Albedo!

Geomagnetické pole - úvod.

Magnetické pole Země (geomagnetické pole, GMP) je v prvním přiblížení pole elementárního magnetického dipólu, umístěného ve středu Země. Velikost i směr momentu tohoto fiktivního dipólu se dají spočítat z měření GMP na zemském povrchu nebo nad ním. Velikost momentu se v posledních dvou tisíciletích pohybuje kolem hodnoty $8 \cdot 10^{22} A.m^2$. Jeho směr svírá s rotační osou Země malý úhel, v současnosti $\approx 11^0$.

Velikost vektoru GMP je v polárních oblastech rovna 60 000 až 70 000 nT, v blízkosti rovníku kolem 30 000 nT. Ve srovnání s umělými magnetickými poli je GMP velmi slabé. Feromagnetické horniny zastoupené v zemské kůře by za normálních podmínek nemohly od GMP získat tu magnetizaci, kterou mají. (Získaly ji za vysoké teploty, když byly v roztaveném stavu - je to tzv. termoremanentní magnetizace.)

V průběhu staletí se směr i velikost vektoru GMP nepatrně a nepravidelně mění. Tak například na ostrově Mauritius poklesla velikost vektoru v letech 1890 až 1930 o $\approx 10\%$, kdežto na observatoři Průhonice vzrostla v letech 1946 až 1972 jen o $\approx 2\%$. Podobným způsobem se mění i lokální směr vektoru. Kolísá vždy kolem určité hodoty, dané dipólovým přiblížením pole. Tato poměrně pomalá změna vektoru GMP se nazývá *sekulární variace*; užívá se pro ni zkratka SV. Tuto variaci můžeme chápat jako složitý periodický děj s periodami řádu několik let až několik tisíc let.

Kromě SV existuje ještě variace s periodami mnohem delšími. Je zkoumána metodami tzv. paleomagnetizmu a bývá nazývána *paleosekulární variace*.

Siločáry v současnosti vystupují z jižní polární oblasti a vstupují do severní. Tato polarita pole však není stálá. Její změny, tzv. *inverze geomagnetického pole*, nastávají po velkých a nestejně douhých obdobích. Trvání jedné polarity kolísá od stovek tisíc do desítek milionů let. Sám proces přepólování trvá desetitisíce let.

Kromě pomalých změn probíhají v geomagnetickém poli změny relativně rychlé. Jejich charakteristickými časy jsou sekundy až roky. Tyto změny mají původ ve změnách elektrických proudových systémů ve vysoké atmosféře, kdežto dříve zmíněné variace sekulární a inverze jsou vyvolávány v zemském jádře.

Převážná část ($\approx 99\%$) zemského magnetického pole je buzeno zdroji uvnitř Země. Toto pole z vnitřních zdrojů je ve zkratce někdy nazýváno *vnitřní geomagnetické pole*. Asi 1% pole je buzeno ve vysoké atmosféře. Toto tzv. *vnější geomagnetické pole* má pro geofyziku velký význam, neboť právě jemu příslušejí výše zmíněné rychlé časové variace. Ty indukují v zemské kůře a plášti elektrické proudy a tím poskytují možnost studovat elektrickou vodivost v Zemi.

Vnitřní pole pochází z největší části ze zemského jádra. Jen jeho nepatrná část má původ v zemské kůře; jsou to tzv. *regionální* (rozsáhlejší) a *lokální* (méně rozsáhlé) geomagnetické anomálie, pocházející od feromagnetických hornin zemské kůry. Mají souvislost s geologií a dají se využívat pro geofyzikální prospekci.

Odečte-li se pole regionálních a lokálních anomálií od vnitřního pole, zůstane pole pocházející z jádra. Tato část geomagnetického pole se nazývá *hlavní pole*. Skládá se z pole dipólu a čtyř až šesti velmi rozsáhlých a nepravidelně rozložených anomálií. Souvislost těchto velkých anomálií s povrchovou tektonikou není zřejmá, nedá se však ani vyloučit.

Názvosloví

V bodě na zemském povrchu je geomagnetické pole posáno tzv. *geomagnetickými elementy.* Mezi ně patří velikost vektoru, jeho 3 kartézské složky a dva úhly, určující jeho směr. (Viz obr. 1.) Vektor magnetické indukce $\vec{T}$ (*totální vektor*) se skládá z *horizontální složky* H a vertikální složky Z. Úhel mezi směrem horizontální složky a geografickým severem se nazývá magnetická deklinace D, úhel mezi vektorem T a jeho horizontálním průmětem H je magnetická inklinace I. Horizontální složka se dále rozkládá na *severní složku* X a *východní složku* Y. Složka X je kladná, míří-li k severu, Y je kladná, míří-li k východu. Složka Z je kladná, míří-li dolů. V souladu s tím se deklinace označuje jako kladná, je-li východní, a inklinace je kladná, míří-li vektor indukce pod zemský povrch.

Průběh geomagnetického pole se na zemském povrchu dá popsat *izočarami.* Tento dnes obecně užívaný pojem byl vymyšlen právě pro použití v geomagnetizmu: Koncem 17. století nakreslil britský astronom Halley první *izogony* a *izokliny.* Tyto čáry spojují na zemském povrchu místa o stejné deklinaci resp. inklinaci. Další geomagnetické izočáry jsou *izodynamy.* Jsou to čáry, spojující body o stejných velikostech složek vektoru geomagnetické indukce. *Izopory* jsou čáry stejné roční hodnoty sekulární variace neboli stejného *sekulárního chodu.* Geomagnetické izočáry slouží k sestrojování *geomagnetických map.* (Obr.2.)

Ke probírané terminologii patří ještě další systém čar a bodů: *magnetické meridiány, magnetický rovník a magnetické póly.* Magnetický meridián je určen tím, že jeho tečna je v každém bodě totožná s horizontální složkou GMP. Není to hladká křivka. Rovina magnetického meridiánu, tj. rovina, určená horizontální a vertikální složkou, je lokální pojem; mění se podél poledníku od bodu k bodu. Magnetický rovník je čára spojující místa o nulové vertikální složce a tedy nulové inklinaci. Probíhá v pruhu kolem zeměpisného rovníku, ale není s ním totožný; v současnosti se od něho nejvíce odchyluje v oblasti Jižní Ameriky. (Tam probíhá asi o 15^0 jižněji než zeměpisný rovník.) Magnetické póly jsou se vyznačují tím, že v nich je vektor magnetické indukce kolmý k zemskému povrchu. Obecně jich je na Zemi více, převážně v polárních oblastech, kdežto ve středních šířkách se vyskytují jen zcela výjimečně. Podle konfigurace hlavního pole, tzn. při odhlédnutí od lokálních anomálií, se dají určit dva hlavní magnetické póly, jeden v severní a jeden v jižní polární oblasti. Severní magnetický pól je v současné době v Kanadě v oblasti Ostrovů královny Alžběty na souřadnicích zhruba 77^0 s.š. a 260^0 v.d., jižní magnetický pól je v Antarktidě, jižně od Austrálie, na souřadnicích 66^0 j.š. a 140^0 v.d. Magnetické póly souvisí s konfigurací hlavního pole, jež není přesně dipólové. Proto hlavní magnetické póly nejsou přesně antipodální.

Deklinace, úhel mezi směrem horizontální složky a severním směrem, není definována v magnetických pólech ani v geografických pólech. Ve všech těchto čtyřech bodech se izogony sbíhají.

Od termínů "magnetický rovník, poledník a pól" je třeba odlišovat termíny *geomagnetické souřadnice.* Osa fiktivního elementárního *zemského magnetického dipólu,* který se dá určit z měření, se nazývá *geomagnetická osa.* K ní se váže síť geomagnetických poledníků a rovnoběžek obdobně jako se váže síť geografických souřadnic k zemské ose.

Póly geomagnetických souřadnic neboli *geomagnetické póly* jsou vzájemně antipodální. Severní geomagnetický pól je v současnosti na 79. stupni s.š. a 290. stupni v.d. Číslování geomagnetických poledníků a rovnoběžek je zcela analogické k číslování geografické sítě. Nultý geomagnetický poledník je ta spojnice obou geomagnetických pólů, na které leží jižní geografický pól.

Geomagnetický pól jakožto bod určený matematicky nemá ty geofyzikální vlastnosti, kterými se vyznačuje pól magnetický, to znamená, že geomagnetický vektor v nich nemusí mít vertikální směr.

Pojmem *geomagnetická epocha* se myslí přesné datum, ke kterému byly geomagnetické prvky určeny. Pokud se jakožto epocha uvede pouze letopočet, myslí se tím polovina daného roku, tedy např. epocha 1995 znamená 1.července 1995. Sekulární chod je rozdíl hodnot určitého geomagnetického elementu mezi dvěma následujícími epochami v jednom a témže bodě toho elementu. Izopory, izočáry sekulárního chodu, vytvářejí na mapě několik ohnisek, která v čase mění tvar a posouvají se. Příklad lokálního průběhu SV je ukázán na obrázcích 3 a 4. Geomagnetické elementy se měří na geomagnetických observatořích. První popud k soustavnému geomagnetickému měření vzešel v polovině minulého století od C.F. Gausse. Na obrázcích 5 a 6 je ukázáno rozložení geomagnetických observatoří jednak v roce 1860, jednak ve druhé polovině 20. století.

Magnetická pole ve vesmíru.

Země má magnetické pole přibližně dipólové o průměrné velikosti $10^{-5}\,T$. Porovnejme s tím pole jiných nebeských těles. (Magnetická pole kosmických objektů se zjišťují opticky Zeemanovým jevem.)

Slunce má složité magnetické pole. Přes dipólové pole, které je patrné ve vysokých heliocentrických šířkách a má řádovou velikost $10^{-4}\,T$, se v nízkých šířkách překládá multipólové pole řádu $10^{-2}\,T$. Magnetická pole slunečních skvrn jsou ještě silnější. Konfigurace magnetického pole Slunce se v čase pravidelně mění s periodou deset až jedenáct let.

Zdá se, že magnetická pole planet Sluneční soustavy, pokud jsou měřitelná, mají podobně jako Země dipólový charakter.

Merkur má na povrchu pole řádu $10^{-7}\,T$, *Jupiter* má pole řádu $10^{-4}\,T$, *Saturn* pole řádu $10^{-5}\,T$. *Venuše* má pole stěží měřitelné, *Mars* jen velmi malé, v průměru asi $60\,nT$. Planeta *Uran* má jisté magnetické pole, to je však velmi zvláštní: je sice dipólové, ale - na rozdíl od jiných planet - osa dipólu svírá s rotační osou Uranu velký, skoro pravý úhel. (Přitom sama planeta Uran má ještě tu zvláštnost, že její rotační osa je jen málo odkloněná od ekliptiky.) Velikosti příslušných dipólových momentů jsou uvedeny v tabulce.

Tabulka momentů magnetických dipólů ve sluneční soustavě

Moment magnetického dipólu je uváděn v jednotkách zemského magnetického dipólu M_Z.

($M_Z \sim 8 \times 10^{22} Am^2$.)

Planeta	Hmota planety (10^{24} kg)	Poloměr planety (km)	Poloměr jádra (km)	Perioda rotace ($\times 10^5$ s)	Moment magnetického dipólu (M_Z)	Sklon dipólu k rotační ose
Merkur	0.33	2439	~ 1800	76	3.1×10^{-4}	2.3^0
Venuše	4.87	6055	~ 3000	210	$< 5 \times 10^{-5}$	-
Země	5.97	6371	3485	0.862	1	11.5^o
Mars dříve	0.64	3398	~ 1700	0.886	3×10^{-4}?	15°?
pozd. měření					10^{-1}?	?
Jupiter	1899	71600	52000	0.354	1.8×10^4	11°
Saturn	568	60000	~ 28000	0.368	0.5×10^3	$1.5^o \pm 0.5^o$

Podle současných pozorování má mnoho *hvězd* pole nejméně tak silná jako Slunce. Pole slabší než je pole sluneční se dosavadními metodami nedají u tak vzdálených objektů zjistit. Hvězdy spektrální třídy A, tzv. *magnetické hvězdy*, mají pole řádu $1\,T$. někteří *bílí trpaslíci* mají pole řádu 10^3 až $10^4\,T$, *pulzary* mají pole řádu $10^8\,T$.

Naše *galaxie* je prostoupena magnetickým polem řádu $10^{-10}\,T$. Jiné galaxie mají pravděpodobně pole stejně silná nebo i silnější.

Magnetická pole se tedy vyskytují ve vesmíru všude. Pole v mezihvězdném prostoru je o mnoho řádů slabší než jsou pole některých hvězd a planet. Zdá se, že existuje obecný způsob, jakým některá kosmická tělesa zesilují slabá magnetická pole a alespoň po určitou dobu si je udržují. Pokud jde o Zemi, Slunce a planety, tedy tělesa, o nichž máme určité vědomosti, zdá se pravděpodobné, že udržování jejich magnetických polí je výsledkem dynamového procesu, který spočívá v pohybech elektricky vodivého kontinua v magnetickém poli, zprvu třeba i velmi slabého.

Nejdůležitějšími podmínkami pro existenci takových dynam patrně jsou: dostatečný objem, vyplněný vodivým kontinuem, dostatečný zdroj energie pro pohyby a dostatečná rychlost rotace tělesa.

Co se týká dalších kosmických objektů, jsou úvahy o mechanizmu buzení jejich magnetických polí zatím jen zcela spekulativní.

Význam magnetického pole Země

1) *Pro biosféru:* Nabité částice, přicházející z kosmu, jsou působením GMP pole odchylovány, takže zemský povrch je před nimi v jisté míře chráněn.

2) *Pro výzkum Země:* Existence a časová proměnlivost GMP poskytuje velké možnosti geofyzikálnímu průzkumu i výzkumu Země jako celku. Jde např. o výzkum elektrické vodivosti v Zemi, o paleomagnetické sledování pohybů litosférických desek a další věci.

Stručná historie geomagnetizmu

Zvláštní vlastnosti magnetitu byly již ve starověku známy jak Číňanům, tak Řekům. *Thales z Milétu* zkoumal magnetit v 6. století př. Kr., znal jeho přitahující vlastnosti, ale jeho schopnost ukazovat k severu nerozeznal. Starověcí lékaři zkoušeli využít tohoto kamene k léčení. (Tak např. *Hippokrates* jím chtěl léčit neplodnost.)

Kompasu používali jako první patrně Číňané, snad již v době kolem počátku našeho letopočtu. V Evropě se začalo používat kompasu ve 12. století. Není jasné, zdali se sem dostal z Číny nebo zde byl zkonstruován nezávisle.

První objektivní úvaha o magnetu je ve spisu italského učence *Petra Peregrina* "Epistola de magnete" z roku 1269. P.P. definoval pojem polarity magnetu a pojem magnetického poledníku. Poznal již, že síla magnetu je největší na jeho pólech. Popsal dva typy kompasu. (Magnetka plovoucí a magnetka otáčivá na čepu.) Tento spis je pokládán za *první vědecké pojednání středověku.*

Od 15.století je známa magnetická deklinace. Byla měřena slunečními hodinami, vybavenými magnetickou střelkou. Roku 1581 publikoval londýnský hodinář *Robert Norman* zprávu o objevu magnetické inklinace.

Důležitým mezníkem v historii geomagnetizmu je dílo britského přírodovdce a lékaře *Williama Gilberta.* Roku 1600 vyšla jeho kniha s dlouhým latinským názvem, který začíná *"De magnete".* Gilbert zkoumal pole kolem koule zhotovené z magnetitu a porovnával je s tím, co do té doby bylo zjištěno o rozložení směru magnetického pole na Zemi. (Měření deklinace bylo dostatek, avšak pro inklinaci bylo údajů málo.) Tento postup ho přivedl k závěru, že příčina zemského magnetizmu je uvnitř Země. Řečeno jeho slovy. *"koule zemská je sama velkým magnetem."* To byl závěr naprosto nový: Do té doby byla příčina chování magnetické střelky hledána buď mimo Zemi (polárka) nebo v nějakých útvarech na zemském povrchu. (Tu druhou možnostvšak na základě teoretické úvahy odmítl už Peregrinus.)

Během dalších dvou staletí byly shromažďovány další údaje o deklinaci a inklinaci. Zásluhu na tom měli zejména mořeplavci. Ti se učili využívat deklinaci k navigaci. Rostla snaha vystihnout zákonitost o rozložení inklinace, protože se zdálo, že by se jí dalo užívat k určování zeměpisné šířky při plavbách. Z tohoto důvodu podnikl britský astronom *Edmund Halley* mezi léty 1698 a 1700 dvě výzkumné plavby po Atlantiku. Byly to vůbec první výzkumné plavby. Možnost navigace pomocí inklinace se neukázala jako nadějná, protože byly záhy rozpoznány nepravidelnosti v růstu inklinace se zeměpisnou šířkou. Zato Halley pořídil první geomagnetickou mapu - mapu izogon v Atlantiku. Byla publikována 1702.

Další velký pokrok znamenaly práce *C.F.Gausse.* Některé z jeho významných fyzikálních prací souvisely právě s jeho zájmem o zemský magnetizmus. Jsou to zejména práce z teorie potenciálu a soustava absolutních jednotek měření.

Již před Gaussem se vědělo, že magnet, zavěšený tak, aby mohl kývat v horizontální rovině, má dobu kyvu, jež souvisí s horizontální složkou intenzity působícího pole. Gaussův spolupracovník *Alexander von Humboldt* podnikal výzkumné cesty po Evropě a Sev. i Jižní Americe a mimo jiné zjišťoval rozložení magnetického pole. Jeho měření bylo relativní: Zaznamenával vzrůst a pokles velikosti pole, jak jej zjišťoval rychlostí kývání magnetu. Gaussovi přinášel výsledky, vyjádřené v jednotkách času. A. Humboldt byl první bada-

tel, který poznal závislost intenzity pole na zeměpisné šířce. Objevil v Peru místo, kudy prochází magnetický rovník: směrem k severu i k jihu od tohoto místa se kývání zpomalovalo, což bylo znamením, že síla pole ve směru k pólům vzrůstá. (Později byla na tomto místě vybudována geomagnetická observatoř Huancayo.)

Gauss zprvu zpracovával údaje geomagnetické intenzity vyjádřené v jednotkách času. Právě tato práce ho podnítila k vymyšlení *metody absolutního měření* horizontální intenzity GMP a vypracování tzv. absolutní soustavy fyzikálních jednotek.

Roku 1839 vydal Gauss významné dílo "Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus". Je to vlastně práce z *teorie potenciálu*. Ukázal, že geomagnetický vektor může být chápán jako gradient potenciálu a tento potenciál může být vyjádřen nekonečnou řadou sférických harmonických. Sám poprvé spočítal prvních 24 sférických harmonických koeficientů. Vycházel z dat, odečtených z geomagnetických map. (Tato data jsou samozřejmě poznamenána tehdejší nerovnoměrností měřicích stanovišť - velmi málo jich bylo na jižní polokouli. To, že velikost magnetického vektoru vyjadřoval v jednotkách času, nemohlo mít vliv na správnost výpočtů. Gauss později přepočítal hodnoty, jichž použil, do nových - Gaussových- jednotek.)

Dalším významným přínosem z 19. století byla analýza denní variace geomagnetického pole. Vykonal ji německý fyzik *A.Schuster*. V roce 1880 ukázal, že denní variace se dělí na část vnitřního a vnějšího původu, přičemž větší část je buzena elektrickými proudy ve vysoké atmosféře a menší část je polem proudů, indukovaných v Zemi primární - vnější- složkou.

První polovina 20.století přispěla k vývoji geomagnetizmu především hojným a soustavným pozorováním. Začala být také pečlivě zkoumána magnetizace materiálu lávových výlevů. Tyto výzkumy byly pak rozšířeny na další feromagnetické horniny. Tím začal rozvoj *paleomagnetizmu*.

Druhá polovina 20. století přinesla prudký rozvoj teorií o *generování magnetického pole Země*.

Geomagnetická měření

Měření absolutní a relativní.

Absolutní měření určuje hodnotu měřené veličiny v základních fyzikálních jednotkách, popř. v jednotkách od nich odvozených (v geomagnetizmu např. tesla).

Relativní měření zjišťuje poměr hodnoty měřené veličiny k jejímu absolutně změřenému normálu. Relativní měření v geomagnetizmu se konají jednak při polních (prospekčních) pracích, jednak při spojitém sledování časového chodu geomagnetických elementu.

Principy jednoduchých geomagnetických přístrojů

Měření deklinace.

Přístroje pro rychlou orientaci jsou kompas a busola. Pro observatorní měření je určen *magnetický theodolit*. Obecně je theodolit přístroj na měření horizontálních úhlů. Sestává z horizontálního děleného kruhu a optického zařízení na přesné čtení úhlů. Magnetický teodolit je nadto opatřen magnetickou střelkou, která se otáčí kolem vertikální osy. Je

tedy možno odečítat úhel mezi směrem střelky, na niž působí pouze geomagnetické pole, a geografickým severem. Geografický sever bývá na měřicím stanovišti jednou provždy určen astronomicky a zachycen pomocí nějakého výrazného pevného předmětu, zvaného *mire*. (Může to být např. špička kostelní věže.)

Měření inklinace.

Nejstarší přístroj k měření inklinace je *inklinatorium:* Je to střelka upevněná tak, že se může otáčet kolem horizontální osy ve vertikální rovině. Musí to být rovina lokálního magnetického poledníku, aby na střelku působila celá vertikální složka pole. Osa otáčení musí být přesně v těžišti magnetky, aby se vyloučil vliv tíže. Z uvedených důvodů a také pro tření není tento přístroj dostatečně přesný.

Zemský induktor

využívá principu elektromagnetické indukce: Jestliže se v magnetickém poli otáčí kolem svého průměru závit z vodivého drátu, indukuje se v něm elms. Její velikost závisí na úhlu mezi osou otáčení a směrem pole. Je-li osa otáčení přesně ve směru totálního vektoru pole, elms. nevzniká. Hledá se tedy sklon osy otáčení závitu.

Absolutní měření horizontální intenzity - Gaussova metoda.

Skládá se ze dvou částí: měření kyvů a měření odchylek. Používá se dvou magnetů: Na kývání magnet o magn. momentu M, na odchylky střelka o magn. momentu m.

Měření kyvů.

Uspořádání je ukázáno na obrázku. Magnet M kývá přesně v horizontální rovině; vlákno, na němž je zavěšen, je upevněno nahoře v otočné hlavě.

Veličiny: intenzita pole $\vec{H} = \frac{\vec{T}}{\mu}$
moment setrvačnosti J,
koef. torze vlákna C,
výchylka δ,
maximální výchylka α, úhel α musí být malý. Pohybová rovnice:

$$J\ddot{\delta} = -C\delta - MH\sin\delta.$$

První možnost: výchylka δ je malá, místo $\sin\delta$ bereme δ :

$$\ddot{\delta} + n^2\delta = 0.$$

kde

$$n^2 = \frac{C + MH}{J}.$$

Počáteční podmínky:

$$t = 0 \rightarrow \delta = \alpha,$$
$$t = 0 \rightarrow \dot{\delta} = 0,$$
$$t = T \rightarrow \delta = -\alpha,$$

kde T je doba kyvu.
Řešení rovnice:

$$\delta = A\cos nT + B\sin nT.$$

Z počátečních podmínek:

$$A = \alpha, \quad B = 0, \quad n = \frac{\pi}{T}$$

a tedy

$$\frac{\pi}{T} = \sqrt{\frac{C + MH}{J}} \quad \rightarrow MH = \frac{J\pi^2}{T^2} - C$$

Metodou kyvů se tedy najde součin MH. Tato metoda však nebyla zcela přesná. Potřebujeme totiž, aby pole $\vec{H}$ na magnet působilo více než torze vlákna. Chceme tedy mít

$$C \ll MH.$$

Proto je vhodnější záměna $\sin\delta$ místo δ, takže řešíme rovnici

$$\ddot{\delta} + n^2 \sin\delta = 0$$

Postup řešení je nyní složitější. Vyjde:

$$MH = \frac{J\pi^2}{T^2}\left(1 - \frac{C}{MH}\right) + \frac{1}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}.$$

Moment setrvačnosti J se dá určit známou metodou - připojením tělíska o známém momentu setrvačnosti J_o a novým měřením doby kyvu:

$$J = J_0 \frac{T^2}{T^2 - T_0^2},$$

kde T_0 je nová doba kyvu. Poměr

$$\frac{C}{MH}$$

se dá zjistit experimentálně jako číslo: Otočnou hlavicí nahoře se otočí o 2π. Nová rovnováha magnetu se ustálí při

$$\delta = \Delta.$$

Moment, kterým působí pole na magnet, je vektorový součin vektorů $\vec{M}$ a $\vec{H}$. Rovnice nové rovnováhy je tedy

$$MH\sin\Delta = 2\pi C$$

a odtud

$$\frac{C}{MH} = \frac{\sin\Delta}{2\pi}.$$

Měření výchylek.

