým zahříváním, jak bylo diskutováno v modelu Mars 2a.



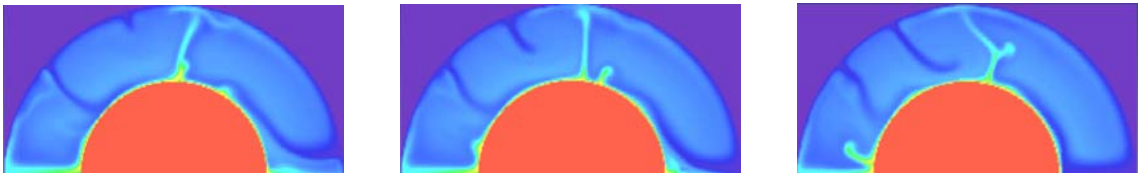
Obrázek 17: Průběh radiální složky rychlosti pro model Venuše. Křivky A,B,C jsou pro tři časové snímky s krokem 1 mld let.



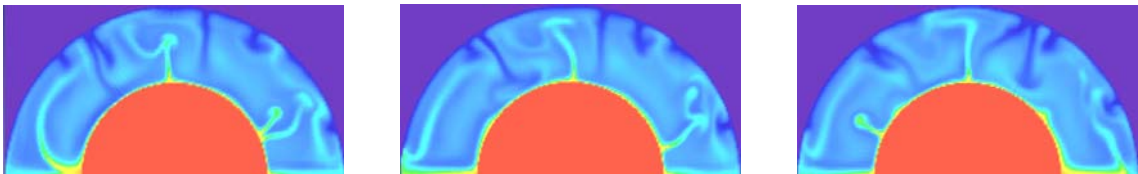
Obrázek 18: Charakteristická geoterma pro model Venuše



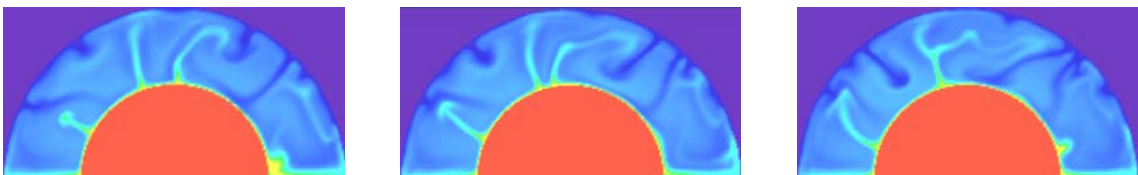
Obrázek 19: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Země 0. Časový interval mezi snímky je 40 mil let



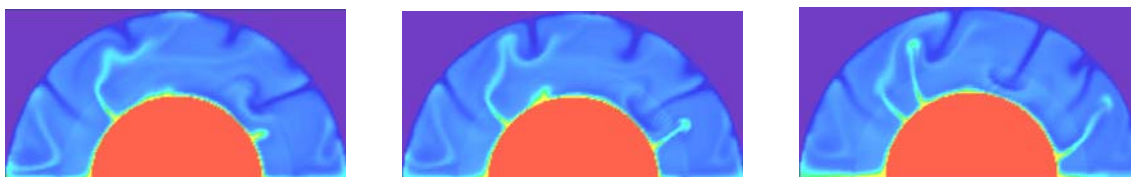
Obrázek 20: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Země 410. Časový interval mezi snímky je 50 mil let



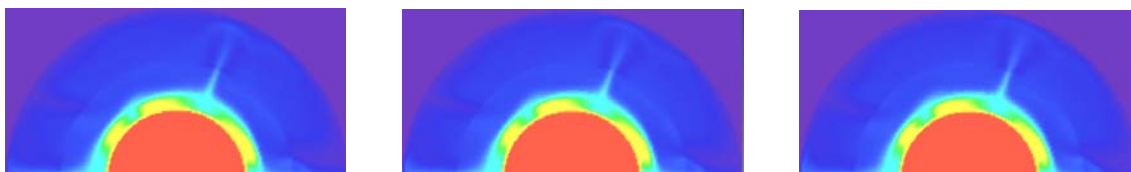
Obrázek 21: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Země 660. Časový interval mezi snímky je 80 mil let



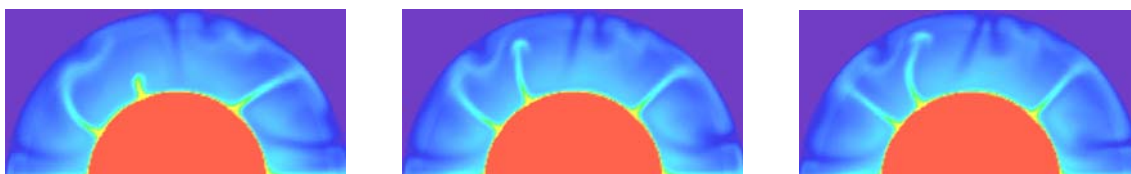
Obrázek 22: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Země 2. Časový interval mezi snímky je 50 mil let



Obrázek 23: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Mars 1. Časový interval mezi snímky je 40 mil let



Obrázek 24: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Mars 2. Časový interval mezi snímky je 50 mil let



Obrázek 25: Tři časové momenty z numerické simulace pro model Venuše. Časový interval mezi snímky je 150 mil let

5 Závěr

Provedli jsme simulace termální konvekce v pláštích Země, Marsu a Venuše pro Rayleighovo číslo 10^6 pomocí dvourozměrného osově symetrického programu.

Model Země 410 s jediným exotermním fázovým přechodem v hloubce 410 kms je příliš neliší od modelu Země 0, kde fázové přechody nejsou uvažovány. Exotermní fázový přechod sice urychluje procházející materiál, ale nemá výraznější vliv na celkové tečení v plášti Země. Endotermní fázový přechod má v Zemi větší dynamický účinek. Dokáže procházející hmotu pozdržet, ale není natolik silný, aby vytvořil dostatečně silnou bariéru, přes kterou by materiál neprocházel vůbec.

Jelikož má Mars jiné parametry pláště než Země, mají i fázové přechody jiný vliv na tečení. Mars má menší hloubku pláště a také nižší hustotu, takže fázová rozhraní leží blíže k CMB než v Zemi. Exotermní fázový přechod v hloubce 1100 km opět urychluje tečení, právě v této hloubce nacházíme maximum radiální složky rychlosti. Výrazně silnější než v Zemi je ovšem účinek endotermního fázového přechodu v modelu Mars 2. Dochází zde k oddělení proudových systémů nad a pod fázovým rozhraním a vyvine se vrstevnatá konvekce.

Jelikož Venuše má v plášti podobné podmínky jako Země, i dynamické důsledky fázových rozhraní na konvekci jsou podobné jako pro Zemi. Exotermní fázový přechod má opět jen minimální vliv na tečení a endotermní přechod proudy stejně jako v Zemi zpomalí, ale k oddělení proudových systémů nedojde.

Literatura

- [1] Kývalová, H., *Fázové přechody a dynamika pláště Země*, Praha 1994
- [2] Schubert, G., Turcotte, D.L., Olson, P. *Mantle Convection in the Earth and Planets*, Cambridge University Press 2001
- [3] Honda, S., Balachandar, S., Yuen, D.A. and D. Reuteler, Three-dimensional mantle dynamics with an endothermic phase transition, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 221-224, 1993a.