Používá se magnetického teodolitu, který je opatřen kolejnicemi nebo disky na uložení

vychylujícího magnetu. Je to ten magnet, který v předchozím pokusu kýval. Magnet o momentu $\vec{M}$ se klade do některé z Gaussových nebo Lamontových poloh. Na střelku $\vec{m}$ působí 2 otáčivé momenty: Jeden pochází od geomagnetického pole $\vec{H}$, jeden od magnetu $\vec{M}$. Moment vyvolaný magnetem $\vec{M}$ se dá spočítat jako gradient vzájemné potenciální energie obou magnetů. Je dán nekonečnou řadou

$$Q = \frac{2Mm}{r^3}\left(1 + \frac{p}{r^2} + \frac{q}{r^4} + ...\right).$$

Veličiny p, q atd. jsou konstanty, závislé na rozměrech magnetů a geometrickém uspořádání pokusu. Rovnovážný stav střelky nastane při výchylce ϕ, rovnice této rovnováhy je

$$mH\sin\phi = \frac{2Mm}{r^3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{H}{M} = \frac{2}{r^3\sin\phi}.}$$

Při 1. Lamontově poloze je $p = 0$ a q je velmi malé, takže platí

$$Q = \frac{mH}{\sin\phi}.$$

Gaussovou metodou se dá změřit současně intenzita pole i magnetický moment vychylujícího magnetu, obojí v jednotkách délky, hmoty a času.

Protonový precesní magnetometr

náleží též k přístrojům pro absolutní měření. Patří do kategorie resonančních magnetometrů. Jeho princip vychází z toho, že vodíková jádra mají spin a tudíž mechanický i magnetický moment. Magnetické momenty jader mají stále tendenci narovnat se ve směru siločar, ale mechanické momenty jim v tom brání. Magnetické momenty proto vykonávají kolem směru siločáry precesi s náhodně rozhozenými fázemi. Frekvence precese, tzv. *Larmorova frekvence*, je úměrná indukce pole B. Konstanta úměrnosti patří k velmi dobře změřeným fyzikálním konstantám. Platí

$$B_0 = \frac{2\pi f_P}{\gamma_P},$$

kde
f_p je Larmorova frekvence a
$\gamma_P = 2,675 \times 10^8 s^{-1}T^{-1}$ je tzv. *gyromagnetický poměr.*

Základem přístroje je nádoba na asi půl litru kapaliny, obsahující vodík (voda, benzen aj.). Nádoba je vsunuta do měděného solenoidu. Přístroj se orientuje tak, aby jeho osa byla přibližně kolmá ke geomagnetickému poli a do cívky se na krátkou chvíli pustí silný proud, takže v ní vznikne pole mnohem větší než zemské. Magnetické momenty jader se seřídí do směru přibližně kolmého k zemskému poli, a když se proud vypne, překlopí se všechny naráz ke směru geomagnetické siločáry. Po dobu dvou až tří sekund pak jsou polarizovány - konají precesi všechny ve stejné fázi. Po tuto dobu indukují v cívce proměnné pole a tím střídavý proud, jehož frekvence se změří osciloskopem připojeným k solenoidu. Měření lze v libovolném počtu opakovat. (Příklad: V poli $50000nT$ je $f = 2129H$.)

Matematický popis geomagnetického pole

Podle konvence se pro geomagnetické pole používá vektor magnetické indukce $\vec{B}$. V geomagnetizmu je tento vektor často označován $\vec{T}$ (totální vektor). Jednotkou je tesla (T). Pro poměrně slabé pole Země je příhodnější nT. Před obecným přijetím soustavy SI se v geofyzice používalo systému c.g.s. (Gaussova soustava). V něm byl jednotkou magnetické indukce *gauss* (Γ), což je $10^{-4}T$. V praxi se používalo menší jednotky $\gamma = 10^{-5}\Gamma$, takže $1\gamma = 1nT$.

Rovnice geomagnetického pole.

$$\vec{T} = \mu\vec{F}, \tag{1}$$

kde $\vec{F}$ je intenzita magnetického pole a μ je magnetická permeabilita. Pro prostor vně Země platí s velkou přesností

$$\mu = \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} Hm^{-1}. \tag{2}$$

Podle Maxwellových rovnic je

$$\nabla \times \vec{F} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \vec{T} = 0, \tag{4}$$

kde $\vec{i}$ je hustota elektrického proudu a $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ je hustota elektrického posunutí. Zemskou atmosféru můžeme v prvním přiblížení pokládat ze nevodivou, tedy $\vec{i} = 0$. Elektrické posunutí se při poměrně pomalých časových změnách rovněž nemusí uvažovat. Proto podle (3) je

$$\nabla \times \vec{F} = 0. \tag{5}$$

Pole $\vec{F}$ je tedy konzervativní a můžeme je chápat jako záporně vzatý gradient skalárního potenciálu U:

$$\vec{F} = -\nabla U. \tag{6}$$

Podle (4) a (2) je

$$\nabla \cdot \vec{F} = 0, \tag{7}$$

a tedy podle (6) a (7)

$$\Delta U = 0. \tag{8}$$

To je Laplaceova rovnice. Ve sférických souřadnicích má tvar

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rU)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial\phi^2} = 0 \quad . \tag{9}$$

Používají se pořádkální harmoniky?

(Souřadnice: r je vzdálenost od počátku, θ je polární úhel (doplněk zeměpisné šířky), ϕ je zeměpisná šířka.) Řešení Laplaceovy rovnice v těchto souřadnicích je

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \left(a_{n,m} r^n + b_{n,m} r^{-(n+1)} \right) Y_{n,m}(\theta, \phi) \quad . \tag{10}$$

Funkce

$$Y_{n,m}(\theta, \phi) = (A_{n,m} \cos m\phi + B_{n,m} \sin m\phi) \, P_{n,m}(\cos\theta) \tag{11}$$

jsou sférické funkce. Jsou ortogonální na sférické ploše. Dokazuje se o nich, že jsou stejnoměrně konvergentní. Funkce $Y_{n,m} \left\{ \begin{array}{c} r^n \\ r^{-(n+1)} \end{array} \right\}$ se nazývají prostorové sférické harmonické funkce.

Funkce $P_{n,m}(\cos\theta)$ jsou *přidružené Legendreovy polynomy* n-tého stupně a m-tého řádu. Leg. polynom nultého řádu (zonální polynom) je dán rovnicí

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\mu^n} (1 - \mu^2)^n \quad . \tag{12}$$

Přidružený Leg. polynom $P_{n,m}$ se z něho odvozuje vztahem

$$P_{n,m}(\cos\theta) = (1 - \cos^2\theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(\cos\theta)}{d(\cos\theta)^m} \quad . \tag{13}$$

Ortogonalita sférických funkcí.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P_{n,m}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{c} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{array} \right\} P_{\nu,\mu}(\cos\theta \left\{ \begin{array}{c} \cos(\mu\phi) \\ \sin(\mu\phi) \end{array} \right\} \cdot \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \tag{14}$$

$$\begin{cases} = \frac{4\pi}{2(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} & \textbf{pro} \quad n = \nu \ \wedge \ m = \mu \\ = 0 & \textbf{pro} \quad n \neq \nu \ \vee \ m \neq \mu \end{cases}$$

Je-li na sférické ploše známa nějaká funkce (θ, ϕ), spojitá i se svými prvními a druhými derivacemi, je možno ji vyjádřit rozvojem do sférických funkcí:

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} [A_{n,m} \cos m\phi + B_{n,m} \sin m\phi] \, P_{n,m} \tag{15}$$

Na základě ortogonálnosti potom platí

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta, \phi) P_{n,m}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{c} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{array} \right\} \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \left\{ \begin{array}{c} A_{n,m} \\ B_{n,m} \end{array} \right\} \frac{1}{2(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \quad . \tag{16}$$

Z této rovnice je patrno, že jsou-li známy hodnoty funkce všude na kouli, je možno spočítat koeficienty jejího rozvoje do sférických funkcí do libovolného řádu a stupně, a to tak, že jsou nezávislé na sobě navzájem a na stupni rozvoje. To je důsledek ortogonality. V praxi jsou hodnoty rozvíjené funkce známy jen v diskrétních bodech. Přiblížení k výhodám ortogonálnosti při výpočtech koeficientů rozvoje potom závisí na tom, jak hustá a jak pravidelná je síť měření.

Normování sférických funkcí.

V geomagnetizmu se nepoužívá úplné normy. V roce 1935 zavedl A. Schmidt pro Legendreovy polynomy toto částečné normování:

$$P_n^0 = P_{n,0}, \tag{17}$$

$$P_n^m = P_{n,m} \cdot \left[2\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\right]^{1/2} \tag{18}$$

Všimněme si nyní střední kvadratické hodnoty Legendreových polynomů: Pro zonální Legendreovy polynomy platí

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(P_n^0\right)^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi = \frac{1}{2(2n+1)} \quad , \tag{19}$$

kdežto pro přidružené L. polynomy) platí

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(P_n^m(\cos\theta)\right)^2 \left\{\begin{array}{c}\cos^2 m\phi \\ \sin^2 m\phi\end{array}\right\} \sin\theta\, d\theta\, d\phi = \frac{1}{2n+1} \quad . \tag{20}$$

Střední kvadratická hodnota přidruženého polynomu stupně m je řádově stejně velká jako pro zonální polynom. To je výhodné pro výpočet soustavy koeficientů rozvoje.

Průběh Legendreových polynomů a sférických funkcí.

Na obrázku je ukázán průběh $P_n^m(\cos\theta)$. Další obrázek ukazuje rozložení sférických funkcí na sférické ploše. Zonální polynom tvoří *zonální sférickou funkci*, jejíž nulové čáry mají rovnoběžkový průběh. Přidružené sférické funkce $P_n^m \cos m\phi$ a $P_n^m \sin m\phi$ pro $m \neq n$ vykreslují na povrchu koule nulové čáry ve směru rovnoběžkovém i poledníkovém. Tyto funkce se nazývají *tesserální sférické funkce*. Funkce typu $m = n$ se nazývají *sektoriální sférické funkce*. Jejich nulové čáry probíhají ve směru poledníků. Ze vzorců (12) a (13) je zřejmo, že sektoriální funkce jsou typu $\sin^n\theta\cos n\phi$ popř. $\sin^n\theta\sin n\phi$, přičemž $\sin^n\theta$ v intervalu $(0,\pi)$ nemění znaménko.

Výpočet složek indukce.

Z rovnic (10) a (11) a s použitím normalizace plyne pro potenciál rovnice

$$U(r,\theta,\phi) = \frac{a}{\mu_0}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left\{[g_n^m\cos m\phi + h_n^m \sin m\phi]\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} + [q_n^m\cos m\phi + s_n^m \sin m\phi]\left(\frac{r}{a}\right)^{n}\right\} P_n^m(\theta) \tag{21}$$

Zde a je střední poloměr Země.

Koeficienty g_n^m h_n^m jsou obvykle nazývány "Gaussovy koeficienty", q_n^m a s_n^m "Schmidtovy koeficienty". Gaussovy koeficienty jsou při té složce potenciálu, jež přísluší vnitřním zdrojům, Schmidtovy při složce, která přísluší vnějším zdrojům pole. Je to z toho důvodu, že potenciál vnitřních zdrojů musí v nekonečnu vymizet, potenciál vnějších zdrojů musí být všude, tedy i ve středu Země, konečný.

Koeficient $\frac{a}{\mu_0}$ na je na pravé straně rovnice (21) z rozměrových důvodů (μ_0 proto, aby koeficienty měly rozměr indukce, a proto, aby se proměnná r při derivování na $r = a$ vykrátila). Sčítá se od $n = 1$, protože člen s $n = 0$ odpovídá magnetickému monopólu, s nímž v geofyzice nepočítáme. Protože

$$\vec{T} = -grad(\mu_0 U),$$

je při definici směru složek X,Y a Z :

$$Z = \mu_0\frac{\partial U}{\partial r}, \quad X = \mu_0\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}, \quad Y = -\mu_0\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \phi}.$$

Na zemském povrchu platí:

$$Z_{r=a} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{[-(n+1)g_n^m + nq_n^m]\cos m\phi + [-(n+1)h_n^m + ns_n^m]\sin m\phi\} P_n^m(\cos\theta), \tag{22}$$

$$X_{r=a} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}[(g_n^m + q_n^m)\cos m\phi + (h_n^m + s_n^m)\sin m\phi]\frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta}, \tag{23}$$

$$Y_{r=a} = \frac{1}{\sin\theta}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} m\,[(g_n^m + q_n^m)\sin m\phi - (h_n^m + s_n^m)\cos] P_n^m(\cos\theta). \tag{24}$$

V praxi můžeme pořídit konečný počet měření. Chceme-li získat rozvoj do stupně N, potřebujeme $N(N+2)$ koeficientů. Koeficienty, které z rovnic (22), (23) a (24) získáme, jsou

$$t_n^m = (n+1)g_n^m - nq_n^m, \quad u_n^m = (n+1)h_n^m - ns_n^m, \quad v_n^m = g_n^m + q_n^m, \quad w_n^m = h_n^m + s_n^m \quad .$$

Chceme-li, aby takto získaný rozvoj vystihoval dostatečně přesně magnetické pole na celém zemském povrchu, musíme mít k dispozici více měření než jen N(N+2). Měření mají být pokud možno ekvidistantní a s co nejhustším krokem.

Tímto způsobem se dá stanovit podíl pole vnějších zdrojů na celkovém geomagnetickém poli.

Příklad koeficientů pro vnitřní a vnější zdroje pole.

Epocha 1945, i...vnitřní, e...vnější zdroje.

Koef.	i	e
g_1^0	-30 625	-43 nT
g_1^1	-2 236	0 nT
h_1^1	5 784	11 nT
g_2^0	-1 229	-50 nT
g_2^1	2 955	5 nT
h_2^1	1 699	26 nT
g_2^2	1 610	-63 nT
h_2^2	522	60 nT

Střední kvadratická hodnota $\sqrt{\overline{(U_n)^2}}$ pole s vnějšími zdroji na zemském povrchu činí $1 \div 2\%$ celkového pole. Je to hodnota jen o málo větší než velikost chyby výpočtu. Takto vypočítaná velikost "vnějšího" pole je ovšem průměrná, neboť velikosti složek X,Y,Z, které vstupují do výpočtů, jsou vždy průměrné roční hodnoty. Skutečnost, že průměrná roční hodnota vnějšího pole je tak nepatrná, neznamená, že pole vnějších zdrojů je zanedbatelné. Toto pole má význam svou časovou proměnlivostí: Tak např. amplituda jeho denní variace činí na některých místech 10 až 20 nT, při velké magnetické poruše může být výchylka z průměrné úrovně několik set (výjimečně až 1000) nT. (Maximální hodnoty pole na zemském povrchu se pohybují kolem $70\,000 nT$.)

Potřebný počet měření:

Chceme-li popsat pole vnitřních zdrojů rozvojem do stupně N, potřebujeme k tomu tuto soustavu koeficientů:

$g_1^0 \quad g_1^1 \quad h_1^1$

$g_2^0 \quad g_2^1 \quad h_2^1 \quad g_2^2 \quad h_2^2$

.

.

.

$g_N^0 \quad g_N^1 \quad h_N^1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots g_N^N \quad h_N^N.$

Je to celkem $N + 2(1 + N)\frac{N}{2} = N(N + 2)$ koeficientů. Jestliže naměříme na libovolně rozmístěných $N(N + 2)$ stanovištích hodnoty složek geomagnetického vektoru, můžeme z rovnic (22), (23) a(24) spočítat koeficienty g_n^m, h_n^m do stupně N. Takový rozvoj, zejména

koeficienty se počítají LSQ a ne integrací?

pokud stanoviště měření nejsou rovnoměrně rozložena, však zpravidla neposkytuje správný obraz celoplanetárního pole: Hodnoty, spočítané pomocí něho pro jiná místa, než na kterých bylo měřeno, se mohou značně lišit od skutečných. Vliv rozložení míst, na kterých se měří, se zmenšuje se zvyšováním jejich počtu. Koeficienty se potom počítají metodami vyrovnávacího počtu. Rozmístění měřicích míst musí být pravidelné, ekvidistantní na rovnoběžkách i na polednících. Jedině tak je možno přibližovat se ideálnímu stavu, kdy jsou koeficienty vzájemně nezávislé jako při výpočtu podle rovnice (16).
I v optimálním případě rozmístění dat (např. při projektech IGRF - viz níže) jsou vypočítané koeficienty závislé na stupni rozvoje. Příklad - analýza pro rok 1980:

$$g_1^0 \qquad g_1^1 \qquad h_1^1 \qquad g_8^8 \qquad h_8^8$$

rozvoj do 8.st.: -30009 -1950 5634 13 -13 nT
rozvoj do 10.st.: -29988 -1957 5606 20 -15 nT.

(Povšimněme si, že podle vzorce (16), tj. při znalosti spojitého rozložení pole, je se koeficienty spočítají nezávisle na stupni rozvoje a tedy i na sobě navzájem.)

Jiný způsob výpočtu potenciálu pole vnitřních zdrojů.

Předpoklady: Země sférická. Všechny zdroje uvnitř Země, a to až po vnitřní stranu povrchu. Měří se na vnější straně zemského povrchu nebo nad ním, ovšem jen po oblast vnějších zdrojů pole (tj. po ionosféru). Vychází se z představy, že pole je buzeno magnetickým materiálem uvnitř Země. (To je pouze pomůcka pro výpočet, nikoli tvrzení.) Magnetizace materiálu se popisuje magnetickým momentem objemové jednotky $\vec{J}$. Potenciál se však dá snadněji odvozovat od abstraktního pojmu "prostorová hustota magnetického množství" μ_V, jež je s reálným vektorem $\vec{J}$ vázáno rovnicí

$$\mu_V = -\nabla \cdot \vec{J}.$$

(Pojem "hustota magnetického množství" je analogií pojmu "hustota elektrického náboje".) Kromě prostorové hustoty magnetického množství μ_V budeme uvažovat plošnou hustotu μ_S. Ta je vázána s magnetizací vztahem

$$\mu_S = J_{n_2} - J_{n_1},$$

kde $\vec{n_1}$ je vnější normála a $\vec{n_2}$ je vnitřní normála povrchu Země. Vně Země je geomagnetický potenciál -analogicky k potenciálu elektrického náboje- určen rovnicí

$$U = \int_{(V)} \frac{\mu_V}{R} dV + \int_{(S)} \frac{\mu_S}{R} dS. \qquad (25)$$

V této rovnici V je objem Země, S je vnitřní strana jejího povrchu, r, θ, ϕ jsou sférické souřadnice se středem ve středu Země, R je vzdálenost elementu dV od pozorovacího bodu P. Souřadnice bodu P' uvnitř integračního objemu označme r', θ', ϕ'. Ukážeme si, že výraz $\frac{1}{R}$ se dá vyjádřit rozvojem do Legendreových polynomů. Platí

$$R^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\gamma,$$

kde γ je úhel mezi směry θ, ϕ a θ', ϕ'. Dále je $r' \leq r$. Položme $h = \frac{r'}{r}$.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r}\left[1 + \binom{\frac{-1}{2}}{1}(h^2 - 2h\cos\gamma) + \binom{-\frac{-1}{2}}{2}(h^2 - 2h\cos\gamma)^2 + \ldots\right]. \qquad (26)$$

Seřadíme posloupnost podle mocnin $h = \frac{r'}{r}$:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r}\left[1 + (\cos\gamma)h + \frac{1}{2}(3\cos^2\gamma - 1)h^2 + \ldots\right]$$

a tedy

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\gamma)\left(\frac{r'}{r}\right)^n. \qquad (27)$$

P_n jsou Legendreovy polynomy. Vypočítali jsme první tři:

$$P_0 = 1, \quad P_1 = \cos\gamma, \quad P_2 = \frac{1}{2}(3\cos^2\gamma - 1).$$

Geomagnetický potenciál jsme vyjádřili rovnicí

$$U = \frac{1}{r}\int_{(Z)} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\gamma)\left(\frac{r'}{r}\right)^n d\mu. \qquad (28)$$

(Integrujeme přes celý vnitřek Země, tj. přes V i přes S, takže $d\mu$ je objemový popř. plošný element magnetického množství.)
Tímto způsobem byl vyjádřen potenciál ve speciálním vnějším bodě $P(r, \theta, \phi)$, jehož průvodič je osou zonálních polynomů P_n. Pro výpočet potenciálu v libovolném vnějším bodě je nutno vyjádřit úhel γ úhly θ a ϕ. To vede na tzv. *adiční teorém*:

$$P_n(\cos\gamma) = \sum_{m=0}^{n}\left[c_n^m P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi P_n^m(cos\theta')\cos m\phi' + s_n^m P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi P_n^m(\cos\theta')\sin m\phi'\right], \qquad (29)$$

kde c_n^m, s_n^m jsou numerické koeficienty z oboru <0,1>. Platí

$$c_0^0 = c_1^0 = c_1^1 = s_1^1 = 1$$

a

$$P_n^0 \equiv P_n.$$

Potenciál je nyní vyjádřen vzorcem

$$U(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r}\int_{(Z)} \left(\frac{r'}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta') \left[c_n^m \cos m\phi \cos m\phi' + s_n^m \sin m\phi \sin m\phi'\right] d\mu. \tag{30}$$

Řada za integrálem je stejnoměrně konvergentní (viz poznámku za vzorcem (13). Můžeme proto zaměnit pořadí integrace a sumace a psát

$$U(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^n} \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta) \left[A_n^m \cos m\phi + B_n^m \sin m\phi\right]. \tag{31}$$

Koeficienty rozvoje A_n^m, B_n^m jsou vyjádřeny jako funkce rozložení hustoty fiktivního "magnetického množství". (To ovšem není překážka pro jejich zjištění: Víme již, že se hodnoty koeficientů rozvoje získávají měřením.)

$$A_n^m = \int_{(Z)} (r')^n c_n^m P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' d\mu, \tag{32}$$

$$B_n^m = \int_{(Z)} (r')^n s_n^m P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' d\mu. \tag{33}$$

Připomeňme si:

$$d\mu = \begin{cases} \mu_V dV \\ \mu_S dS \end{cases},$$

$$\mu_v = -\nabla \cdot \vec{J}, \quad \mu_S = J_n.$$

Těchto výrazů později použijeme při hledání polohy excentrického dipólu.

Ze vzorců (32,33) si můžeme ověřit hodnoty koeficientů nultého stupně:

$$(r')^0 = 1, \quad c_n^m = 1, \quad P_0(\cos\theta) = 1, \quad \cos 0 = 1, \quad \sin 0 = 0.$$

Tedy:

$$A_0 = \int_{(Z)} d\mu = -\int_{(V)} \nabla \cdot \vec{J} dV + \int_{(S)} J_n dS = 0.$$

$$B_0 = \int_{(Z)} \sin(0) d\mu = 0.$$

(A_0 jsme spočítali s použitím Gaussovy věty.)

Vztah mezi právě spočítanými koeficienty A_n^m, B_n^m a Gaussovými koeficienty z rovnice (21) je

$$g_n^m = a^{-(n+2)} A_n^m, \quad h_n^m = a^{-(n+2)} B_n^m.$$

Potenciál pole vnějších zdrojů bychom mohli spočítat analogickým způsobem.

Příklady výsledků sférické harmonické analýzy:

	Epocha DGRF	
Koeficient	1945	1985
g_1^0	-30594	-29873
g_1^1	-2285	-1905
h_1^1	5810	5510
g_2^0	-1244	-2072
g_2^1	2990	3044
h_2^1	-1702	-2197
g_2^2	1578	1687
h_2^2	477	-306
g_3^0	1282	1296
g_3^1	-1834	-2208
h_3^1	-499	-310
g_3^2	1255	1247
h_3^2	186	284
g_3^3	913	829
h_3^3	-11	-297

Je zřejmé, že řada konverguje, rychlost konvergence se však nedá snadno odhadnout.

Potenciál můžeme chápat jako řadu: $U = \sum_1^\infty U_n$. Vypočítáme střední kvadratické hodnoty jednotlivých U_n.

Střední kvadratická hodnota potenciálu n-tého stupně na sférické ploše je $\sqrt{\overline{(U_n)^2}}$, kde

$$\overline{(U_n)^2} = \frac{1}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (U_n)^2 a^2 \sin\theta d\theta d\phi, \tag{34}$$

kde a je poloměr příslušné sférické plochy. Připomeňme si, že

$$U_n = \frac{a}{\mu_0} \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\cos\theta).$$

Proto

$$\overline{(U_n)^2} = \frac{1}{4\pi\mu_0}^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos m\phi + \sin h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\cos\theta) \right]^2 a^2 \sin\theta d\theta d\phi. \tag{35}$$

proč jen pro vnitřní pole?

Rozepišme kvadrát sumy v integrandu:

$$\sum_{m=0}^{n}(g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi)P_n^m(\cos\theta).\sum_{\mu=0}^{n}(g_n^\mu \cos \mu\phi + h_n^\mu \sin \mu\phi)P_n^\mu(\cos\theta)$$

Obrátíme pořadí integrace a sumace. Z důvodu ortogonality sférických funkcí odpadnou všechny integrály, v nichž $m \neq \mu$, a dále integrály typu $\int\int \cos m\phi \sin \mu\phi P_n^m P_n^\mu \sin\theta d\theta d\phi$, a to i při $m = \mu$.

Při Schmidtově normě Legendreových polynomů platí podle rovnice (20):

$$\int\int (P_n^m(\cos\theta))^2 (\cos m\phi)^2 \sin\theta d\theta d\phi = \int\int (P_n^m(\cos\theta))^2 (\sin m\phi)^2 \sin\theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{2n+1}.$$

Čtverec hledané střední kvadratické hodnoty má tedy jednoduchý vzorec:

$$\overline{(U_n)^2} = \frac{a^2}{{\mu_0}^2}\frac{1}{2n+1}\cdot\sum_{m=0}^{n}\left[(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2\right]. \tag{36}$$

Numericky vypadají střední kvadratické hodnoty příspěvků k potenciálu takto:

$\frac{\mu_0}{a}\sqrt{\overline{U_n^2}}$ ..... 1945.....1980

n=1..... 18048 nT....17650 nT
n=2.....1787 nT.....2024 nT
n=3.....782 nT.....1128 nT
n=4.....499 nT.....479 nT

I když jsme neuvedli další stupně, je již zřejmé, že potenciálový příspěvek 1. stupně je o řád větší než následující člen a že další příspěvky klesají. (Později rozebereme, kam až pokles postupuje.) První stupeň rozvoje je tedy dobrým přiblížením potenciálu. Je to potenciál dipólu.

Zemský magnetický dipól.

Napišme geomagnetický potenciál 1.stupně:

$$U_1 = \frac{a}{\mu_0}\left[P_1^0(\cos\theta)g_1^0\cos(0) + P_1^1(\cos\theta)g_1^1\cos\phi + P_1^1(\cos\theta)h_1^1\sin\phi\right]\left(\frac{a}{r}\right)^2 \qquad (37)$$

Již víme, že

$$P_1^0(\cos\theta) = P_1(\cos\theta) = \cos\theta$$

a

$$P_1^1(\cos\theta) = \sin\theta.$$

Je tedy

$$\mu_0 U_1 = \frac{a^3}{r^2}\left(g_1^0\cos\theta + g_1^1\sin\theta\cos\phi + h_1^1\sin\theta\sin\phi\right) \qquad (38)$$

Do středu sférické Země zavedeme pravotočivý kartézský souřadný systém. Osa z je v rotační ose a míří k severnímu pólu, osy x a y jsou v rovníkové rovině orientovány tak, že x míří na nultý poledník. Ve středu Země je umístěn elementární magnetický dipól o momentu $\vec{M}$, jehož směr svírá s osou Země úhel θ_0 (polární úhel). Míří do bodu o souřadnicích θ_0, ϕ_0. Jeho průměty do os kartézského systému jsou

$$M_x = M\sin\theta_0\cos\phi_0, \quad M_y = M\sin\theta_0\sin\varphi_0, \quad M_z = M\cos\theta_0.$$

Zvolme pozorovací bod $P(r,\theta,\phi)$. Průvodič tohoto bodu $\vec{r}$ svírá se směrem dipólu úhel Θ, pro který platí

$$\cos\Theta = \cos\theta\cos\theta_0 + \sin\theta\sin\theta_0\cos\phi\cos\phi_0 + \sin\theta\sin\theta_0\sin\phi\sin\phi_0.$$

Potenciál středového elementárního dipólu $\vec{M}$ v bodě P je

$$U_{dip} = \frac{1}{4\pi}\frac{M\cos\Theta}{r^2}. \qquad (39)$$

Když dosadíme do (39) za $\cos\Theta$ a porovnáme U_1 a U_{dip} ze vzorců (38) a (39), obdržíme pro kartézské složky dipólu:

$$M_x = \frac{4\pi a^3}{\mu_0}g_1^1, \quad M_y = \frac{4\pi a^3}{\mu_0}h_1^1, \quad M_z = \frac{4\pi a^3}{\mu_0}g_1^0.$$

Odtud získáme vzorce pro velikost dipólového momentu

$$M = \frac{4\pi a^3}{\mu_0}\sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}, \tag{40}$$

a jeho směr

$$\tan\theta_0 = \frac{\sqrt{(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}}{g_1^0}, \tag{41}$$

$$\tan\phi_0 = \frac{h_1^1}{g_1^1}. \tag{42}$$

Dipól, určený tímto způsobem, se nazývá *zemský magnetický dipól*. Jeho pole je přiblížením geomagnetického pole, a to tím lepším, čím je výška pozorování větší, neboť velikost vyšších potenciálových příspěvků s výškou klesá jako $r^{-(n+1)}$.

Odečtením pole zemského magnetického dipólu od celkového geomagnetického pole se získá *nedipólové pole*; to má specifickou úlohu v sekulární variaci celkového pole.

Parametry zemského magnetického dipólu pro některé epochy:

Epocha	$g_1^0(nT)$	$g_1^1(nT)$	$h_1^1(nT)$	$M(Am^2)$	θ_0	ϕ_0
1839	-32348	-3111	6246	$8,55 \times 10^{22}$	$12,17^0$	$-63,52^0$
1895	-31734	-2356	5985	$8,37 \times 10^{22}$	$11,46^0$	$-68,51^0$
1945	-30594	-2285	5810	$8,07 \times 10^{22}$	$11,53^0$	$-68,53^0$
1985	-29873	-1905	5510	$7,87 \times 10^{22}$	$11,04^0$	$-70,92^0$

Je možno rozeznat některé více či méně systematické časové změny parametrů zemského magnetického dipólu. Nejnápadnější je pokles velikosti dipólového momentu. Z tak krátkého časového úseku se ovšem naprosto nedá soudit na trend dalšího vývoje.

Poznámka o průběhu dipólového pole.

Představme si, že pole je čistě dipólové a měříme je v *geomagnetických souřadnicích*. V tom případě jde o pole symetrické kolem osy souřadnic, závislé jen na geomagnetickém polárním úhlu Θ. Východní složka ani deklinace v tomto poli neexistují, izočáry popisující pole mají rovnoběžkový průběh. Tedy:

$$D \equiv 0, \quad Y \equiv 0, \quad H \equiv X.$$

Potenciál je

$$U(r,\Theta) = \frac{M\cos\Theta}{r^2},$$

složky vektoru pole

$$X = \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \Theta} = -\frac{M\sin\Theta}{r^3},$$

$$Z = \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{2M\cos\Theta}{r^3}$$

a pro inklinaci platí

$$I = \arctan\frac{Z}{X} = \arctan 2\cot\Theta. \tag{43}$$

Pro závislost velikosti vektoru indukce na geomagnetické šířce platí v této zjednodušené situaci

$$T = \sqrt{X^2+Z^2} = \frac{M}{r^3}\sqrt{4\cos^2\Theta+\sin^2\Theta}$$

a tedy

$$T = \frac{M}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\Theta}. \tag{44}$$

Rovnice (43) a (44) mají význam pro paleomagnetický výzkum, při kterém se se statistickými výsledky měření obvykle počítá tak, jako by odpovídaly právě popsané situaci.

Excentrický dipól.

Pro reálné pole se dá nalézt ještě přesnější přiblížení než středový dipól. Popíšeme je, protože se tím ukáže jednak, že zdroje pole v zemském jádře nejsou rozloženy vzhledem ke středu symetricky, jednak, že jejich excentricita je časově závislá.

Excentrický geomagnetický dipól je elementární magnetický dipól, umístěný v tzv. *magnetickém středu Země*. M.s.Z. je takový počátek souřadnic, při kterém *střední kvadratická hodnota potenciálu druhého stupně* je minimální. Tato hodnota je podle (36):

$$(\bar{U_2})^2 = \frac{a^2}{\mu_0^2}\frac{1}{2(2+1)}\sum_{m=0}^{2}\left[(g_2^m)^2+(h_2^m)^2\right].$$

Počítáme-li potenciál podle vzorce (25), vyjdou koeficienty A_n^m, B_n^m ve vzorcích (32) a (33) při různých počátcích souřadnic různě. Připomeňme si, že

$$g_n^m = a^{-(n+2)}A_n^m, \quad h_n^m = a^{-(n+2)}B_n^m.$$

Tyto koeficienty jsme počítali při počátku souřadnic ve středu Země. Koeficienty, které vyjdou při počátku v magnetickém středu Země, označme G_n^m, H_n^m.
Vypočítejme nejprve "středové" koeficienty 1. stupně podle vzorců (32) a (33). Vzpomeňme, že $c_1^0 = c_1^1 = s_1^1 = 1$. Kromě sférických souřadnic uvažujme ještě kartézské s týmž počátkem a orientované stejně jako dříve při výpočtu složek zemského dipólu.

$$g_1^0 = a^{-3}A_1^0 = a^{-3}c_1^0 \int_{(Z)} rP_1^0(\cos\theta)\cos(0)d\mu = a^{-3}\int_{(Z)} r\cos\theta d\mu = a^{-3}\int_{(Z)} z d\mu$$

a obdobně

$$g_1^1 = a^{-3}\int_{(Z)} x d\mu, \quad h_1^1 = a^{-3}\int_{(Z)} z d\mu.$$

Při hledání magnetického středu Země budeme počátek kartézských souřadnic posouvat, ale směry souřadnicových os zůstanou zachovány. Souřadnice hledaného nového počátku oz načme x_0, y_0, z_0. V novém souřadnicovém systému budeme tedy počítat v souřadnicích $\bar{x} = x - x_0$ atd. Spočteme nejprve koeficienty 1.stupně po translaci:

$$G_1^0 = a^{-3}\int_{(Z)} \bar{z} d\mu = a^{-3}\int_{(Z)} (z - z_0)d\mu = g_1^0,$$

neboť $\int_{(Z)} d\mu = 0$. Obdobně dostaneme

$$G_1^1 = g_1^1, \quad H_1^1 = h_1^1.$$

Velikost dipólového momentu vyšla v novém systému stejně jako v původním. To souhlasí s *větou o multipólovém rozvoji*:
Pole libovolné soustavy nábojů, kterou lze uzavřít do nějaké koule, je vně té koule identické s polem soustavy elementárních multipólů umístěných ve středu koule. Moment multipólu nejnižšího stupně nezávisí na volbě středu koule, momenty multipólů všech dalších stupňů na volbě středu závisí.
Velikost momentu dipólu tedy vyjde stejně, ať ho umístíme kamkoli uvnitř Země; v závislosti na jeho posouvání se ovšem budou měnit momenty vyšších multipólů.
Budeme hledat bod umístění dipólu tak, aby vyhovoval požadavku na magnetický střed Země. Spočítejme nejprve alespoň první z koeficientů 2.stupně v původním, středovém souřadném systému:

$$g_2^0 = c_2^0 a^{-4}\int_{(Z)} r^2 P_2^0(\cos\theta)\cos(0)d\mu.$$

Po dosazení za P_2^0 máme dále:

$$g_2^0 = \frac{c_2^0}{2a^4}\int^{(Z)}(3z^2 - r^2)d\mu = \frac{c_2^0}{2a^4}\int_{(Z)}(2z^2 - x^2 - y^2)d\mu.$$

Nyní v hledaném souřadném systému:

$$G_2^0 = \frac{c_2^0}{2a^4}\int_{(Z)}(2\bar{z}^2 - \bar{x}^2 - \bar{y}^2)d\mu$$

$$= \frac{c_2^0}{2a^4}\int_{(Z)}(2z^2 - x^2 - y^2)d\mu + 0 - \frac{c_2^0}{2a^4}\int_{(Z)}(4zz_0 - 2xx_0 - 2yy_0)d\mu.$$

Nulový člen pravé strany vznikl opět tím, že $\int_{(Z)} d\mu = 0$. První člen pravé strany je zřejmě roven g_2^0. Druhý člen je lineární kombinací koeficientů 1.stupně. Je tedy

$$G_2^0 = g_2^0 - \frac{2z_0c_2^0}{a}g_1^0 + \frac{x_0c_2^0}{a}g_1^1 + \frac{y_0c_2^0}{a}h_1^1.$$

Obdobně vyjádříme další nové koeficienty a dostaneme soustavu

$$G_2^0 = g_2^0 + K_{11}z_0 + K_{12}x_0 + K_{13}y_0$$

$$G_2^1 = g_2^1 + K_{21}z_0 + K_{22}x_0 + K_{23}y_0$$

$$G_2^2 = g_2^2 + K_{31}z_0 + K_{32}x_0 + K_{33}y_0$$

$$H_2^1 = h_2^1 + K_{41}z_0 + K_{42}x_0 + K_{43}y_0$$

$$H_2^2 = h_2^2 + K_{51}z_0 + K_{52}x_0 + K_{53}y_0.$$

Koeficienty K_{11} až K_{53} jsou vyčíslitelné výrazy typu $K_{11} = -\frac{2c_2^0}{a^4}g_1^0$.
Bod x_0, y_0, z_0 bude magnetickým středem Země za předpokladu, že

$$\sum_{m=0}^{2}\left[(G_2^m)^2 + (H_2^m)^2\right] = min. \qquad (45)$$

Tento požadavek můžeme chápat jako hledání minima nadplochy, definované nad proměnnými x_0, y_0, z_0. Postupuje se obvyklým způsobem a vyjde:

$$G_2^2 = g_2^2, \quad H_2^2 = h_2^2,$$

$$G_2^0 = G_2^1 = H_2^1 = 0.$$

Souřadnice magnetického středu Země vyjdou jako funkce g_2^2, h_2^2 a koeficientů $K_1^1, \ldots K_5^3$.

Příklady polohy magnetického středu Země.

(Poloha je uvedena ve sférických souřadnicích $r_0 = \sqrt{(x_0)^2 + (y_0)^2 + (z_0)^2}$, θ_0, ϕ_0.)

Epocha	$r_0(km)$	$\frac{\pi}{2} - \theta_0$	ϕ_0
1922	363	10^0	161^0
1955	436	15^0	151^0

(Uvedené polohy jsou někde pod Mikronésií.)

Poloha excentrického dipólu je trvale sledována. Ukázalo se, že v posledních letech postupuje o $0,3°/rok$ k západu, o $0,15°/rok$ k severu a vzdaluje se od zemského středu asi o $2km/rok$. Řada těchto pozorování je ovšem krátká pro usuzování na dlouhodobý trend změny. Důležitý je závěr o jisté *nesymetrii situace v zemském jádře*. Později, až bude nastíněna možnost sférických analýz pole v historické minulosti, budou ukázány grafy o možném pohybu excentrického dipólu za poslední 4 století.

Existence nepotenciálového pole?

Skalární potenciál geomagnetického pole na zemském povrchu a nad ním byl nalezen řešením Laplaceovy rovnice (8) za předpokladu (5), tj.

$$\nabla \times \vec{F} = 0,$$

kde $\vec{F}$ je intenzita pole. Ověříme si nyní platnost tohoto předpokladu. Protože pokládáme pole za kvazistacionární ($\frac{\partial D}{\partial t} = 0$), jde jen o to, zda atmosférou netekou elektrické proudy o takové hustotě, že by jejich vliv na magnetickou intenzitu převyšoval pozorovací chybu.

Povrch Země jakožto elektrického vodiče je hladinová plocha potenciálu elektrického pole. Vektor intenzity elektrického pole má proto vertikální směr. Průměrná hodnota $\vec{E} \approx 130 V/m$, přičemž ve středních šířkách je největší, směrem k pólům a k rovníku se zmenšuje. Tomu odpovídá celkový záporný náboj zemského povrchu

$$Q \approx 5,7 \times 10^5 C.$$

(Kde existuje protějšek k tomuto náboji, se dosud neví.) Existence proudů závisí na vodivosti atmosféry. Odmyslíme si anomální intervaly bouřek. I za normálních povětrnostních podmínek obsahuje atmosféra jisté vodivé látky. Proud $\vec{i}$ kolmý na zemský povrch se projeví v existenci horizontální složky $\vec{H}$ geomagnetického pole. Platí

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{i}.$$

Oprávněnost předpokladu (5) se ověří vyšetřením libovolných ploch zemského povrchu. Nechť S je plocha s konturou L. Platí-li (5), musí být

$$\int_{(S)} \vec{i} dS = \oint_{(L)} (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = 0. \tag{46}$$

Tato podmínka byla zkoumána na geomagnetických mapách pro několik epoch a ukázalo se, že je splněna dobře. Maximální odchylky jsou na úrovni pozorovacích chyb. Můžeme tedy konstatovat, že v rámci pozorovacích chyb *nepotenciálové pole vně Země neexistuje*. To samozřejmě platí jen po spodní hranici ionosféry, kde je generována vnější proměnlivá součást geomagnetického pole.

Historické sférické harmonické modely

Z doby před první sférickou harmonickou analýzou (1839) jsou měření geomagnetických prvků sporá, nepravidelná v čase i prostoru a týkají se především směru pole. Jsou to především měření pořízená při oceánských plavbách a dále opakovaná měření v některých evropských městech (Londýn, Paříž). Měření D jsou k dispozici od roku 1550. Údajů I je z tohoto prvního období velmi málo. Začínají být hojnější zhruba od roku 1700. Intenzita byla měřena až od doby Gaussovy. Naštěstí existuje určitý počet údajů intenzity, pořízených archeomagnetickými metodami. Tento soubor dat přes svou omezenou početnost i přesnost umožnil aproximaci sférických harmonických modelů.
Základy metody navrhl L.A.Bauer (1894), ovšem jen pro použití D. (Archeomagnetické metody tehdy ještě nebyly známy.)
Mějme soubor měření deklinace D_i v bodech $(\theta_i, \phi_i), i = 1, ...k$ na zemském povrchu.

Z definice deklinace plyne

$$X_i \sin D_i = Y_i \cos D_i. \tag{47}$$

Složky intenzity (neznámé) v bodech i můžeme vyjádřit konečnými řadami:

$$X_i = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} (A_{n,i}^m g_n^m + B_{n,i}^m h_n^m), \tag{48}$$

$$Y_i = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} (C_{n,i}^m g_n^m + D_{n,i}^m h_n^m), \tag{49}$$

kde $A_n^m, B_n^m, C_n^m a\ D_n^m$ jsou funkce zeměpisných souřadnic a určíme je porovnáním s normálním sférickým harmonickým rozvojem, např.

$$A_{n,i}^m = \cos(m\phi_i) \frac{dP_n^m(\cos\theta_i)}{d\theta}.$$

Dosaďme (48) a (49) do (47); dostaneme rovnici:

$$\sum_{n}^{N} \sum_{m}^{n} ([A_{n,i}^m \sin D_i - C_{n,i}^m \cos D_i] G_n^m + [B_{n,i}^m \sin D_i - D_{n,i}^m \cos D_i] H_n^m)$$

$$= [A_1^0 \sin D_i - C_1^0 \cos D_i] \neq 0. \tag{50}$$

Sčítání na levé straně vynechává člen $n = 1, m = 0$. Ten tvoří pravou stranu rovnice. Pravá strana je pro každé i známé číslo, neboť obsahuje měřenou hodnotu D_i a výrazy A_1^0, C_1^0 jsou určeny polohou bodu měření. U členu na pravé straně není numerický koeficient. Znamená to, že všechny koeficienty g_n^m, h_n^m na levé straně vyjadřujeme v jednotkách g_1^0 neboli

$$G_n^m = \frac{g_n^m}{g_1^0}, \qquad H_n^m = \frac{h_n^m}{g_1^0}.$$

Pokud jsou k dispozici údaje inklinace, je možno použít rovnici analogickou k rovnici (47):

$$Z_i \cos I_i = X_i \left(\frac{\sin I_i}{\cos D_i} \right) \tag{51}$$

a pracovat s ní podobně jako s rovnicí (47). Je žádoucí, aby inklinace bylo použito: rovnice (47) totiž trpí tím, že ve složce Y (rovnice (49) nejsou zastoupeny zonální členy

($n = 2, m = 0$ atd.), neboť obsahují $\sin(0)$.

Tímto postupem lze tedy při dostatečném počtu měření získat soustavu koeficientů G_n^m, H_n^m s tím, že $G_1^0 = 1$ a ostatní koeficienty jsou ke k tomuto koeficientu i k sobě navzájem ve správném poměru. To úplně stačí jak pro popis deklinace a inklinace na celém zemském povrchu, tak pro výpočet geomagnetických pólů v epochách, pro které se výpočty konaly. Pokud je snaha určit kvantitativně i velikost geomagnetického vektoru, je nutno přibrat také archeomagneticky nalezené hodnoty intenzity pole. Velikost vektoru intenzity je v nejhrubším přiblížení závislá na členu s g_1^0. Srovnáním naměřené intenzity s příslušnou hodnotou vypočítanou pomocí rozvojů (48), (49) a analogického rozvoje pro Z, v nichž jsou namísto g_n^m, h_n^m vypočítané G_n^m, H_n^m, zjistíme g_1^0 a tím i správné hodnoty dalších koeficientů.

Tento postup byl s případnými drobnými vylepšeními dosud použit několika autory a výsledkem je řada přibližných modelů pro historické epochy od 1550. Z koeficientů 1. stupně byly vypočteny polohy geomagnetických (tj. dipólových) pólů. Obrázek naznačuje, že se geomagnetický pól v uplynulých staletích posouval poměrně rychle k západu - se stagnací až v posledních 50 letech, kde už ovšem je podkladem přesné měření. (Je možné, že nepřímé výpočty jsou poznamenány velmi nerovnoměrným rozložením lokalit měření: většina jich pochází z pevnin a z moří atlantické polokoule, kde se geomagnetické pole chová značně jinak než na polokouli pacifické.)

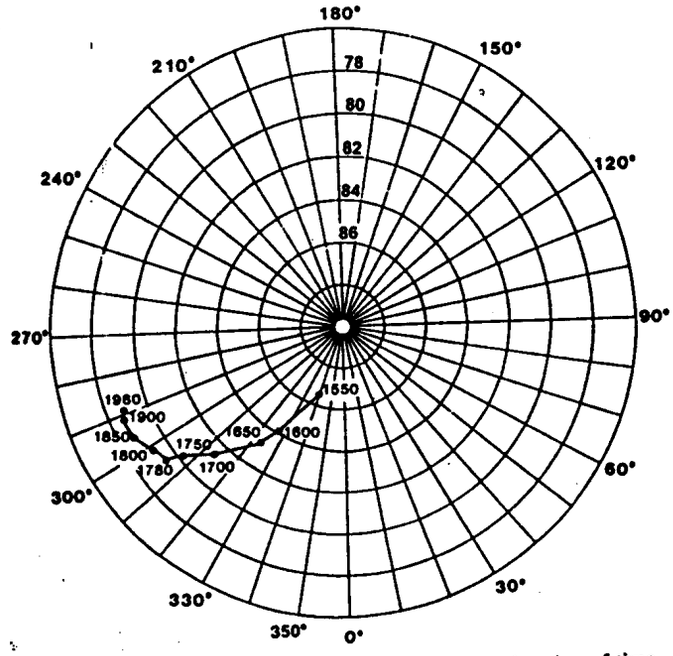


Figure 22. Position of the geomagnetic (dipole) pole as a function of time.

Geomagnetická měření a mapování

Získávání geomagnetických dat

Vstupní data pro sférické harmonické analýzy jsou odečítána v rovnoměrných intervalech z geomagnetických map. Materiál pro tvorbu map se opírá především o síť geomagnetických observatoří, na nichž jsou pravidelně konána absolutní měření. První observatoř byla založena z popudu C.F.Gausse v roce 1838 v Göttingen. Síť observatoří byla posílena zejména po 2.světové válce, v současnosti je jich na 200.

Observatoře musí být umístěny v místech, která jsou co nejvíce vzdálena ode všech zdrojů poruch jak přirozených (feromagnetické horniny), tak umělých (průmysl, doprava). Observatoře mají být schopny udávat hodnotu kteréhokoli geomagnetického elementu pro kterýkoli čas. Observatoře vydávají ročenky, dnes obvykle vybavené disketami s daty.

Příležitostné observatoře bývají zřizovány pro specializovaná měření při různých geofyzikálních akcích; zejména to bylo za *Prvního polárního roku 1882-83*, *Druhého polárního roku 1931-32*, *Mezinárodního geofyzikálního roku 1957-58* a *Roku klidného Slunce 1964-65*.

Lokální měření proměřují omezené oblasti pro účely prospekce.

Regionální měření jsou konána obvykle na území státu pro pořízení co možná nejpřesnějších map daného území. Ve státech s delší geofyzikální tradicí byly zřízeny tzv. *sekulární body*, na nichž se měření opakují v pravidelných intervalech. Síť sekulárních bodů je vždy napojena na příslušnou observatoř, na níž musí kontrolovat údaje přístrojů.

Letecké mapování poskytuje v poměrně krátké době velké množství dat z větších území, a to i v oblastech jinak nepřístupných. Komerční společnosti financují tato měření z praktických důvodů pro prospekci, výsledky měření však obvykle slouží i obecným vědeckým cílům. Letecká měření se konají ve výškách 2-7 km na linkách, jež jsou vzájemně vzdáleny na 30 až 50 km.

Družicová měření odstranila ten nedostatek, že z některých oblastí chyběla geomagnetická data nebo byla zcela nedostatečná. První měření vykonal Sputnik 3 v roce 1958 ve výškách 440 až 600 km. Od té doby jich byla celá řada v rozličných výškách (viz tabulku). První družicový projekt věnovaný speciálně geomagnetickému měření byl **MAGSAT** v letech 1979 - 1980. Ve výškách, ve kterých se měřilo v MAGSATu (350-550 km) se hlavní pole mění od 30 000 do 50 000 nT, proměnná vnější pole v oboru 0-1000 nT a drobná pole korového původu v oboru 0-50 nT.

Význam družicových měření je podstatný v oblastech rozsáhlých oceánů, kde by jinak bylo nemožné získat dostatek přesných dat pro mapování. Družicová měření jsou totiž v trojrozměrném prostoru, tj. na různých úrovních, takže se dají zjišťovat výškové gradienty hodnot geomagnetických prvků a tím převést měření velmi spolehlivě na zem-

ský povrch. Mapy a tím i SHA získávané dnes tímto způsobem jsou proto velmi spolehlivé.

Měření na oceánech: Kromě družicových měření a velmi důležitých absolutních měření na ostrovech se měří na lodích. V tom případě bývá magnetometr zavěšen na laně a vlečen za lodí, aby měření nebylo poškozeno vlivem magnetických polí produkovaných provozem lodi. Jsou to velmi podrobná měření relativní, důležitá pro systém magnetických anomálií na dnech oceánů. Tímto způsobem byly např. objeveny systémy anomálií, které vedly k objevu rozšiřování mořského dna.

Principy hlavních přístrojů, jimiž se měří v letadlech, družicích a na moři.

Princip *protonového precesního magnetometru* byl uveden dříve.

V letadlech a na družicích se měří ještě dalšími typy magnetometrů, využívajícími vlastností atomu. Jsou to např. *kvantové magnetometry*, založené na principu optického čerpání. Využívá se v nich Zeemanova efektu. V důsledku tohoto efektu jsou energetické hladiny atomů v přítomnosti magnetického pole rozštěpeny na různé podhladiny. Velikost štěpení závisí na intenzitě magnetického pole. Rozdíl energií ΔE mezi dvěma podhladinami souvisí s larmorovskou frekvencí ω_e vztahem

$\Delta E = \frac{h\omega_e}{2\pi}$, přičemž $\omega_e = \frac{e}{2m_e}B$,

kde h je Planckova konstanta, e náboj elektronu, m hmotnost elektronu. Princip optického čerpání spočívá v tom, že atomy v základním stavu se "přečerpávají" z nižší na vyšší energetickou podhladinu. V těchto magnetometrech se pracuje se světlem, procházejícím parami alkalických prvků (Rb,Cs,K) nebo heliem. Podle toho názvy jednotlivých magnetometrů, např. rubidiový.

Dalším typem jsou magnetometry, využívající nelineárního průběhu magnetizačních křivek feromagnetických látek s velkou permeabilitou. Říká se jim též *magnetometry na bázi magnetického sycení*. Používá se jich při leteckém magnetickém mapování a při měření v družicích.

7.7 Princíp magnetometra na báze sýtenia (ferosonda)

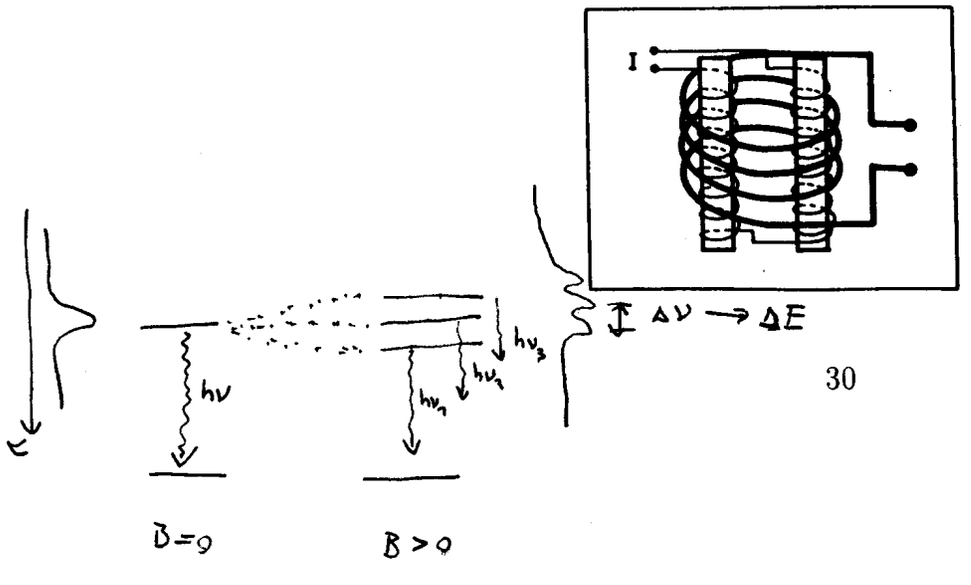


Table 7. Satellites that have measured the near-earth magnetic field.

Satellite	Inclination (degree)	Altitude range (km)	Period of operation	On-board magnetometers	Accuracy (nT)	Coverage
Sputnik 3	63	440–600	5/58–6/58	Fluxgate (3)	100	USSR
Vanguard 3	33	510–3750	9/59–12/59	Proton	10	"
1963–38c	Polar	1000	9/63–1/74	Fluxgate (1)	30–35	"
Cosmos 26	49	270–400	3/64	Proton	not known	Whole orbit
Cosmos 49	50	260–490	10/64–11/64	Proton	22	
1964–83c	90	1040–1090	12/64–6/65	Rubidium	22	"
POGO 2	87	410–1510	10/65–9/67	Rubidium	6	Whole orbit
POGO 4	86	419–910	7/65–1/69	Rubidium	6	Whole orbit
POGO 6	82	400–1000	6/69–7/71	Rubidium	6	Whole orbit
Cosmos 321	72	270–400	1/70–3/70	Caesium	not known	Whole orbit
Azur	103	380–3150	11/69–6/70	Fluxgate (2)	not known	"
Triad	Polar	750–830	9/72–	Fluxgate	not known	"
Magsat	97	350–550	10/79–6/80	Fluxgate (3) + caesium	6	Whole orbit

" No on-board tape recorder. Data acquired only when the satellite was in sight of a station equipped to receive telemetry.

Jednoduchý magnetometr tohoto druhu má dvě jádra ze stejného materiálu a stejného tvaru. Jádra jsou ovinuta primární cívkou tak, aby po zavedení střídavého proudu byla magnetizována v opačném směru. Celek je ovinut sekundární cívkou. Po zapnutí primární cívky je celkový magnetický tok, procházející plochami závitů sekundární cívky, trvale nulový, ovšem jen za předpokladu, že neexistuje žádné vnější pole. Pokud však vnější pole je a má směr os indukčních jader, bude jedno jádro vždy magneticky nasyceno dříve než druhé. V sekundární cívce v takovém případě vzniká indukované napětí (elektromotorická síla) v důsledku časové změny magnetické indukce v jádrech. Velikost vnějšího pole se pozná pomocí harmonické analýzy časové změny indukovaného napětí.

Postup výpočtu: Magnetická indukce v jádrech je funkcí intenzity H, intenzita je vyvolávána střídavým proudem a je tedy harmonickou funkcí času:

$$H(t) = h + p\sin(\omega t),$$

kde h je stálé vnější pole a p je amplituda časové změny intenzity budícího pole. Předpokládá se, že budící pole nepřesáhne intenzitu H_S, při které dochází k nasycení. Volí se přibližně $h \approx 0,2H_S$ a $p \approx 0,8H_S$. Je známo, že průběh prvopočáteční magnetizace má tvar mírně připomínající sinusovku, vyjádříme ho tedy polynomem 3. stupně:

$$B(H) = 3H - H^3.$$

Po dosazení za $H(t)$ dostaneme

$$B(t) = 3h + 3p\sin\omega t - (h^3 + 3h^2 p\sin\omega t + 3hp^2\sin^2\sin^2\omega t + p^3\sin^3\omega t).$$

Položíme-li

$\sin^2\omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ a $\sin^3\omega t = -\frac{1}{4}\sin 3\omega t + \frac{3}{4}\sin\omega t$,

dostaneme pro indukci

$$B(t) = h\left(3 - h^2 - \frac{3}{2}p^2\right) + 3p\left(1 - h^2 - \frac{1}{4}p^2\right)\sin\omega t + \frac{3}{2}hp^2\cos 2\omega t + \frac{1}{4}p^3\sin^3\omega t.$$

Časový průběh indukovaného napětí je potom

$$\frac{dB}{dt} = 3p\left(1 - h^2 - \frac{1}{4}p^2\right)\omega\cos\omega t - 3hp^2\omega\sin 2\omega t + \frac{3}{4}p^3\omega\cos 3\omega t.$$

Tím jsme dostali časový průběh indukce v jednom z obou jader. Ve výpočtu pro druhé jádro bude postup stejný, až na to, že výchozí vzorec pro intenzitu je

$$H(t) = -h + p\sin\omega t.$$

Ve vzorci pro indukované napětí $\frac{dB}{dt}$ bude odchylka pouze ve členu, obsahujícím druhou harmonickou, neboť jedině zde se vyskytuje velikost vnějšího pole h v lichém stupni. Tento člen bude mít opačné znaménko. Druhý harmonický člen rozvoje funkce $B(t)$ má tedy koeficient, úměrný intenzitě působícího vnějšího pole. (Členy první a třetí by se měly vzájemně kompenzovat, neboť obsahují sudé mocniny h.)

Mezinárodní geomagnetické referenční pole - IGRF.

IAGA (International Association of Geomagnetism and Aeronomy), člen IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics) navrhla a vypracovala projekt IGRF, který se poprvé uskutečnil v roce 1965. Projekt zajišťuje pravidelně se opakující analýzy pole a jeho SV. Práce se podle původního plánu opakují po 10 letech. Původně se rozvoj měl počítat do stupně 8, protože se soudilo, že to právě stačí na vystižení pole buzeného v jádře. Nyní se počítá do stupně 10. (Existuje i názor, že dostatečného vystižení hlavního pole se dosáhne až při stupni 14.) Cílem IGRF je vytvořit jednotnou a mezinárodně závaznou bazi pro výzkumy hlavního pole a také pro studium povrchových anomálií: Každý si může zvolit za normální pole právě takový stupeň IGRF, jaký pro své účely potřebuje.

Když se dělá IGRF pro určitou epochu, musí se k této epoše nejprve zhotovit geomagnetické mapy. K tomu je zapotřebí převést (odborně: "redukovat") veškerý materiál naměřený v nestejných, ale nepříliš rozdílných časech, na zvolenou epochu pomocí znalosti sekulární variace. Současně s rozvojem pro pole samotné se počítá i rozvoj pro sekulární variaci. Model IGRF má potom platit pro desetileté období se středem v dané epoše s tím, že se koeficienty v každém roce opravují podle modelu sekulární variace. Předběžně se předpokládá lineární časový průběh SV. Protože ovšem tento předpoklad není splněn, je při příštím opakování znalost skutečného průběhu SV upřesněna a starý model je podle toho korigován. Tento opravený model se nazývá DGRF (definitivní...) a nemá už být nikdy měněn.

Západní drift nedipólového pole.

Nedipólovým polem se obvykle rozumí pole vzniklé odečtením pole celého dipólu (včetně jeho rovníkové složky) od celkového pole. Lze také odečítat jen pole osového dipólu: na to je pak nutno upozornit. Porovnáním dvou map téhož geomagnetického elementu pro různé epochy zjistíme, že konfigurace pole se nepatrně posouvá po zemském povrchu. Rozlohy jednotlivých ohnisek a hodnoty na jejich siločarách se přitom také mění, ale ve srovnáním s posuvy celého obrazu působí ostatní změny dojmem náhodnosti. (Viz obr.)
Již při vizuálním zkoumání se zdá, že převažují posuvy západním směrem. Při pozorování některých výrazných útvarů, např. maxim nebo nulových isočar, můžeme zjistit posun k západu třeba o $0.3^{\circ}/rok$ nebo více. Přitom existují také velké oblasti, kde posuvy nenajdeme.
První kvantitavní rozbor tohoto jevu vykonal E.C.Bullard v roce 1950. Vzal si za podklad obsáhlý datový materiál, shromážděný E.H.Vestinem pro období 1907 až 1945. Uvažoval posuv (angl. drift) k západu za jev zákonitý a malé změny konfigurace pole za jev náhodný. Na jednotlivých rovnoběžkách porovnával křivky délkových průběhů nedipólového pole v obou krajních epochách zkoumaného období, tj. 1907 a 1945, a hledal, o jaký délkový rozdíl se muselo nedipólové pole posunout, aby spolu obě křivky co nejlépe korelovaly. To činil pro nedipólové pole ve složkách X, Y, Z a pro rovnoběžky v intervalech 10°. Korelaci posuzoval metodou nejmenších čtverců. Nalezl průměr ze všech tří složek a všech

zkoumaných rovnoběžek:

$$V_{dr} = 0.18°/rok.$$

(Symbolem V_{dr} jsme označili rychlost *západního driftu.*) Toto číslo je velmi důležité, protože přináší zprávu o rychlostech pohybů v kapalině zemského jádra. V délkové míře to dělá na rovníku $20\,km/rok$, na povrchu jádra na rovníku $0.034\,cms^{-1}$. Odtud pochází všeobecně přijímaná řádová hodnota rychlostí v jádře

$$v \approx 10^{-4} ms^{-1}.$$

Bullard se již také snažil přijít na to, zda odchylky od této průměrné hodnoty nějak závisí na zeměpisné šířce. (Jinou závislost nemohl hledat, protože věc zkoumal právě jen na rovnoběžkách.) Konstatoval, že odchylky od průměru nejeví žádnou zákonitost, ale ani náhodné rozdělení.
Po Bullardovi zkoumala tuto věc řada dalších autorů. Jejich výsledky, ať použili jakoukoli metodu, se od Bullardových nijak výrazně neliší. Vesměs se hledá průměr na rovnoběžkách a dosud se soudí, že hodnota rychlosti driftu se mírně mění od šířky k šířce.

Odlišným způsobem hledal rychlost driftu pouze *T. Yukutake 1962.* Dal jev do souvislosti s magnetohydrodynamickými (MHD) ději v jádře. Předpokládá pole kvazistacionární ($\frac{\partial D}{\partial t} = 0$). Tento předpoklad ~~pro~~ se pro vodivé prostředí dá snadno ověřit: Libovolnou veličinu A, která přichází při tomto ději v úvahu, můžeme fourierovsky rozložit na $A_n e^{i\omega_n t}$. Pro každou periodu je tedy $\frac{\partial D}{\partial t} = \omega_n D$. Pro kvazistacionární pole požadujeme:

$$\frac{\partial D}{\partial t} \ll i,$$

kde i je hustota elektrického proudu. Požadujeme tedy

$$\omega D \ll \sigma E \Rightarrow T \gg \frac{2\pi\epsilon}{\sigma}.$$

Řádové odhady veličin:

$$\epsilon \sim 9 \times 10^{-12}\, m^{-3}\, kg^{-1}\, s^4\, A^2,$$
$$\sigma \sim 5 \times 10^{4}\, m^{-3}\, kg^{-1} s^3\, A^2.$$

Vychází, že musí být

$$T \gg 10^{-15}\, s.$$

To je při malé rychlosti pohybů (viz rychlost driftu) jistě splněno. Máme tak pro jádro tuto soustavu Maxwellových rovnic:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{i} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{D} = 0.$$

Dále tam platí Ohmův zákon ve tvaru

$$\vec{i} = \sigma[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})].$$

Provedeme na Ohmův zákon operaci rotace a dosadíme do něho z 1. M. rovnice. Dostaneme:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{H} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{H}). \tag{52}$$

Tato rovnice se nazývá *rovnice magnetické indukce* a je velmi důležitá pro fyziku zemského jádra.

Rovnice (52) platí ovšem pouze za předpokladu, že v celém uvažovaném prostoru je μ konstantní. Bez podstatné újmy na přesnosti můžeme klást $\mu = \mu_0$, kde μ_0 je permeabilita vakua. Když rovnici (52) vynásobíme μ_0, vystupuje v ní místo $\vec{H}$ vektor $\vec{B}$, proto tedy "rovnice indukce". Napišme ji tedy pro vektor $\vec{B}$:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{B} + \nabla \times [\vec{v} \times \vec{B}]. \tag{53}$$

Kdyby na pravé straně této rovnice byl druhý člen nulový, byla by to rovnice difuze. Popisovala by, jak magnetické pole, vzbuzené ve vodivém prostředí nějakým zdrojem, vymizí, jestliže onen zdroj přestane působit. Pokud ovšem v daném vodivém prostředí existují pohyby, např. proudění kapaliny, potom druhý člen pravé strany zpomaluje difuzi pole. Za určitých předpokladů ji může kompenzovat. Závisí to na rychlostech a uspořádání pohybů, na vodivosti materiálu a na velikosti prostoru, v němž se děj odehrává. Je-li druhý člen rovnice (53) tak velký, že první (difuzní) člen lze proti němu zanedbat, popisuje rovnice jev, který bývá nazýván *"vmražené pole"*. Rozumí se tím, že siločáry pole se pohybují zároveň s materiálem, tak jako by do něho byly vrostlé (vmražené), jsou nerovnoměrností pohybů deformovány, ale naopak také na pohyby působí: zpomalují je, jako kdyby byly hmotné a pružné. Tento jev se nazývá *Alfvénův teorém*. Brzy jej stručně dokážeme, ale nejprve ukážeme, za jakých předpokladů Alfvénův teorém platí:
Aby byl Alfvénův teorém oprávněný, musí být

$$\nabla \times [\vec{v} \times \vec{B}] \gg \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{B}.$$

Provedeme rozměrovou analýzu tím, že za všechny hodnoty zavedeme jejich charakteristické hodnoty. Za rychlost vezměme jako char. hodnotu typickou rychlost ve vyšetřované oblasti a označme ji V, za délku např. poloměr jádra L. Elektrickou vodivost pokládejme v celém jádře za konstantní. V charakteristických hodnotách vypadá rozhodující nerovnost takto:

$$VL\mu_0\sigma \gg 1.$$

Zavádí se $VL\mu_0\sigma = Re_M$, tzv. *magnetické číslo Reynoldsovo* (v analogii k Reynoldsovu číslu z hydrodynamiky). Aby se uplatnila "vmraženost siločar", musí platit

$$Re_M \gg 1. \tag{54}$$

Odhad Re_M pro kapalnou vrstvu zemského jádra:
$V \approx 10^{-4} ms^{-1}$, tj. rychlost západního driftu.
$L \approx 3,5 \times 10^6 m$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$, přičemž $Hm^{-1} \equiv kgmA^{-2}s^{-2}$.
$\sigma \approx 5 \times 10^5 (\Omega m)^{-1}$, přičemž $(\Omega m)^{-1} \equiv m^{-3}kg^{-1}A^2s^3$.
Je zřejmé, že Re_M je bezrozměrné číslo. Čísleně je pro zemské jádro

$$Re_M \approx 220.$$

(Závisí to ovšem na volbě σ, v současné době je široce přijímána uvedená hodnota.)
Můžeme tedy předpokládat platnost Alfvénova teorému v jádře. Zvolme si v pohybujícím se kontinuu spojitou plošku S. Je spojitá a při pohybu je tvořena stále týmiž částicemi. Má za okraj křivku L. Kontinuum je vysoce vodivé a nachází se v magnetickém poli $\vec{B}$. Vyšetřovaný objem je dostatečně veliký, takže $Re_M \gg 1$ a z rovnice indukce zbývá

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times [\vec{v} \times \vec{B}]. \tag{55}$$

Zintegrujeme rovnici přes plošku S:

$$\int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} \nabla \times [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{S} \tag{56}$$

Podle Stokesovy věty je dále

$$\int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \oint_{(L)} [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{L}.$$

Po úpravě

$$\int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint_{(L)} \vec{B} \cdot [\vec{v} \times d\vec{L}] = 0. \tag{57}$$

Součin $\vec{v} \times d\vec{L}$ znamená elementární přírůstek (popř. úbytek) plochy S na jejím okraji za sekundu. Levá strana rovnice (57) představuje celkovou změnu magnetického toku ploškou S za jednu sekundu. Sestává z integrálu lokální změny indukce přes původní plošku a z konvektivní změny toku, způsobené translací a deformací plošky při pohybu kapaliny. Skutečnost, že celková změna toku vektoru $\vec{B}$ ploškou S je nulová, znamená, že ploška si nese svůj magnetický tok s sebou, a to i při deformaci. Při zmenšování plošky dochází ke zhušťování siločar a tím k zesilování pole. Tímto způsobem může druhý člen pravé strany rovnice (53) kompenzovat difuzi pole, která je vyjádřena prvním členem.
Druhý člen pravé strany rovnice (53) se dá rozepsat takto:

$$\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{v} - (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{B} + \vec{v}\nabla \cdot \vec{B} - \vec{B}\nabla \cdot \vec{v}. \tag{58}$$

Třetí člen pravé strany je nulový, protože $div\vec{B} = 0$, čtvrtý člen je rovněž nulový, používáme-li Boussinesqovu aproximaci pohybové rovnice. Z rovnice (53) zbývá

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{v} - (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{B}. \tag{59}$$

Druhý člen pravé strany popisuje deformaci siločar ve směru gradientu rychlosti, třetí člen - unášení siločar tou složkou rychlosti $\vec{v}$, která připadá do směru gradientu pole.
Při studiu driftu nedipólového pole je zajímavý právě poslední člen pravé strany (59). Protože však hledáme jen rychlost posunu k západu, budeme se zajímat jen o západní složku rychlosti. Vektor rychlosti rozdělíme takto:

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{v_1}.$$

Část $\vec{v_0}$ je lokální rychlost pohybu kapaliny na západ, $\vec{v_1}$ je součet zbývajících dvou složek rychlosti (tj. severní a vertikální). Rovnici indukce nyní napíšeme takto:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v_0} \cdot \nabla)\vec{B} = \frac{1}{\mu_0 \sigma}\Delta \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla)(\vec{v_0} + \vec{v_1}) - (\vec{v_1} \cdot \nabla)\vec{B}. \tag{60}$$

Členy na pravé straně jsou: difuze pole, deformace siločar pohybem kapaliny a unášení siločar severním popř. vertikálním směrem. Všechny tyto tři procesy pokládáme za náhodné vzhledem k západnímu driftu, který pokládáme za zákonitý a jehož rychlost hledáme. Napíšeme

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v_0} \cdot \nabla)\vec{B} = R(\vec{r}, t). \tag{61}$$

Pokud byl předpoklad o náhodném rozložení rezidua R správný, pak rychlost v_0 pohybu k západu bude dána tím, že průměrná hodnota R bude minimální. Průměr je možno hledat jak v oblasti prostoru, tak v intervalu času, neboť pole i rychlost pohybu jsou funkce prostoru i času. Hledání minima R na rovnoběžce je totožné s postupem, který vykonal Bullard když hledal, při jakém posuvu nedipólová pole z různých epoch nejlépe korelují. Při takovém postupu se apriorně předpokládá závislost rychlosti pohybu na zeměpisné šířce.
Yukutake v citované práci hledal průměry reziduí za časové intervaly. Použil delší časové řady z observatoří. Na základě geomagnetických map spočítal gradienty pole v místech observatoří. Měla-li observatoř časovou řadu v intervalu $< t_1, t_2 >$, hledal, při kterém v_0 platí $\int_{t_1}^{t_2} R^2 dt = min$, neboli hledal v_0, pro které je

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v_0} \cdot \nabla)\vec{B}\right]^2 dt = min. \tag{62}$$

Takto byly spočítány lokální rychlosti západního pohybu magnetického pole na povrchu Země. Jestliže předpokládáme, že vodivost zemského pláště nemá na pohyb unášených siločar podstatný vliv, můžeme hodnoty v_0 pokládat za projev pohybů na povrchu kapalného jádra. Popsaný postup má tu výhodu, že udává *lokální* rychlosti, nikoli prostorové průměry. Výsledky jsou tím pavděpodobnější, čím je časová řada delší. Jsou proto mírně znehodnoceny nestejnými délkami pozorovacích intervalů.
Yukutake propočítal řady z 34 stanic. Přehled výsledků ze všech tří složek: Průměry:

$$v_0(X) = 0,22°/rok, v_0(Y) = 0,19°/rok, v_0(Z) = 0,24°/rok.$$

Odchylky od průměru jsou značné a jsou seřazeny spíše po oblastech než podle zeměpisné šířky. Největší jsou v Evropě a Jižní Americe, kde dosahují až $0,4°/rok$, nejmenší, nulové až záporné jsou na ostrovech v Tichém oceáně a na jeho pobřežích i na některých místech na pobřežích Indického oceánu.

Starší pozorování driftu. První, kdo rozpoznal tento jev, byl *E. Halley.* Popsal jej r. 1698 v britském časopise "Philosophical Transactions Roy. Soc. Lond.". Je zajímavé, že jeho vysvětlení příčiny driftu je podivuhodně blízké dnešním představám. H. vyslovil myšlenku, že Země pozůstává z "jádra a kůry", přičemž "jádro" rotuje pomaleji než "kůra". Dále předpokládal, že pole má příčinu v "jádře" a je s ním pevně spjato. Tím dochází podle něho k tomu, že se rotace pole opožďuje za rotací "kůry", posouvá se tedy k západu.

Další autor, který určoval rychlost driftu, byl *Carlheim-Gyllensköld* v roce 1896. Postupoval takto: Kdyby SV byla působena pouze rovnoměrným driftem jednotlivých harmonických z rozvoje potenciálu, dala by se popsat takto:

$$U_{r=a} = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} A_n^m \cos[m(\phi - v_n^m t)] P_n^m(\cos\theta), \tag{63}$$

kde $(A_n^m)^2 = (g_n^m)^2 + (h_n^m)^2$ a $\tan(mv_n^m t) = \frac{h_n^m}{g_n^m}$. Gaussovy koeficienty jsou funkcemi času. Proto při jejich znalosti pro několik epoch můžeme sledovat funkci

$$v_n^m t = \frac{1}{m} \arctan \frac{h_n^m}{g_n^m}$$

a hledat pro intervaly mezi jednotlivými epochami v_n^m jako směrnici této funkce. Hodnota dané sférické harmonické se opakuje po periodě

$$T_n^m = \frac{2\pi}{m v_n^m}.$$

Carlheim-Gyllensköld tímto způsobem nalezl periody:
$T_1^1 = 3147\,let$, $T_2^1 = 1381\,let$, $T_2^2 = 454\,roky$.
První dvě z uvedených period jsou málo věrohodné pro krátkost intervalu (asi 50 let), ze kterého jsou určeny, třetí perioda však připomíná periodu, kterou naznačuje otáčení vektoru indukce (diagramy D-I).

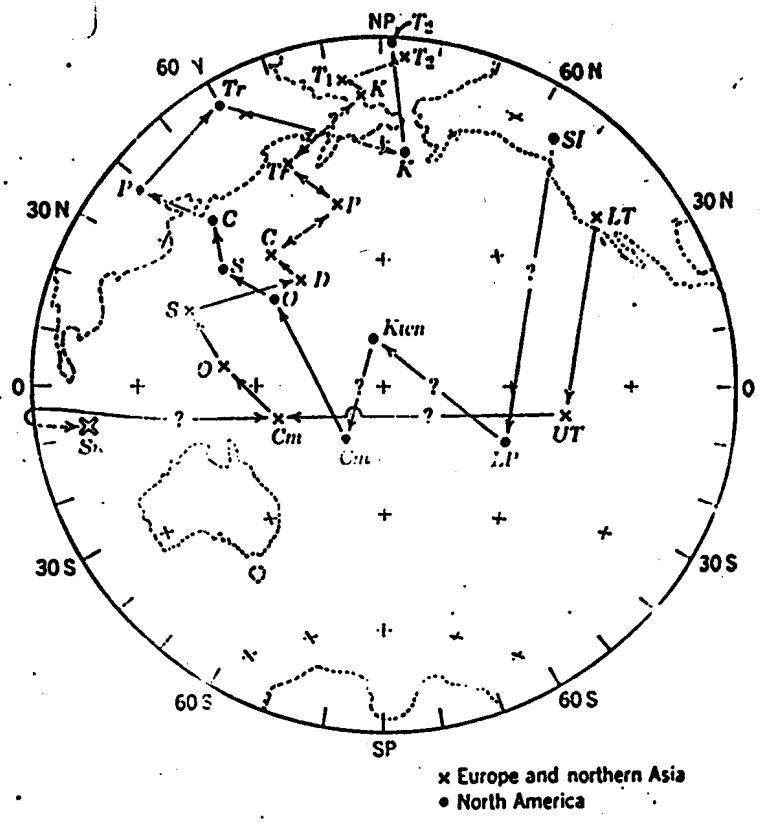


Figure 6.27. Pole paths of North America and Europe-north Asia compared. The labeled as listed in the notes on p. 137, and the following additional Precambrian : added: *SI*, Sudbury Irruptive, *LP*, Late Precambrian of the western U.S.A., *Ken*, Upp nawan, *LT*, Lower Torridonian, *UT*, Upper Torridonian. Equatorial equal-area net.

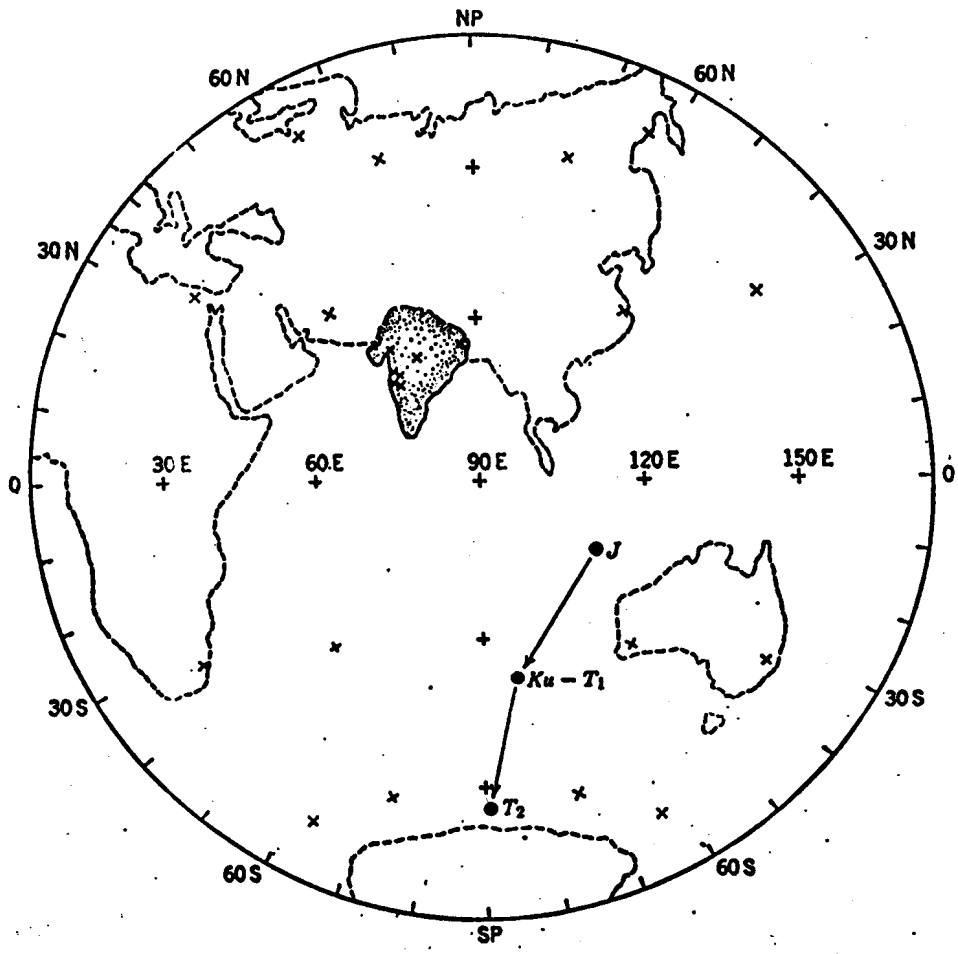


Figure 6.26. Polar movement relative to peninsular India. Equatorial equal-area net. See notes on p. 137.

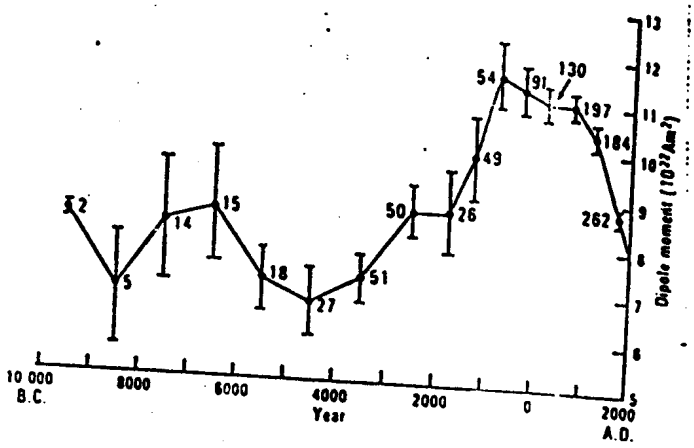
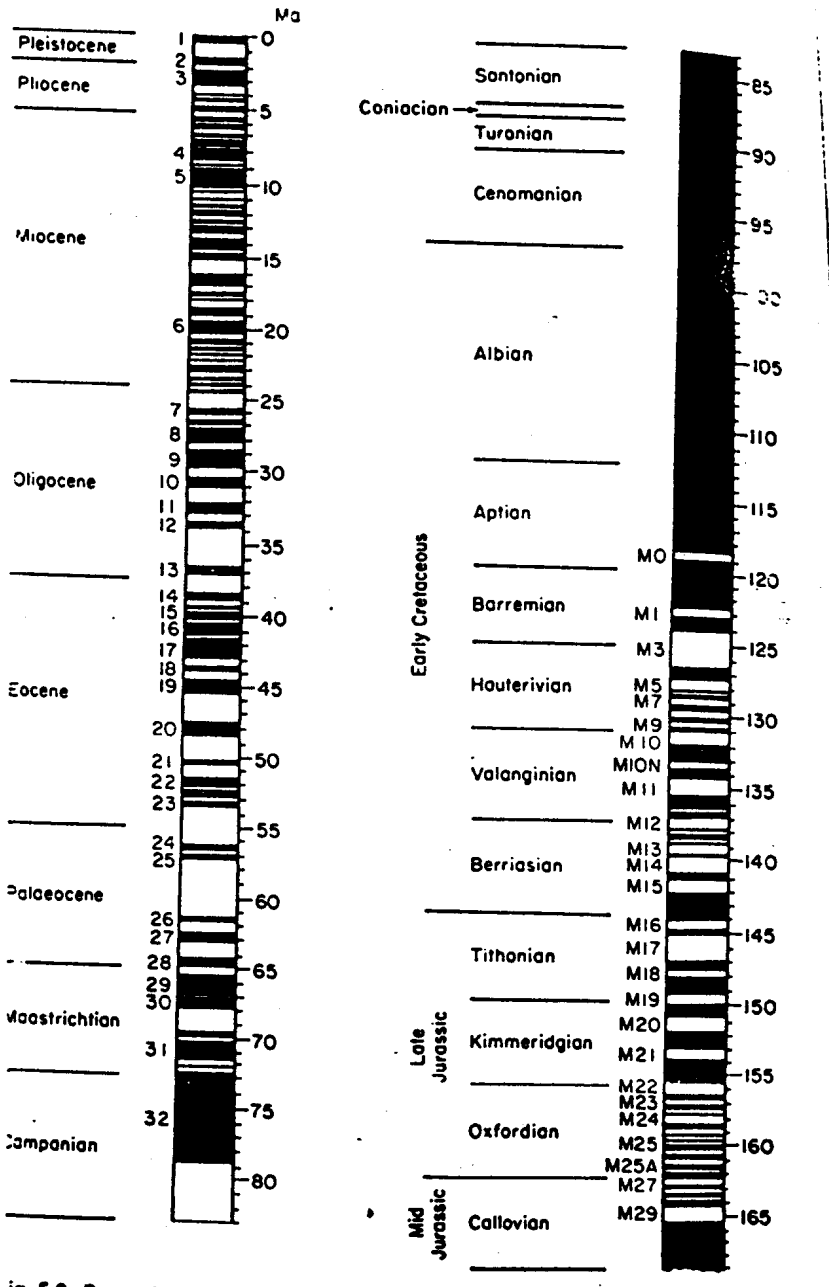


FIGURE 12. Global mean dipole moments with 95% confidence limits obtained from archaeomagnetic data. The figures denote the number of analyses per 500 year interval post 2000 B.C. or per 1000-year interval pre-2000 B.C. (After McElhinny and Senanayake, 1982)



ig. 5.9. Reversal time-scale for the past 170 Ma (after Cox, 1982).

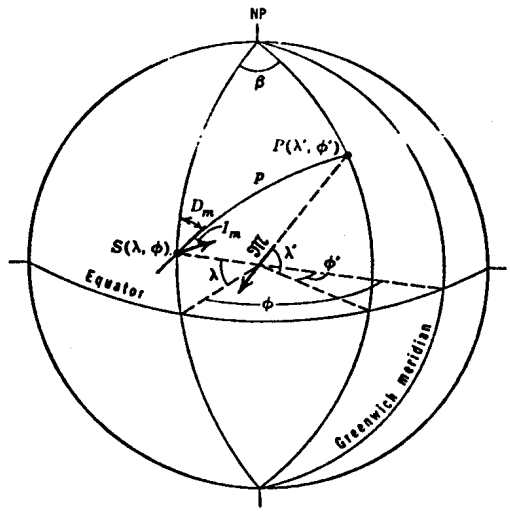
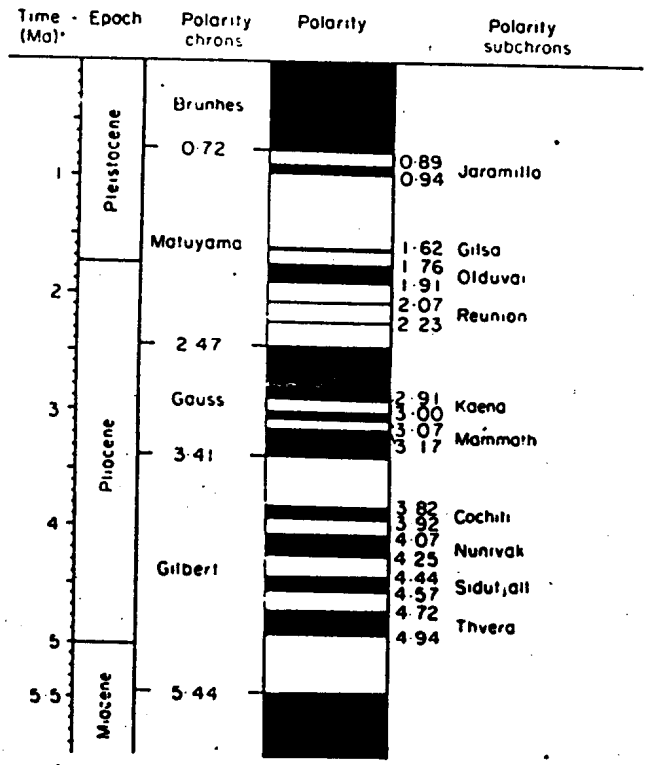


Figure 3.5. Calculation of paleomagnetic poles. The elementary dipole, $\mathfrak{M}$, is placed at the center of the sphere. NP is the north geographic pole, P the paleomagnetic pole, S the sampling locality. D_m, I_m are the coordinates of observed paleomagnetic direction. If $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{s}$, is an observed field direction then P is a virtual geomagnetic pole.



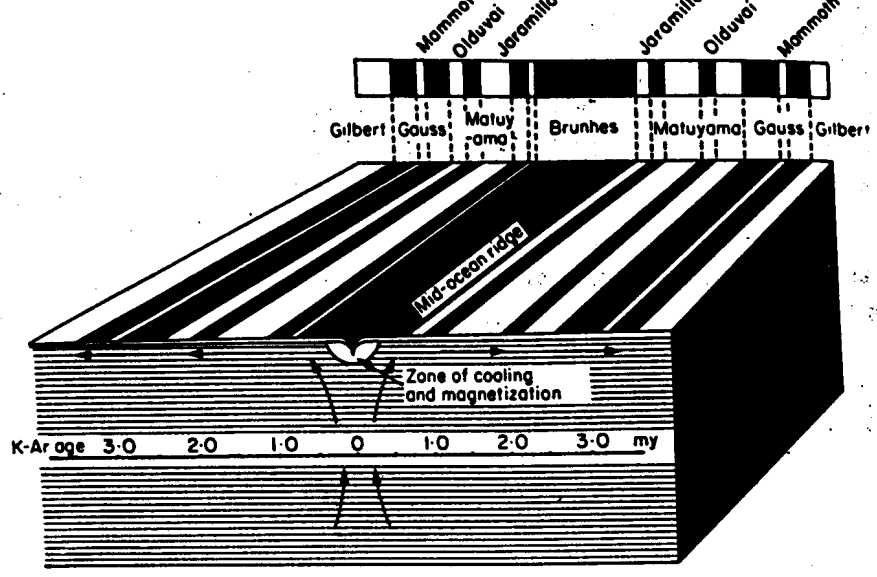


Fig. 5.5. Schematic representation of sea-floor spreading and the formation of linear magnetic anomalies due to reversals of the earth's magnetic field. Normal polarity zones are shaded.

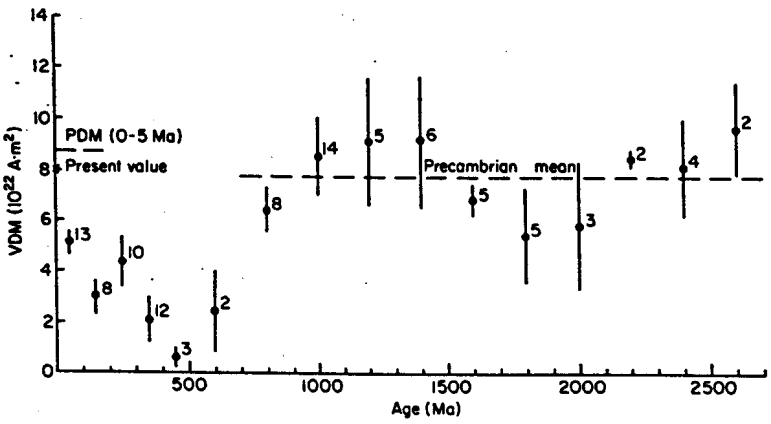


Fig. 6.12. Variation of the mean VDM with time. 100 Ma averages are used from 0 to 700 Ma, and 200 Ma averages from 700 to 2700 Ma. The number of measurements are shown next to each mean and standard errors are indicated.

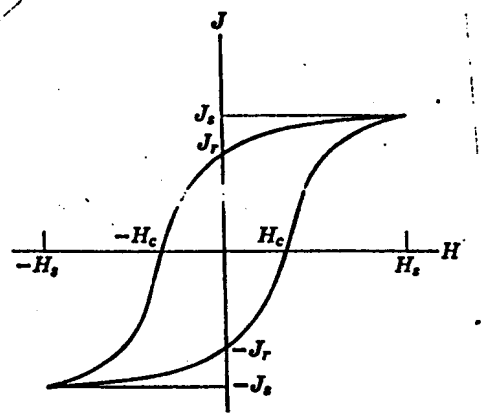


Figure 2.2. Hysteresis loop (B/H loop).

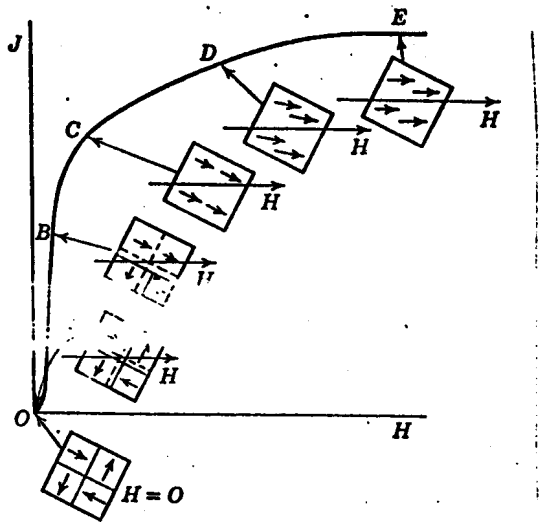


Figure 2.3. Magnetization process according to domain theory. Redrawn from Brailsford (1951), by kind permission of Methuen and Co., London.

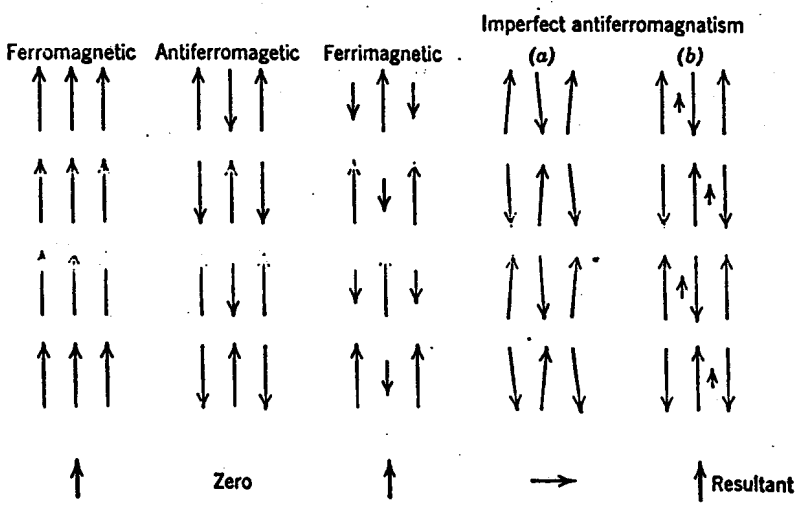


Figure 2.1. Schematic representation of spontaneous magnetization in crystals. The arrows represent the elementary moments, the resultants being given at the bottom.

Dodatky k poznatkům o sekulární variaci

Periodičnost v SV podle přímých měření

R.G.Currie v roce 1973 poprvé zkoumal spektrum SV, a to metodou maximální entropie. Nalezl tyto periody: $10,5 \div 11$ *let*, $21 \div 22$ *let*, 7 *let* a konečně $57,8$ *let*. Za nejmenší periodu, která má zdroj v jádře, pokládá periodu $3,7$*let*. Podle něho všechny periody kratší než 3,7 let již probíhají na celém zemském povrchu ve stejné fázi, z čehož plyne, že mají společný původ vně pevné Země. Zde ovšem dochází k této nejasnosti: Desetiletá perioda budí podezření, že je rovněž vnějšího původu, neboť je blízká periodě sluneční činnosti. Může jít o ovlivňování průměrných ročních hodnot v obdobích maxim sluneční a tím i geomagnetické aktivity. Tato perioda však neprobíhá na zemském povrchu synchronně.

Perioda 57,8 let je velmi blízká nápadné periodě ve spektru fluktuací délky dne, která činí 57,5 let. (Viz obrázek.) Blízkost těchto dvou period může být důsledkem zákona zachování celkového momentu hybnosti Země a elektromagnetické vazby mezi kapalnou vrstvou zemského jádra a pláštěm.

Podíl západního driftu na SV.

Periody řádu stovek let je možno přičíst na účet západního driftu nedipólového pole. Pokusy o vysvětlení tohoto jevu je možno rozdělit do dvou hlavních skupin. V obou případech se předpokládá, že nedipólové útvary, které na zemském povrchu pozorujeme, přísluší pouze svrchním vrstvám kapalného jádra. Ty poruchy magnetického pole, které vznikají ve větších hloubkách, se na povrchu jádra neprojeví, protože jsou elektromagneticky odstíněny.

1) Diferenciální rotace vrstev v kapalném jádře, působená konvekcí (podle E.C.Bullarda). Je velmi pravděpodobné, že v kapalině vnějšího jádra dochází ke konvekci (tepelné a/nebo kompoziční). V tom případě elementární objemy kapaliny při vzestupu v důsledku zachování momentu hybnosti snižují svou postupnou rychlost $v = r\omega$ (ω = úhlová rychlost zemské rotace), při sestupu ji potom zvyšují. Každá vrstva kapaliny proto rotuje pomaleji než vrstva pod ní. Kdyby mezi svrchní vrstvou jádra a pláštěm byla mechanická vazba, rotoval by plášť pomaleji než všechny vrstvy kapalného jádra a na zemském povrchu bychom proto pozorovali drift *východní*. (Země rotuje k východu.) Situace je však jiná: Mechanická vazba (tření) mezi pláštěm a jádrem je zanedbatelná, zato existuje vazba elektromagnetická. Ta nespojuje plášť s tou vrstvou kapaliny, která je bezprostředně pod ním, nýbrž s kapalnou vrstvou jádra jako celkem. Je to tím, že elektrická vodivost spodního pláště je nejméně o jeden řád nižší než vodivost kapaliny v jádře. Plášť proto rotuje stejně rychle jako jistá vrstva o poloměru r_0 uvnitř jádra. Nad tímto poloměrem je rotace pomaleší, pod ním rychlejší. Protože pozorujeme pouze ty nepravidelnosti magnetického pole, které jsou v nejvrchnějších partiích jádra, zjišťujeme drift *západní*.

2) Šíření rozruchů v magnetickém poli magnetohydrodynamickými vlnami v kapalném jádře. - Ani jedna z těchto dvou možností není prozatím potvrzena ani vyvrácena.

Podíl změn velikosti a směru zemského magnetického dipólu byl odhadnut jednak pomocí přímých měření, jednak pokusem o sférické harmonické analýzy na základě historických měření (viz výše).

Podíl pohybu excentrického dipólu na SV můžeme posoudit z tabulky pro posledních 450 let. Ukazuje se, že magnetický střed Země se v tomto období posouval k severu a západu a současně se vzdaloval od středu Země v průměru o 2,8 km za rok. - Nedá se prozatím odhadnout, zda tyto výsledky mají nějaký fyzikální význam.

Sférická harmonická analýza SV

Prostorové rozložení sekulární variace se dá vyjádřit podobně jako rozložení pole samotného, totiž pomocí sférického harmonického rozvoje. Gaussovy koeficienty se v tomto případě musí chápat jako funkce času. Obecně lze pro krátký časový interval kolem zvolené epochy t_e vyjádřit každý Gaussův koeficient jako časovou funkci rozvinutou do Taylorovy řady:

$$g_n^m(t) = g_n^m(t_e) + \dot{g}_n^m(t_e)(t - t_n^m) + \ddot{g}_n^m(t_e)\frac{(t-t_e)^2}{2} + \ldots.$$

Je-li pro epochu t_e a blízký čas t k dispozici dostatek dat, dá se pro čas t_e spočítat kromě soustavy koeficientů g_n^m, h_n^m i soustava $\dot{g}_n^m$, $\dot{h}_n^m$ pro sekulární variaci a teoreticky i soustava $\ddot{g}_n^m$, $\ddot{h}_n^m$ pro tzv. *sekulární zrychlení* a případně i pro koeficienty u dalších mocnin. Takové modely jsou dobrou reprezentací pomalé časové změny v časovém intervalu, pro jehož okraje byla získána geomagnetická data, avšak při jeho překročení a dalším vzdalování od t_e rychle vzrůstá nepřesnost určení GMP, a to tím více, čím vyšší je stupeň n. V praxi - při zpracování modelů IGRF a DGRF - se počítá jen soustava koeficientů pro SV.

Modely $\dot{g}_n^m$, $\dot{h}_n^m$ jeví sice jistou převahu koeficientů 1. a 2. stupně, ale první stupeň není výraznější než druhý. To souvisí s tím, že pole SV nemá celoplanetární dipólový charakter jako samotné GMP, což je ostatně patrné na mapách izopor. Také zbytek řady by se těžko dal charakterizovat jako konvergující (viz tabulku).

V časovém průběhu některých koeficientů SV, a to především $\dot{g}_2^0$, $\dot{h}_2^1$ a $\dot{h}_3^1$ se kolem roku 1970 projevila prudká změna směrnice. Tento jev byl nazván *impuls v sekulárním zrychlení* nebo geomagnetický *jerk* (trhnutí). Podobný jev se dá nalézt také kolem roku 1912. Vysvětlení se hledá.

Výpočet elektrických proudů, které by budily dané magnetické pole.

Magnetické pole v nějakém prostoru je možno pokládat za produkt systému elektrických proudů. Známe-li sférický harmonický rozvoj potenciálu daného magnetického pole, můžeme předpokládané elektrické proudy rovněž matematicky popsat. V zájmu pohodlného výpočtu použijeme ekvivalence pole proudové smyčky a magnetické dvouvrstvy:

Nechť plocha S je ohraničena křivkou Γ. Po křivce Γ teče proud I. Intenzita magnetického pole v bodě $P(\vec{r})$ je podle Biotova-Savartova zákona dána vzorcem

$$\vec{H}(\vec{r}) = I \oint_{(\Gamma)} \frac{\vec{dr'} \times \vec{R}}{R^3}. \tag{1}$$

Element $\vec{dr'}$ je element křivky Γ, vektor $\vec{R}$ je jeho průvodič z bodu $P(\vec{r})$. Jde-li o plošný proud, představme si, že plocha je rozdělena na prstence a v každém z nich teče element plošného proudu dJ. Magnetické pole příslušné takovému prstenci plošného proudu má intenzitu

$$\vec{H} = dJ \oint_{(\Gamma)} \frac{\vec{dr'} \times \vec{R}}{R^3}. \tag{2}$$

Nechť je plocha S homogenně zmagnetována tak, že tvoří magnetickou dvouvrstvu. Plošná hustota magnetizace budiž τ. Magnetické pole dvouvrstvy v bodě P je dáno výrazem

$$\vec{H}(\vec{r}) = \tau \oint_{(\Gamma)} \frac{\vec{dr'} \times \vec{R}}{R^3}. \tag{3}$$

Magnetická dvouvrstva o homogenní magnetizaci τ tedy budí stejné magnetické pole jako prstenec na obvodu oné dvouvrstvy, protékaný plošným proudem dJ, jestliže

$$\tau = dJ.$$

Integrální teorém o sférických harmonických.

Ve sférickém souřadném systému mějme pevný bod $P_0(r, \theta_0, \phi_0)$. Úhel mezi obecným směrem θ, ϕ a pevným směrem θ_0, ϕ_0 označíme ψ. Nyní mějme:
1) sférickou funkci $S_n(\theta, \phi)$, vztaženou k ose sférického systému, a
2) zonální Legendreovu funkci $P_n^0(\cos\psi)$, vztaženou ke směru θ_0, ϕ_0.
Sférickou funkci můžeme psát

$$S_n(\theta, \phi) = P_n^m(\cos\theta)(A_n^m \cos m\phi + B_n^m \sin m\phi). \tag{4}$$

Legendreovu funkci můžeme rozepsat podle adičního teorému:

$$P_n(\cos\psi) = \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta_0)(\cos m\phi \cos m\phi_0 + \sin m\phi \sin m\phi_0). \tag{5}$$

Obě funkce znásobíme a součin zintegrujeme po povrchu jednotkové koule:

$$F_n(\theta, \phi, \theta_0, \phi_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} S_n(\theta, \phi) P_n(\cos\psi) \sin\theta d\theta d\phi \tag{6}$$

a po rozepsání

$$F_n(\theta, phi, \theta_0, \phi_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=0}^{n} (A_n^m P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi + B_n^m P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi) \cdot$$

$$\cdot \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta_0)(\cos m\phi \cos m\phi_0 + \sin m\phi \sin m\phi_0) \sin\theta d\theta d\phi. \qquad (7)$$

Protože jde o konečné řady, můžeme zaměnit pořadí integrace a sumace:

$$F_n = \sum_{m=0}^{n} A_n^m P_n^m(\cos\theta_0)\cos m\phi_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi)^2 \sin\theta d\theta s\phi +$$

$$+ \sum_{m=0}^{n} B_n^m P_n^m(\cos\theta_0)\sin m\phi_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi)^2 \sin\theta d\theta d\phi. \qquad (8)$$

Integrály všech ostatních součinů jsou z důvodu ortogonálnosti sférických funkcí rovny nule. Z téhož důvodu jsou všechny nenulové integrály rovny číslu $4\pi/(2n+1)$. Závěrem platí

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} S_n(\theta, \phi) P_n(\cos\psi) \sin\theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{2n+1} S_n(\theta_0, \phi_0). \qquad (9)$$

Teorém z teorie potenciálu.

Mějme kouli se středem v počátku souřadnic a s poloměrem a. Nechť její povrch je pokryt elektrickým nebo magnetickým nábojem s plošnou hustotou $f(\theta, \phi)$. Nechť se tato funkce dá rozvinout do sférických harmonických funkcí:

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\theta, \phi). \qquad (10)$$

Dále mějme bod $P(r, \theta_0, \phi_0)$, který může být buď vně nebo uvnitř koule. Potenciál nabité sférické plochy v bodě $P(r, \theta_0, \phi_0)$ je:

$$V = \int_{(S)} \frac{f(\theta, \phi)}{R} dS, \qquad (11)$$

kde

$$R^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos\psi.$$

Úhel ψ je svírán průvodičem plošného elementu dS a pevným směrem θ_0, ϕ_0.
Pro $r > a$ (bod P vně koule) platí

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{a} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\psi) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1},$$

pro $r < a$ (bod P uvnitř koule) platí

$$\frac{1}{R} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\psi)\left(\frac{r}{a}\right)^n .$$

Potenciál nabité sférické plochy v bodě $P(r, \theta_0, \phi_0)$ je

$$V_P = \frac{1}{a}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty} S_\nu(\theta,\phi)\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\psi)\left\{\begin{array}{l}(a/r)^{n+1}\\(r/a)^n\end{array}\right\} a^2\sin\theta d\theta d\phi. \qquad (12)$$

Sférické funkce i Legendreovy polynomy jsou stejnoměrně konvergentní, můžeme proto zaměnit pořadí integrace a sumace. Součiny $S_\nu.P_n$, ve kterých je $\nu \neq n$, jsou nulové. Dostaneme tedy

$$V_P = a\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S_n(\theta,\phi)P_n(\cos\psi)\sin\theta d\theta d\phi\left\{\begin{array}{l}(a/r)^{n+1}\\(r/a)^n\end{array}\right. \qquad (13)$$

a podle výše uvedeného teorému o sférických funkcích je konečně

$$V_P = a\frac{4\pi}{2n+1}\sum_{n=1}^{\infty} S_n(\theta_0,\phi_0)\left\{\begin{array}{ll}(a/r)^{n+1} & ..(\text{bod P vně koule})\\(r/a)^n & .....(\text{bod P uvnitř koule})\end{array}\right. . \qquad (14)$$

Potenciál magnetické dvojvrstvy.

Máme dvě koncentrické sféry o poloměrech a a $a + \delta a$. Na vnitřní sféře je rozprostřen náboj s hustotou $-f(\theta,\phi)$ a na vnější náboj s hustotou $+f(\theta,\phi)\frac{a^2}{(a+\delta a)^2}$. To je elektrická nebo magnetická dvojvrstva. Moment plošné jednotky dvojvrstvy má velikost

$$M(\theta,\phi) = f(\theta,\phi)\delta a.$$

Rozvineme jej do sférických funkcí:

$$M(\theta,\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\theta,\phi)\delta a.$$

Potenciál W_P této dvojvrstvy je v bodě $P(r,\theta_0,\phi_0)$ roven součtu potenciálů obou nabitých sférických ploch:

$$W(r,\theta_0,\phi_0) = \frac{a^2}{(a+\delta a)^2}V(a+\delta a) - V(a) \qquad (15)$$

a po úpravě:

$$W = a^2\left[\frac{V(a+\delta a)}{(a+\delta a)^2} - \frac{V(a)}{a^2}\right]. \qquad (16)$$

Použijeme na levou stranu (16) větu o střední hodnotě:

$$W = a^2\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{V}{a^2}\right)\delta a. \qquad (17)$$

Dosadíme sem podle (14):

$$W = 4\pi a^2 \frac{\partial}{\partial a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_n(\theta_0,\phi_0)}{2n+1} \begin{cases} \frac{a^n}{r^{(n+1)}} & \text{vně koule} \\ \frac{r^n}{a^{(n+1)}} & \text{uvnitř koule} \end{cases} \cdot \delta a \qquad (18)$$

Provedeme derivaci a zavedeme $S_n \delta a = M_n$.

$$W(r,\theta_0,\phi_0) = \begin{cases} 4\pi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2n+1} M_n(\theta_0,\phi_0) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} & ..\text{vně koule} \\ -4\pi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} M_n(\theta_0,\phi_0) \left(\frac{r}{a}\right)^{n} & ..\text{uvnitř koule} \end{cases} \qquad (19)$$

Plošný proud a proudové čáry.

Představme si uzavřenou plochu, která je protékána stacionárním plošným proudem. Směr a plošná hustota proudu jsou v každém bodě určeny proudovými čarami. Množství elektrického náboje, které proteče mezi dvěma proudovými čarami za sekundu, určuje rozdíl hodnot přisouzených oběma čarám. Na ploše je tedy definována proudová funkce J, popsaná proudovými čarami J_k. Je lhostejné, jaká hodnota je přisouzena mininu této funkce. Hustota plošného proudu $\vec{j}$ je popsána pouze rozdílem hodnot sousedních proudových čar $dJ_k = J_{k+1} - J_k$ a jejich kolmou vzdáleností ds :

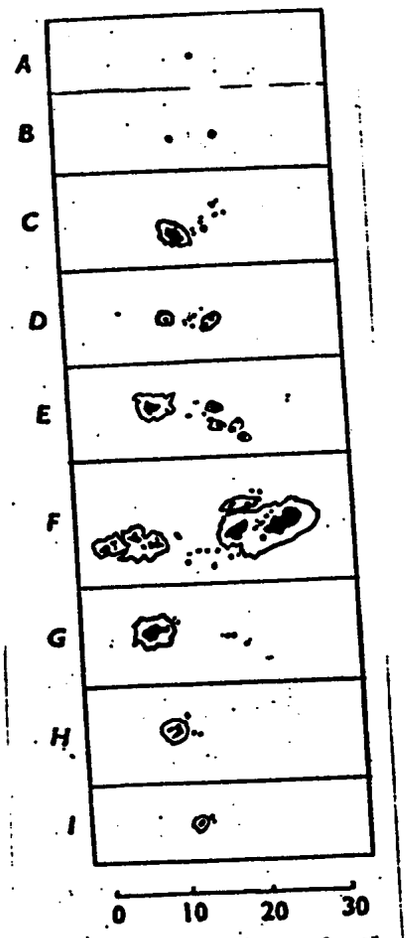
$$|\vec{j}| = \frac{dJ}{ds}.$$

Extrém, kolem kterého obíhají proudové čáry ve směru hodinek, je definován jako maximum proudové funkce. Začněme úvahu v bodě minima (na obr. bod B). Připíšeme tomuto bodu hodnotu proudové funkce $J = 0$. Mezi proudovými čarami J_1, J_2 teče element plošného proudu dJ_1 a budí v pozorovacím bodě, ležícím mimo plochu, stejné magnetické pole jako magnetická dvouvrstva omezená čarou J_1 o homogenní magnetizaci $M_1 = dJ_1$. Magnetickému poli proudového elementu dJ_2 je ekvivalentní pole dvouvrstvy omezené čarou J_2 o homogenní magnetizaci $M_2 = dJ_2$. Pole buzené spojenými proudovými elementy $dJ_1 + dJ_2$ je ekvivalentní poli dvouvrstvy, jež má uvnitř čáry J_1 magnetizaci M_1 a mezi čarami J_1 a J_2 magnetizaci $M_1 + M_2$ atd. V bodě B je $M = 0, J = 0$. V každém bodě na proudové čáře J_2 má proudová funkce hodnotu $J = J_0 + dJ_1 + dJ_2$ a magnetizace hodnotu $M = 0 + M_1 + M_2$. Takto můžeme pokračovat až do bodu A. Přesvědčili jsme se tak, že rozložení proudové funkce na uzavřené ploše je stejné jako rozložení magnetizace dvouvrstvy, jež v bodech mimo plochu budí stejné magnetické pole. Jestliže je průběh obou funkcí stejný, bude stejný i jejich rozvoj do sférických funkcí. Můžeme psát

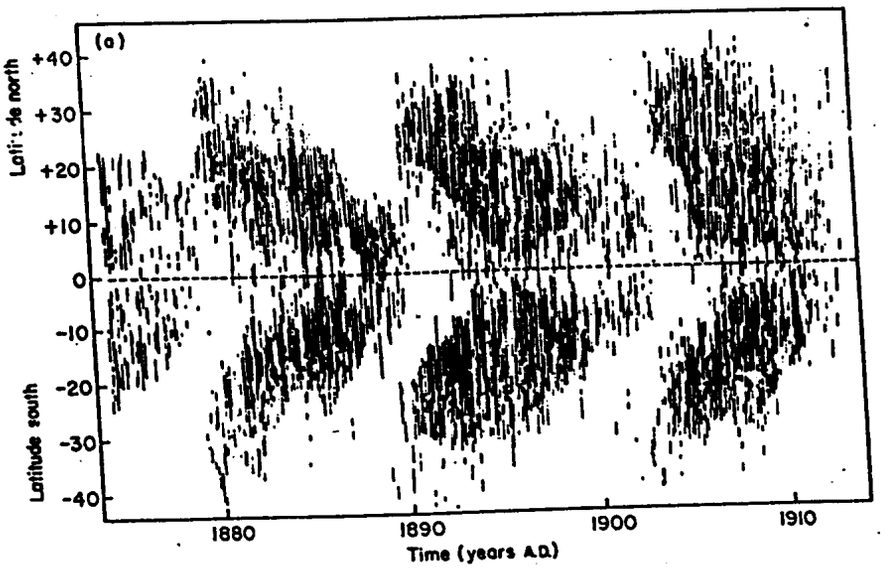
$$J(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} J_n,$$

kde číselně je $J_n \equiv M_n$ z rovnice (19).
Jestliže jsme na zemském povrchu (popř. nad ním nebo pod ním, ale v každém případě

SLUNCE



Obr. 25. Vývojové typy slunečních skvrn.



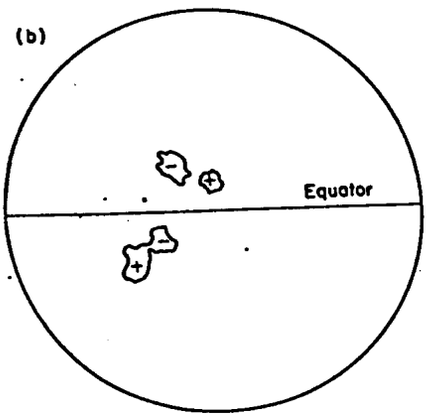
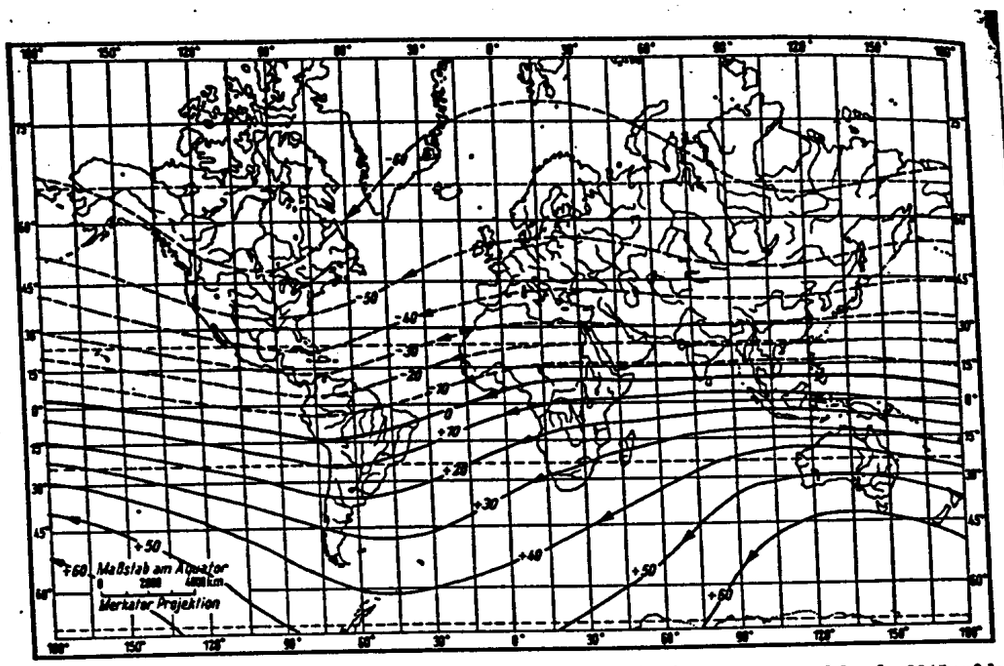
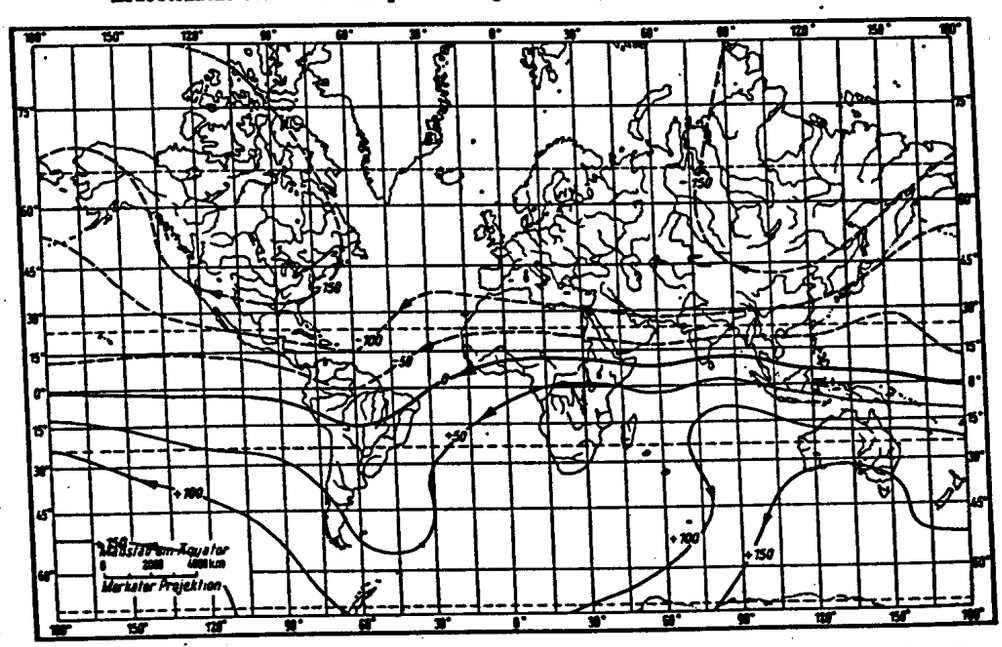


Fig. 12.5. Sunspot cycles. (a) The Maunder butterfly diagram shows the location of sunspot formation versus time in years. The beginning of a cycle is associated with sunspot formation at intermediate latitude ($\approx 30°$) and it ends 11 years later with the formation of sunspots near the equator. (b) The polarity of the first (left) sunspot in a pair depends on the hemisphere in which the sunspots form. The order of the polarity changes every 11 years when sunspots begin a new 11-year cycle. Combining this change in polarity with an 11-year cycle shown in (a) produces a 22-year cycle.

PROUDY



10,10a Stromfunktion (in 10^7 Ampere) eines in 1000 km Tiefe zu denkenden Stromsystems, welches das 1945 auf der Erdoberfläche beobachtete Hauptfeld erzeugen könnte (nach E. H. Vestine [10,136])



10,10b Stromfunktion (in 10^7 Ampere) eines in 3000 km Tiefe zu denkenden Stromsystems, welches das 1945 auf der Erdoberfläche beobachtete Hauptfeld erzeugen könnte (nach E. H. Vestine [10,136])

v prostoru mimo zdroje magnetického pole) naměřili magnetické pole o potenciálu W a rozložili je na sférické harmonické stupně W_n, můžeme ve smyslu rovnice (19) spočítat proudovou funkci, jež popisuje rozložení plošných proudů budících daný potenciál. Jestliže proudy tekou uvnitř Země na sféře o poloměru a ($a < r$), platí

$$J(a,\theta,\phi) = \frac{1}{4\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n}W_n(r,\theta,\phi)\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}. \tag{20}$$

Jestliže budící proudy tekou vně uvažovaného prostoru na sférické ploše o poloměru $a, a > r$, pak pro ně platí popis proudové funkce ve tvaru

$$J(a,\theta,\phi) = -\frac{1}{4\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n+1}W_n(r,\theta,\phi)\left(\frac{a}{r}\right)^{n}. \tag{21}$$

S L U N C E

je ústřední těleso sluneční soustavy. Je vzdáleno od středu naší Galaxie asi 9000 parseků (parsek $\approx$ 3.3 světelných roků). Průměr Galaxie v galaktické rovině je přibližně 30 000 parseků. Naše Galaxie obsahuje $\approx 180 \times 10^9$ hvězd. Slunce patří mezi průměrné hvězdy naší Galaxie. Obíhá kolem jejího středu rychlostí $\approx 200\ km\ s_1$, jeden oběh zhruba za 200 milionů let.

Hmotnost Slunce $\approx 2 \times 10^{30}\ kg$. Poloměr $\approx 700 \times 10^3\ km$. Stáří $\approx 4.6 \times 10^9$ let. Průměrná hustota Slunce $\approx 1\,400\ kg\ m_3$ (ve středu Slunce $\approx 100\,000\ kg\ m_3$.) Maximální vzdálenost Země od Slunce je $\approx 150 \times 10^6\ km$. Teplota slunečního povrchu $\approx 5\,700\ K$, do středu stoupá až na $13 \times 10^6\ K$.

V nitru Slunce probíhá termonukleární reakce: Při přeměně 1 kg vodíku na helium se uvolní energie $6,3 \times 10^{14}\ J$. Energie se vyzařuje z povrchu Slunce, celkem to činí $4 \times 10^{26}\ W$. Slunce se přitom zřejmě ohřívá.

Stavba Slunce: Poloměr slunečního jádra je asi 1/4 poloměru celé hvězdy. *Jádro* obsahuje přibližně polovinu hmoty Slunce a produkuje 99 procent energie. Ta se odtud šíří *radiační zónou* na dno *konvekční zóny*. Ta je tlustá asi 1/5 poloměru Slunce. Její povrch vidíme jako *fotosféru*. Ta je tlustá asi 300 km. Energie se v radiační zóně šíří tzv. *radiační difuzí*: Fotony jsou pohlcovány a opět vyzařovány. Srážek je tolik, že cesta kvanta enegie trvá $\approx 10^7$ let. Na dně konvekční zóny dochází k porušování statické rovnováhy: teplotní gradient zde překračuje kritickou hodnotu a proto dochází ke konvekci. Ztráta energie cestou na povrch Slunce je tak velká, že to, co vychází z jádra jako vysoce energetický γ–paprsek, je po příchodu do fotosféry viditelným světlem. V konvekční zóně je generováno magnetické pole Slunce. Konvekce viditelně obsahuje turbulentní složku; nezdá se, že by docházelo k osově ymetrické cirkulaci. Sluneční rotace však konvekci ovlivňuje.

Vnější vrstvy Slunce.

V analogii k Zemi se vnější vrstvy Slunce souhrnně nazývají "sluneční atmosféra". Nejspodnější je *chromosféra*. Její průměrná tloušťka je 10 000 km, nejvýše dosahuje 25 000 km. Normálně není vidět, neboť je přezářena fotosférou. Dá se pozorovat pouze při zatmění Slunce. Teplota v chromosféře s výškou stoupá: Na jejím povrchu je $\approx 10^6$ K. Další vrstva je *sluneční korona*. Je to nejřidší část Slunce. Sahá do výšky několika slunečních poloměrů a přechází v meziplanetární prostor. Je tvořena elektrony a ionozovanými atomy. Sluneční korona je patrná při zatmění Slunce nebo - za normálních podmínek - přístrojem zvaným *koronograf*. (Dalekohled, který má v ohnisku malý kotouček - umělý měsíc.)

Teplota sluneční korony: V nejnižších vrstvách korony je teplota $\approx 10^6$ K, potom však s výškou prudce stoupá až na několik milionů K. Vzestup teploty od fotosféry směrem nahoru byl objeven až kolem roku 1940 a dosud není uspokojivě vysvětlen. Snad je chromosféra ohřívána zvukovými vlnami, které jsou generovány v konvekční zóně, a předává tepelnou energii do korony. Na vyšších úrovních může také docházet k ohřívání určitými magnetickými mechanizmy. Ve vnější koroně teplota pomalu klesá. Tam, kde je teplota nejvyšší, atomy vodíku a helia ztrácejí své elektrony.

Ohřívání koronárního plynu působí, že sluneční přitažlivost je překonána tepelnou expanzí a dochází k transportu jader vodíku, helia a některých těžších prvků, jakož i celých atomů a elektronů ze Slunce. Tento rychlý pohyb částic ven ze Slunce se nazývá *sluneční vítr*. Ve vzdálenosti dvou až tří slunečních poloměrů je dosaženo "supersonické" rychlosti pohybu částic. Pojem *supersonický* je třeba chápat tak, že jde o rychlost vyšší než tzv. *Alfvénova rychlost*, která souvisí s velikostí magnetické indukce v daném prostoru: $v_A = \frac{B}{\mu_0 \rho}$. (Je to rychlost, jíž se šíří magnetické, tzv. Alfvénovy vlny.) Sluneční vítr je vlastně nepřetržité rozpínání sluneční korony. O prostředí, které se takto rozpíná, můžeme mluvit jako o slunečním *plazmatu*. Jako plazma je definováno prostředí, ve kterém alespoň částečně platí *Alfvénův teorém*, tj. teorém o *zamrzlých siločarách*. Protože sluneční korona má daleko ke kontinuu, je zde platnost Alfvénova teorému omezená. Přesto má sluneční vítr do jisté míry schopnost odnášet s sebou magnetické pole Slunce. Odnáší je určitě až k Saturnu, možná že až za Plutona.

Hustota slunečního větru i jeho *rychlost* závisí na okamžité aktivitě Slunce. Je-li sluneční činnost nízká, má sluneční vítr v blízkosti Země hustotu $\rho \approx 10 - 100$ částic v cm^3 a letí rychlostí $\approx 500 km\, s^{-1}$. Při slunečních erupcích jsou rychlost i hustota částic podstatně zvýšeny.

Struktura slunečního povrchu.

Pouhým okem vidíme pouze fotosféru; chromosféra i korona jsou jí přezářeny. Dalekohledem s filtrem můžeme rozeznat strukturu fotosféry. Je to vlastně povrchová vrstva konvekční zóny. Konvekce se projevuje jako zrnitá struktura fotosféry - *granulace*. Jednotlivá zrna mají ve skutečnosti průměrné rozměry $\approx 1200\, km$. Ve středu disku granulace zdánlivě mizí (je přezářena). Granule mají omezené trvání: od minut do jednoho dne.

Na okraji slunečního disku lze koronografem (při zatměních pouhým okem) pozorovat výběžky různých velikostí i tvarů, tzv. *prominence* (dříve protuberance). Jsou to objekty o teplotě řádově stokrát nižší a hustotě sto- až tisíckrát vyšší než v okolní koroně. Při

rotaci Slunce se prominence dostávají na plochu disku. Na okraji disku se jeví jako světlé útvary, kdežto na fotografiích disku jsou to tenké tmavé meandrující útvary; nazývají se *filamenty.*

Jsou dva základní typy prominencí:

1) *Klidná prominence* začíná jako poměrně malý filament v aktivní oblasti slunečního disku, potom ztloustne a prodlouží se a může vydržet až několik měsíců. Může sahat až do výše 50 000 km. Pohlcuje záření fotosféry, proto se filament jeví jako tmavý.

2) *Aktivní (eruptivní) prominence* vznikají rovněž v aktivní oblasti Slunce a obvykle jsou spojeny se vznikem útvaru *solar flare* v chromosféře ("sluneční vzplanutí", náhlý vznik velmi jasné plošky). Mají dynamickou strukturu, prudké pohyby, vyšší teplotu než klidné prominence a trvají minuty až hodiny.

Solar flares jsou považovány za místa, kde dochází k přeměně energie magnetického pole v enrgii tepelnou a kinetickou energii částic. Trvají několik minut až desítky minut.

Rotace Slunce je diferencovaná. Její rychlost se zmenšuje od rovníku k pólům. Na rovníku trvá otočka asi 25 dní, v polárních oblastech 35 až 40 dní. To ovšem je *siderická* rychlost, tj. rychlost rotace, jak by byla pozorována z jiné hvězdy. *Synodická rychlost* sluneční rotace je rychlost, kterou pozorujeme ze Země. Je to kombinace rychlosti siderické a oběhu Země kolem Slunce. V nižších heliocentrických šířkách činí asi 27 dní.

Mírou *sluneční aktivity* je výskyt *slunečních skvrn.* Jsou to místa, která mají na slunečním povrchu rozměr až $10^5\ km$. Jsou kruhového nebo nepravidelného tvaru. Jsou to mělké deprese o nižší teplotě než jakou má okolí (3700 K). Mají ohromná magnetická pole, dosahující $3 \div 4 \cdot 10^{-1}\ T$. Sluneční skvrny se vyskytují většinou ve skupinách. Sluneční aktivita se měří *Wolfovým číslem*, což je tzv. *relativní číslo slunečních skvrn*:

$$R = k(10g + f),$$

kde f je počet skvrn, g je počet skupin skvrn a k je konstanta přidělovaná jednotlivým observatořím (závisí na průměru dalekohledu).

Vývoj slunečních skvrn:

První skvrnka se vyvine z některého zrnka sluneční granulace a je ze Země pozorována pod úhlem $\approx 2''$. Potom se rozpadne na skupinku malých skvrn, ty se nakonec polarizují a vytvoří dvojici velkých skvrn. Další vývoj je patrný na obrázku. Kolem 10. dne zabírají skvrny maximum plochy, potom se 12 až 15 dnů zmenšují, až se poslední skvrny ztratí. *Rekurentní skvrny* jsou ty, které žijí po několik slunečních otoček.

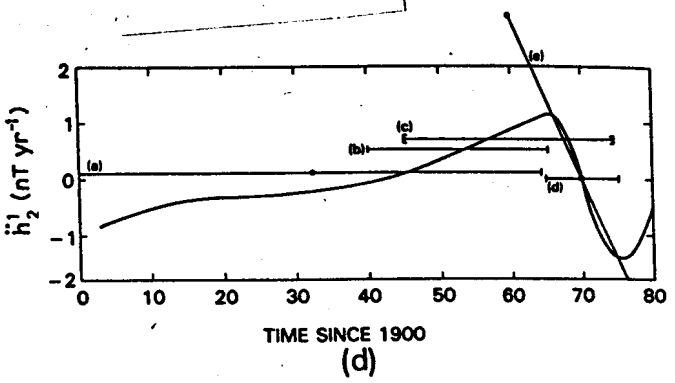
Jedenáctiletý cyklus slunečních skvrn: Jak počet, tak plocha skvrn se mění v jedenáctileté periodě. V minimu aktivity dosahují roční průměry R několik jednotek, v dobách maxima obvykle přesahují 100.

Začátek cyklu se klade do minima. V tomto období se první skvrny objeví v šířkách $\pm 30°$, zřídka ve $\pm 40°$. V dalším vývoji počet skvrn roste a posouvají se k rovníku, při maximu počtu jsou při $\pm 15°$. Pak skvrn ubývá. Přitom se posouvají až k $\pm 8^0$ a tam mizí. Zároveň se na $\pm 30°$ objevují nové. Asi po dva roky v období minima je tedy možno pozorovat současně starý i nový pruh. Toto schéma stěhování slunečních skvrn se nazývá *Spörerův zákon*, graficky se znázorňuje v tzv. *Maunderově diagramu* nebo "motýlovitém" diagramu. (Obrázek.) *Magnetická polarita slunečních skvrn.* Během jedenácti let si dvojice slunečních skvrn udržují stejnou magnetickou polaritu. Na severní polokouli jsou např. všechny pravé

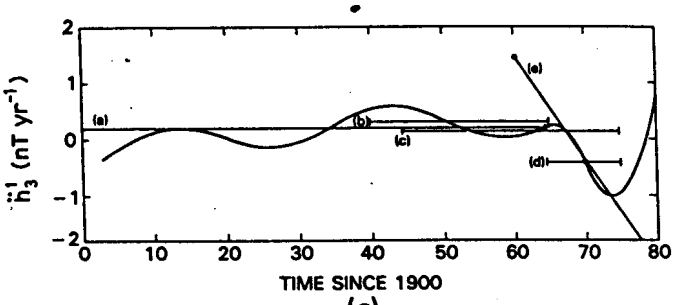
skvrny kladné, na jižní polokouli jsou kladné levé skvrny. V dalších jedenácti letech je polarita opačná. Celý magnetický cyklus Slunce tedy trvá **22 let**. Po jedenácti letech se mění také polarita dipólového pole Slunce.
Po vynálezu dalekohledu (1609) byly pozorovány dva cykly slunečních skvrn, ale ne jedenáctileté, nýbrž patnáctileté. Poté sluneční činnost na dlouho ustala. Mezi léty 1645 až 1715 nebyly pozorovány sluneční skvrny. Tomuto období se říká *Maunderovo minimum*.
Dendrologové dovedou sledovat sluneční aktivitu podle letokruhů stromů. Tímto způsobem bylo Maunderovo minimum potvrzeno, ale kromě něho byla objevena i další podobná minima ve vzdálenější minulosti.
Poslední jedenáctiletý cyklus měl maximum v epoše 1989,8. Tehdy bylo Wolfovo číslo $R = 162$.
Přehled magnetických polí na Slunci: Dipólové $\approx 10^{-4}\,T$ je v nižších šířkách překryto silným polem o složitější multipólové struktuře o velikosti $\approx 10^{-2}\,T$. Pole skvrn je řádu $10^{-1}\,T$.
Sluneční skvrny jsou místa, v nichž magnetické silotrubice vystupují ze sluneční konvektivní zóny nebo se do ní vracejí. Je možné, že při tom, jak jsou unášeny a zmítány pohyby slunečního plazmatu, setkávají se někdy silotrubice opačných znamení, anihilují vzájemně svá magnetická pole a tím uvolňují energii pro sluneční vzplanutí a erupce.

Table 36. Spherical harmonic secular variation (first time derivative) coefficients from the GSFC(12/83) model. Period of validity is 1978–1982. Coefficients for epoch 1980, units are nT/year, mean radius of the Earth is 6371.2 km.

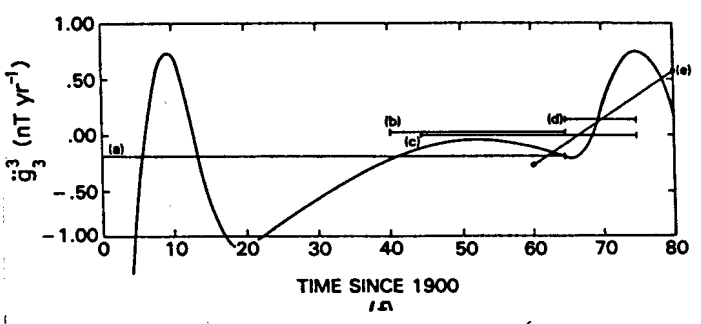
n	m	$\dot{g}_n^m$	Standard error	$\dot{h}_n^m$	Standard error
1	0	26.5	0.17		
1	1	11.9	0.23	−16.0	0.20
2	0	−17.8	0.15		
2	1	3.6	0.16	−15.0	0.19
2	2	3.1	0.22	−24.2	0.22
3	0	1.2	0.13		
3	1	−3.6	0.15	2.3	0.15
3	2	−1.1	0.17	2.5	0.15
3	3	1.8	0.20	−4.1	0.22
4	0	−0.7	0.14		
4	1	−2.1	0.13	2.9	0.14
4	2	−5.8	0.15	2.0	0.14
4	3	−2.4	0.15	2.0	0.16
4	4	−2.8	0.25	−2.4	0.19
5	0	–	0.00		
5	1	–	0.00	1.4	0.15
5	2	−1.3	0.12	0.5	0.13
5	3	−4.1	0.13	−1.0	0.14
5	4	−1.3	0.17	0.6	0.15
5	5	–	0.00	0.1	0.17
6	0	1.6	0.12		
6	1	0.4	0.09	0.4	0.10
6	2	1.0	0.11	−0.7	0.10
6	3	1.3	0.09	–	0.00
6	4	0.6	0.15	−0.4	0.12
6	5	0.8	0.10	0.4	0.13
6	6	1.6	0.14	1.6	0.16
7	0	1.4	0.10		
7	1	−0.7	0.08	−0.9	0.12
7	2	0.3	0.09	0.8	0.09
7	3	–	0.00	0.4	0.10
7	4	0.8	0.10	0.2	0.10
7	5	–	0.00	0.4	0.12
7	6	–	0.00	0.4	0.12
7	7	1.8	0.16	–	0.00
8	0	0.7	0.10		
8	1	–	0.00	−0.6	0.11
8	2	0.3	0.09	–	0.00
8	3	–	0.00	–	0.00
8	4	−0.9	0.10	–	0.00
8	5	0.3	0.08	0.7	0.09
8	6	–	0.00	−0.9	0.08
8	7	–	0.00	–	0.00
8	8	−2.2	0.15	−1.7	0.19
9	0	−0.3	0.11		
9	1	–	0.00	0.5	0.08
9	2	0.5	0.08	–	0.00
9	3	–	0.00	0.9	0.09
9	4	–	0.00	0.6	0.07
9	5	−0.1	0.06	–	0.00
9	6	–	0.00	–	0.00
9	7	–	0.00	–	0.00
9	8	−0.4	0.11	0.4	0.10
9	9	−1.1	0.16	2.1	0.16
10	0	0.9	0.07		
10	1	–	0.00	−0.5	0.07
10	2	−0.5	0.05	–	0.00
10	3	−0.3	0.06	−0.5	0.07
10	4	0.7	0.06	−0.9	0.06
10	5	–	0.00	−0.6	0.05
10	6	–	0.00	–	0.00
10	7	−0.7	0.04	–	0.00
10	8	1.3	0.07	–	0.00
10	9	0.1	0.08	−0.3	0.09
10	10	−0.5	0.12	–	0.00



(d)



(e)



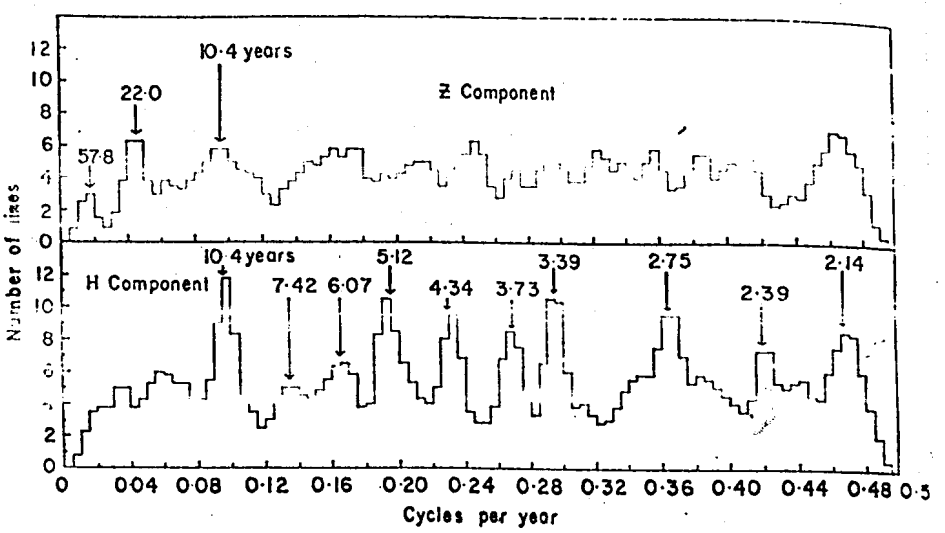


Fig. 4.6. *H* and *Z* smoothed histograms showing the distribution of a number of interpolated lines as a function of frequency which occurred in 97 spectra. The "lines" were chosen by the computer without regard to signal to noise ratio. (After Currie, 1973a.)

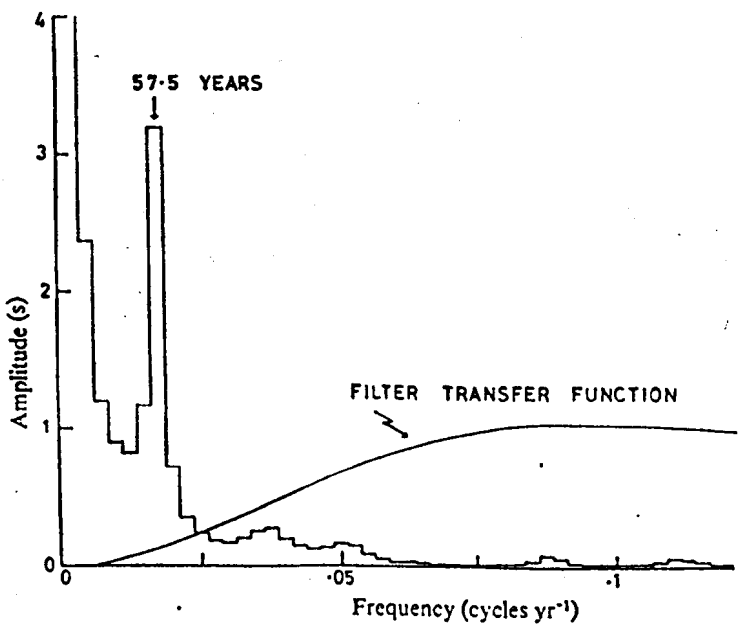


Fig. 4.7. Amplitude spectrum in seconds of time for yearly fluctuations in the length of the day from 1824–1950. Two hundred estimates were computed with a bandwidth of 0·0025 cycles yr^{-1} but only estimates up to 0·25 the Nyquist limit are plotted. Also shown is the transfer function of the high pass filter applied to the source data. (After Currie, 1973b.)

IONOSFÉRA

Význam vysoké atmosféry pro geomagnetické pole byl odhalen na přelomu 19. a 20. století. V roce 1882 vyslovil *B. Stewart* poprvé domněnku, že zdroj denní geomagnetické variace může být nad zemským povrchem. Tehdy se však představa, že by nějaká vrstva atmosféry mohla být elektricky vodivá, zdála být nepřijatelná.

V roce 1912 však *A.Schuster* vykonal kvantitativní analýzu denní variace a dokázal, že se tento jev dá vysvětlit jedině elektrickými proudy v atmosféře. Výpočty však neumožnily stanovit výšku, ve které proudy tekou. Schuster předpokládal, že je to ve výši řas, tj. zhruba 6 až 10 km. (Byl to však špatný odhad!)

Mezitím se na počátku 20. století uskutečnil přenos rádiového signálu přes Atlantik (*G.Marconi*), a to vyvolalo zájem o vysoké vrstvy atmosféry. *A.E.Kennelly a O.Heaviside* vysvětlili v roce 1902 zdar Marconiho pokusu existencí vodivé vrstvy ve výšce asi 80 km. Tato vrstva byla později opakováním pokusů s přenosem rádiových vln prokázána a vrstva dostala název ionosféra.

Vysokou atmosféru však můžeme dělit na vrstvy podle několika různých hledisek, a to podle toho, kterým fyzikálním vlastnostem nebo stavům přisoudíme roli kritéria.

Dělení podle teploty (meteorologické):

Nejníže je **troposféra**. Jejím charakeristickým rysem je ubývání teploty s výškou v průměru o 0,65° C na 100 m výšky. Troposféra dosahuje výšek 7 až 18 km: Ve středních zeměpisných šířkách je její průměrná výška 11 km, nad rovníkem sahá do výšky 16 až 18 km, nad póly pouze 7 až 9 km.

Troposféru nahoře ohraničuje přechodná vrstva **tropopauza**. Je tlustá několik set metrů až 3 km. Teplota v troposféře se pohybuje mezi −50° C (nad póly) a −80° C (nad rovníkem). Nad tropopauzou je **stratosféra**. Leží v průměru ve výšce 10 až 50 km. V její spodní části do výšky 20 až 25 km se její teplota s výškou nemění, odtud vzhůru roste a dosahuje maxima v průměru kolem 0° C. Vzestup teploty je působen přítomností ozónu.

Stratosféru ohraničuje ve výšce zhruba 50 km **stratopauza** a nad ní je **mezosféra**. Tato vrstva leží mezi 50 a 80 km výšky. Teplota v ní klesá. Ve vysokých zeměpisných šířkách je teplota při horní hranici mezosféry v zimě až −50° C, v létě až −90° c.

Nad mezosférou je přechodná vrstva **mezopauza** a nad ní je **termosféra**. Rozprostírá se od 80 km nahoru. Do výšek 200 až 300 km v ní teplota vzrůstá až k hodnotám řádově stovek °C. V tomto případě však již jde o tzv. *kinetickou teplotu*, kterou nelze měřit běžnými metodami. Určuje se na základě kinetické teorie pohybu molekul. Termosféra je shora ohraničena **termopauzou**. Ta je některými autory umísťována do výšek asi 450 km, jiní ji uvažují až do výšek, ve kterých se ještě vyskytují polární záře, tj. až asi do 700 km. Někteří autoři dokonce označují termínem termosféra celou část atmosféry nad mezopauzou bez omezení. Jindy se vnější část atmosféry nad termopazou nazývá **exosféra**. Je to ta část atmosféry, z níž unikají plyny do vnějšího prostoru.

Chemické dělení

Mezi 10 a 50 km, tedy zhruba ve stratosféře, je **ozonosféra**. Je to vrstva, v níž vlivem fotochemických procesů vzniká ozon.

Dělení podle elektrické vodivosti

Zhruba do 60 km je **neutrosféra**, od 60 km až asi do 500 km je **ionosféra**. V této vrstvě je značná část molekul vzduchu ionizována jednak krátkovlnným, jednak korpuskulárním zářením Slunce. Na ionizovatelnost atmosféry má vliv teplota, tlak a chemické složení. Míra ionizace závisí také na sluneční aktivitě. Kromě štěpení na ionty a elektrony probíhá v ionosféře zároveň jejich rekombinace. Její rychlost závisí na hustotě prostředí. Podle vlivu na rádiové vlny se ionosféra dělí na několik vrstev:

Vrstva D $\approx 60 \div 90km$. Počet srážek iontů s neutrálními částicemi je vzhledem k hustotě atmosféry v těchto výškách ještě poměrně malý, synchronní rotace atmosféry ještě není narušena (neutrální částice rotují spolu se Zemí). Vrstva D odráží dlouhé rádiové vlny, krátké vlny tlumí. *Vrstva E* je ve výškách $\approx 90 \div 120km$. V této vrstvě je již řidší atmosféra, takže kolizí je méně, ale relativně je ionizace vyšší. Dochází k částečnému rozlišení chování neutrálních částic a iontů: Na pohyb ionizovaných částic má již vliv geomagnetické pole. Vrstva E odráží krátké vlny do $4,5MHz$ ($66m$).
V letních měsících se někdy v našich šířkách vyskytuje i mimořádná, tzv. *sporadická vrstva* E_s, dříve nazývaná Kennellyho- Heavisideova. Odráží vlny až do 10 MH (tj. do 30 m), takže umožňuje i šíření TV signálů. Vrstva E_s se vytváří ve výškách řádné vrstvy E. Příčiny jejího vzniku nejsou známy, souvisí však se sluneční činností.
Vrstvy D a E v noci mizí.
Vrstva F $120 \div 500km$. Zde jsou oba druhy částic již zcela rozpojeny. Elektromagnetické síly jsou zde silnější než vlivy kolizí, pohyby ionizovaných částic jsou proto řízeny již pouze geomagnetickým polem. Vrstva F umožňuje šíření krátkých vln ($100 \div 10m$). Existuje po celý den.
Maximální počet ionizovaných částic je ve vrstvě F, zhruba ve výšce 250 km. Typická polední hustota je tam ($10^5 \div 10^6$) částic cm^{-3}. Relativní ionizace s výškou roste (ve výšce 300 km je ionizováno 0,1 ale při klesající hustotě atmosféry s výškou absolutní počty ionizovaných částic jsou od výšky 250 km nahoru všude nižší než v této výšce.
Někteří autoři uvádějí ještě *vrstvu G*, jež má výskyt pouze mimořádný, a to až do výše $\approx 1500km$. Tato vrstva nemá význam pro šíření vln.

Dělení atmosféry z hlediska vlivu geomagnetického pole:

Ve výšce, ve které při řízení pohybů částic začíná dominovoat magnetické pole Země, začíná **magnetosféra**. Je to asi ve $150km$, tedy **v termosféře a v ionosférické vrstvě F**.

MAGNETOSFÉRA

Tvar magnetosféry je výsledkem interakce slunečního větru s geomagnetickým polem. (Sluneční vítr: ionty H^+, He^+ a určité malé množství těžších prvků, šířící se supersonickou rychlostí od Slunce. Supersonický je zde míněno ve smyslu rychlejší než Alfvénova rychlost, $v_A = \frac{B}{(\mu\rho)^{1/2}}$, B je indukce magnetického pole, ρ_0 je průměrná hustota. Normální rychlost slunečního větru: při erupcích až $\approx 500kms^{-1}$, jindy max. $\approx 400km\ s^{-1}$ nebo méně - záleží to na vzdálenosti od Slunce.)

vliv Slunce na magsféru:
www.oulu.fi/~spacevet/textbook/solarwind.html

Obal magnetosféry je vytvářen *magnetopauzou.* To je poměrně tenká vrstva, protékaná el. proudy. Geomagnetické pole je do ní uzavřeno.
Uvnitř magnetopauzy jsou také nabité částice, které byly nějakým způsobem zachyceny magnetosférou. Hned na počátku družicové éry byly objeveny *radiační* neboli Van Allenovy pásy. Jsou ve výškách $1000 \div 50\,000 km$. Vnitřní pás, obsahující převážně protony, byl objeven 1958 J.A. van Allenem, vnější, tvořený velmi rychlými elektrony, byl 1959 objeven van Allenem a S.N.Vernovem.
Magnetosféra je velmi dynamický objekt. Jeho viditelným projevem jsou např. polární záře, pozorovatelné jak ze Země, tak z kosmických lodí. Tvar magnetosféry je v hrubých rysech symetrický vzhledem ke spojnici středů Země a Slunce, ale vzhledem k rovině kolmé na tuto spojnici a procházející středem Země je zcela nesymetrický.
Poloha *magnetopauzy* na denní straně (přesně proti Slunci) je určena tak, že na ní je dynamický tlak slunečního větru v rovnováze s tlakem geomagnetického pole. Nástin odhadu: Statický tlak pole $\approx B^2$, dyn. tlak slun. větru $2\rho u^2$.
Klade-li se $\rho \approx 1,5 \cdot 10^{-23} g cm^3$ a $u \approx 350 kms^{-1}$, a kdybychom předpokládali nedeformovaný prostorový průběh dipólového pole, vyrovnal by se tlak magetického pole s tlakem slunečního větru ve vzdálenosti $7,7 R_Z$ (zemských poloměrů). Ve skutečnosti je to jinak: Pole se slunečním větrem stlačuje, čímž se v každém bodě spojnice středů Země - Slunce intenzita pole zvyšuje. Bod rovnováhy je proto ve větší vzdálenosti od Země. Je to $\approx 10 R_Z$.
Země letí do slun. větru rychlostí $350 \div 400 kms^{-1}$. Na ploše srážky magetosféry se slun. větrem vzniká nárazová vlna. Její fronta má název *bow shock.* Mezi bow shock a magnetopauzou je oblast zvaná *magnetosheath*, česky obvykle *magnetická přechodná vrstva.* Jako vždy za nárazovou frontou, i zde, v přechodné magn. vrstvě, se částice pohybují "podzvukovou" rychlostí.
Tvar magnetopauzy na noční straně:
Podle Alfvénova teorému (zamrzlost siločar) sluneční vítr s sebou vleče jednak siločáry slunečního magnetického pole, jednak strhává také geomagnetické siločáry na noční stranu. Na noční straně je tedy pole zeslabeno a jeho tvar se velmi odchyluje od tvaru pole dipólu. Kdyby jediným zdrojem vnitřního magnetického tlaku v protáhlé části magnetosféry bylo geomagnetické pole, měla by magnetosféra slzovitý tvar. Je tomu však jinak. *Podle pozorování* tekou v protažené části proudy, tvořené pohybem částic, a to prostředkem ve směru ráno - večer. Po obvodu se vracejí. Tyto proudy budí magnetické pole, jež magnetosféru ještě více protahují; vzniká tak *magnetosférický chvost.* Zůstává nerozhodnuto, zda je magnetosféra "otevřená" nebo "zavřená". Soudí se, že spíše *otevřená*: To znamená, že některé ze siločar se napojují na meziplanetární pole. Tím vzniká daleko v chvostu bod, v němž vektor geomagnetické indukce mizí, tzv. *neutrální bod.* Pojem "siločára" zde ztrácí smysl. V takových místech se siločáry mohou rozpojovat a znovu - jinak - spojovat. (*Magnetic merging.* Magnetické pole je zde velmi slaboučké, dá se mluvit o *neutrální vrstvě* uvnitř magnetosférického chvostu. To je prostor pro možný kontakt mezi vnitřním prostorem magnetosféry a vnějším prostorem (možnost vnikání částic).

Geometrie magnetosféry ve vysokých šířkách.

Některé ze siločar, které vycházejí z polárních oblastí Země na denní stranu, jsou slunečním větrem strhávány na noční stranu. Mezi první "noční" a poslední "denní" siločárou je tzv. *cusp* (hrot). Je to oblast velmi slabého pole, další místo, kde částice ze slunečního větru

mohou vstupovat dovnitř zemské magnetosféry.
Sluneční vítr je velmi *proměnný s časem.* Jeho tlak na geomagnetické pole se tedy mění a nutí magnetosféru, aby měnila tvar. To potom vede - zprostředkovaně přes ionosféru - ke změnám pole na zemském povrchu.
Změny slunečního větru mají za následek nepravidelné *poruchy a bouře* v magnetickém poli Země. *Pravidelné variace geomagnetického pole* jsou důsledkem *pravidelných změn v ionosféře*, jež souvisejí se zemskou *rotací.* Jde o slapové síly a teplotní změny. Teplotní změny hrají roli hlavně v nižších vrstvách ionosféry. Dohromady se těmto dvěma typům časových variací říká anglicky *transient variations*, česky bychom jim mohli říkat nejspíše *rychlé* nebo *krátkodobé* variace. Oba typy slouží ke zjišťování elektrické vodivosti v Zemi.

POHYB ČÁSTIC V OKOLÍ ZEMĚ

Magnetosféru vyplňuje **plazma**, plyn složený z kladných a záporných iontů. Záporné ionty jsou - s výjimkou nejnižších vrstev ionosféry - vždy elektrony. Koncentrace obojích částic je přibližně stejná.
Plazma obklopující Zemi je prostoupeno magnetickým polem, působí v něm však i pole elektrická. Kde se elektrická pole v magnetosféře berou: 1) Jsou indukována změnami magnetických polí. 2) Jsou důsledkem náboje zemského povrchu. 3) Pocházejí z interakcí mezi magnetosférou a slunečním větrem.
K poznání chování plazmatu v okolí Země je tedy nutno studovat síly, působící na částice jak v magnetickém, tak v elektrickém poli.

Částice má hmotu m a náboj $+e$. Při pohybu na ni působí *Lorentzova síla*

$$\vec{f} = e[\vec{v} \times \vec{B}].$$

Nepůsobí-li jiné síly, plyne z pohybové rovnice

$$m\dot{\vec{v}} = e[\vec{v} \times \vec{B}], \tag{1}$$

že

$$v = konst. \tag{2}$$

Jestliže částice vletí do pole kolmo, létá stále po kružnici, jejíž plocha je kolmá k $\vec{B}$. Dostředivá síla se rovná L. síle, tedy

$$\frac{mv^2}{r} = evB. \tag{3}$$

Poloměr

$$r_c = \frac{mv}{eB} \tag{4}$$

se nazývá *cyklotronový* nebo *gyrační* nebo též *larmorovský* poloměr. Úhlová rychlost

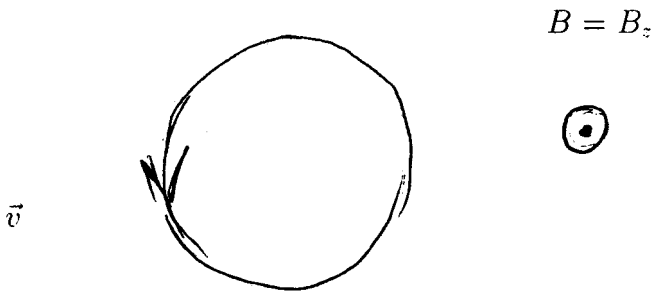
$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$

je tzv. *gyrační frekvence*. Není-li $\vec{v} \perp \vec{B}$, složka $\vec{v}$ do směru siločáry zůstává stejná a sčítá se s kruhovým pohybem, takže vzniká spirálový pohyb podél siločáry. Při klesajícím B gyrační poloměr roste.

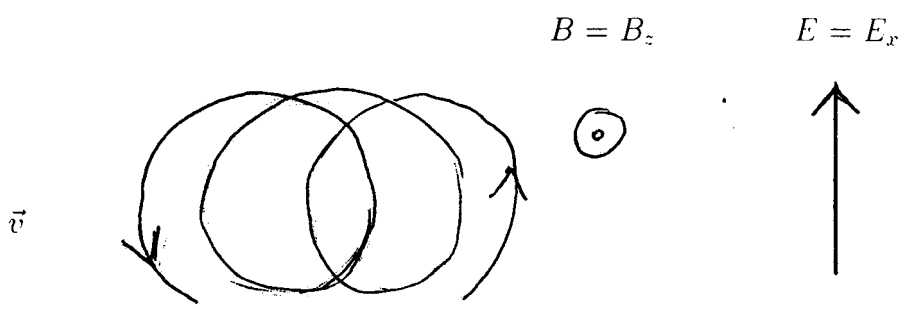
DRIFT ČÁSTIC VE VYSOKÉ ATMOSFÉŘE

je jev, který může vznikat dvěma způsoby: 1) současným působením elektrického a magnetického pole na letící částici, 2) působením nehomogenity pole $\vec{B}$.

Působení *elektrického pole*:
Uvažujme nejprve jen magnetické pole. Iont do něho vletí kolmo a létá po kružnici o poloměru $r = \frac{mv}{eB}$.



Nyní uvažujme ještě elektrické pole kolmé na $\vec{B}$:



Iont bude elektrickým polem na jedné polovině své dráhy urychlován, na druhé polovině brzděn. Předpokládá se, že magnetické pole je dostatečně silné a elektrické pole dostatečně slabé, takže dráha zůstává přibližně kruhová; odchylka od přesného kruhu je dána tím, že iont letící ve směru el. pole má větší rychlost a tedy i poloměr křivosti (letí "rovněji"), kdežto v opačném směru je jeho dráha zakřivenější. Částice driftuje: Její *gyrační střed* (tj. střed nedeformovaného kruhu) se pohybuje konstantní rychlostí, ale ne ve směru elektrického pole, nýbrž ve směru kolmém na vektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$. - Elektron krouží opačnou

rychlostí než kladný iont, ale je brzděn a urychlován v opačných bodech kruhu než iont, takže směr driftu je tentýž u iontů i elektronů.

Výpočet rychlosti driftu.

Pohybová rovnice:

$$m\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

ve složkách:

$$m\frac{\partial v_x}{\partial t} = ev_yB + eE,$$
$$m\partial v_y\partial t = -eBv_x.$$

Místo integrace se postupuje *úvahou:* Systém $\vec{v}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$ se transformuje na systém $\vec{v}'$, $\vec{B}'$, $\vec{E}'$ takto:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_D,\ \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}_D \times \vec{B} = 0,\ \vec{B}' = \vec{B},$$

takže dostaneme rovnici kruhového pohybu v pohybujícím se systému:

$$m\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = e(\vec{v}' \times \vec{B}.)$$

Rovnici

$$\vec{E} + \vec{v}_D \times \vec{B} = 0$$

vynásobíme vektorově zleva vektorem $\vec{B}$ a dostaneme:

$$\vec{B} \times (\vec{v}_D \times \vec{B}) = \vec{E} \times \vec{B}.$$

Za jednoduchého (ale v magnetosféře nikoli nepravděpodobného) uspořádání $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{v}_D \perp \vec{B}$ dostáváme:

$$B^2\vec{v}_D - \vec{B}(\vec{V}_D \cdot \vec{B}) = \vec{E} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2},$$

a protože $\vec{v}_D \parallel (\vec{E} \times \vec{B})$, je

$$v_D = \frac{E}{B}.$$

Rychlost v_D nezávisí na náboji: záporné i kladné částice driftují stejně rychle.

2) Působení gradientu magnetického pole.

Uvažujme místo, kde $\mid \vec{B} \mid = B_z$ a mění se ve směru y. Nechť se $gradB$ v uvažovaném místě mění tak pomalu, že ho můžeme na rozloze jednoho cyklotronového průměru brát jako konstantu. Použijeme kartézské jednotkové vektory $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Vektor $\vec{B}$ rozvineme v uvažovaném místě taylorovsky:

$$\vec{B} = \vec{k}(B_0 + y\frac{\partial B}{\partial y}).$$

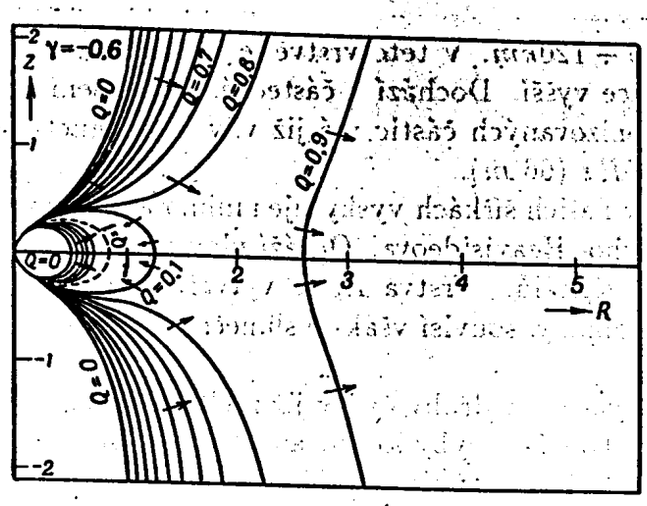


Рис. 220. Кривые $Q = \text{const}$ для $\gamma = -0{,}6$.
(По Штёрмеру.)

$$Q = 1 - \left(\frac{R}{r^3} + \frac{2\gamma}{R}\right)^2.$$

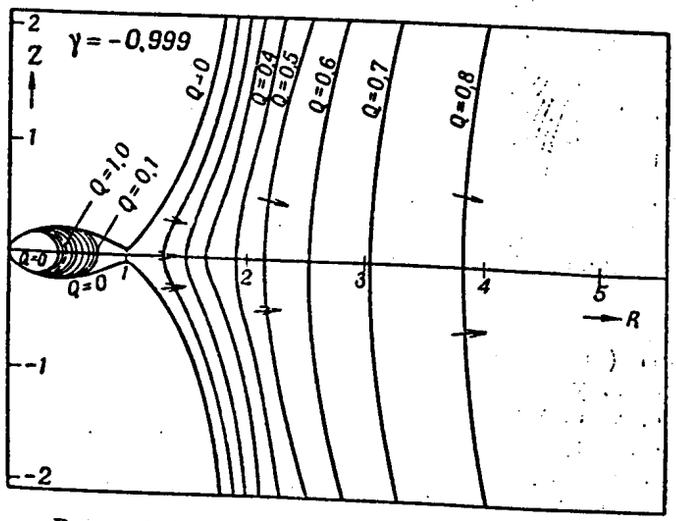


Рис. 219. Кривые $Q = \text{const}$ для $\gamma = -0{,}999$.
(По Штёрмеру.)

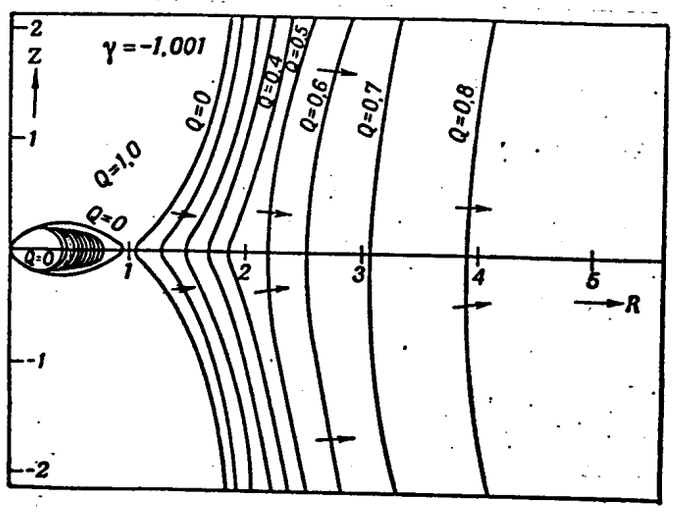


Рис. 218. Кривые $Q = \text{const}$ для $\gamma = -1{,}001$.
(По Штёрмеру.)

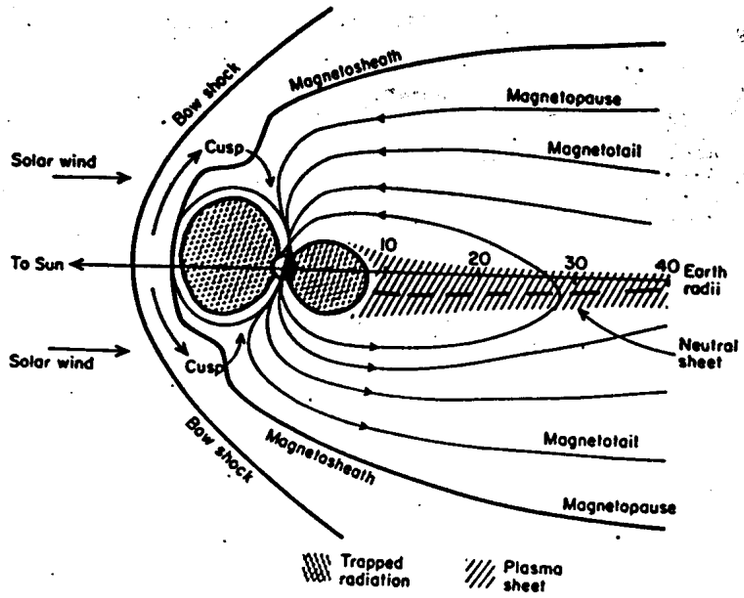


Fig. 2.11. The different regions of the magnetosphere in the noon–midnight meridian plane.

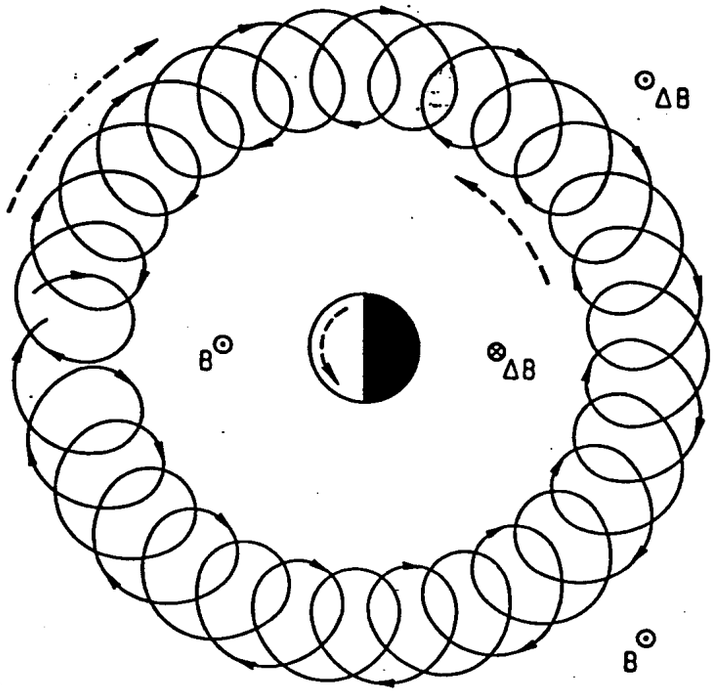


Figure 7. Schematic illustration (Schulz and Lanzerotti, 1974, p. 26) of gyration and azimuthal drift (solid curve) of proton confined to equatorial plane of geomagnetic field B. Dashed curves show associated currents, which would generate field perturbations ΔB in the directions noted.

Vrat'me se na chvíli k homogennímu poli: Tam platí pro sílu $\vec{f}$, působící na letící nabitou částici rovnice

$$\vec{f} = e(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Definujme *střední sílu* $\overline{\vec{f}}$: Nechť je to průměr $\vec{f}$ za dobu jednoho oběhu $T = 2\pi/\omega$. V homogenním poli platí

$$\overline{\vec{f}} = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{f}dt = 0.$$

Nyní spočítáme střední sílu v nehomogenním poli:

Částice se pohybuje v rovině x, y. Její polohu popíšeme pomocí úhlu θ sevřeného polohovým vektorem a osou x :

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y = \vec{i}r\cos\theta + \vec{j}r\sin\theta.$$

Sílu $\vec{f}$ můžeme vyjádřit takto:

$$\vec{f} = e\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{k}\left(B_0 + y\frac{\partial B}{\partial y}\right).$$

Spočítejme střední sílu:

$$\overline{\vec{f}} = \frac{e}{T}\int_0^T r(-\vec{i}\sin\theta + \vec{j}\cos\theta)\frac{d\theta}{dt} \times \vec{k}\left(B_0 + r\sin\theta\frac{\partial B}{\partial y}\right)dt =$$

$$= \frac{erB_0}{T}\left(\int_0^{2\pi}\vec{j}\sin\theta d\theta + \vec{i}\int_0^{2\pi}\cos\theta d\theta\right) + \frac{er^2}{T}\frac{\partial B}{\partial y}\left(\vec{j}\int_0^{2\pi}\sin^2\theta d\theta + \vec{i}\int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\theta d\theta\right).$$

První dva integrály jsou rovny nule. Jak se dalo očekávat, střední síla, působící na částici, je působena pouze členem, který obsahuje gradient $\vec{B}$. Pro třetí a čtvrtý integrál platí: $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$ a $\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2}\sin^2 x$. Je tedy

$$\int_0^{2\pi}\sin^2\theta d\theta = \pi, \quad \int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\theta d\theta = 0.$$

Pro střední sílu jsme dostali vzorec

$$\overline{\vec{f}} = \vec{j}\frac{\pi e r^2}{T}\frac{\partial B}{\partial y}.$$

Střední síla, která působí *na gyrační střed* krouživého pohybu, působí ve směru gradientu $\vec{B}$ a je mu úměrná.

Nyní můžeme využít analogie s předchozím výsledkem, totiž s výpočtem rychlosti, kterou ovlivňuje elektrické pole $\vec{E}$. Vtip je v tom, že místo $\vec{E}$ si můžeme představovat jinou vnější sílu. Směr *rychlosti gyračního středu* $\vec{v_D}$ i tvar funkce pro její velikost můžeme určit tak, že místo $\vec{E}$ budeme uvažovat $\overline{\vec{f}}$, tedy:

$$\vec{v_D} \parallel \left(\vec{j}\frac{\partial B}{\partial y} \times \vec{B}\right), v_D = konst \cdot \left|\nabla|\vec{B}| \times \vec{B}\right|.$$

V konstantě úměrnosti (tedy ve vzorci pro střední sílu) se vyskytuje náboj částice, rychlost je tedy v tomto případě jiná pro elektrony než pro protony.

Prstencový proud

je důsledek driftu částic v magnetosféře. Je to proud nabitých částic, pocházejících ze slunečního větru a zachycených zemskou magnetosférou. Pohybují se po uzavřených trajektoriích, protony vždy západním směrem. Jedině ty trajektorie, které protínají magnetopauzu v neutrální vrstvě chvostu, nejsou uzavřené. Jsou pokládány za zdroj pro prstencový proud.

Mezi ionosférou a oblastí prstencového proudu je - bez zřetelného rozhraní - oblast pojmenovaná *vnitřní plazmosféra*. Oblast bezprostředně nad prstencovým proudem bývá někdy zvána *přikrývka* neboli *vnější plazmosféra*; zasahuje až do chvostu. Prstencový proud i plazmosféra jsou ještě v oblasti, kde geomagnetické pole zhruba připomíná pole magnetického dipólu.

Plazmosféra i oblast prstencového proudu jsou prostoupeny pásy se zvýšenou koncentrací částic o vysokých energiích (van Allenovy-Vernovovy pásy, viz výše). Odlišení v.A. pásů od prstencového proudu je čistě energetické: enrgie musí být vyšší než $\sim 200keV$. Nejvýraznější jsou: "vnitřní", s protony o energiích $\geq 30MeV$ s maximem na 1,5 poloměrů zemských, a "vnější", rozprostírající se nad 3,5 zemských poloměrů, s energiemi elektronů (i protonů) do několika MeV.

Prstencový proud je významným činitelem při vzniku geomagnetických bouří.

Vodivost plazmatu v ionosféře

je $\sigma = \frac{I}{E}$, kde I je hustota proudu tvořeného určitým druhem nabitých částic. $I = Nev$, kde N je koncentrace iontů a v je střední rychlost. Pro rychlost $\vec{v}$ platí ve stacionárním stavu rovnice rovnováhy: Síla, kterou na částici působí elektromagnetické pole, se vyrovnává silou vnitřního tření, jež vzniká srážkami částic:

$$e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = m\nu\vec{v},$$

kde ν je pravděpodobnost srážky a m je hmota částice.

Je patrno, že vodivost plazmatu je silně *anizotropní*, neboť je v každém místě dána konfigurací polí $\vec{E}$ a $\vec{B}$. Proto vzniká např. silný polarizační efekt v rovině rovníku. Silný gradient vodivosti, kolmý k $\vec{B}$ (jde o tzv. Cowlingovu vodivost) má za následek silný elektrický proud kolmý na $\vec{E}$ i $\vec{B}$, tzv. rovníkový *electrojet*, omezený na úzké rovníkové pásmo.

KRÁTKODOBÉ VARIACE GEOMAGNETICKÉHO POLE

se zaznamenávají na magnetických observatořích pomocí *variačních přístrojů*. Ty se dají v zásadě rozdělit na dva typy: *1) magnetometrické*, v nichž se působení magnetického otáčivého momentu vyvažuje momentem mechanickým (tíže nebo torze vlákna) a *2) indukční*, využívající indukce, která vzniká v uzavřeném obvodu při změně magnetického pole. V obou případech je nutno řešit pohybové rovnice a vyhodnocovat záznamy podobně jako záznamy seismické (existují vlastní kmity přístrojů, dynamické zvětšení je závislé na periodě kmitů atd.).

Pravidelné variace.

Variace s periodou jednoho dne byly objeveny již roku 1722 londýnským fyzikem *Georgem*

Grahamem. Od roku 1741 je pozoroval i *Anders Celsius* v Uppsale. Písemně se navzájem informovali. Věděli i to, že existují klidné a porušené dny, říkali tomu "magnetické počasí". Od roku 1832 zaznamenával C. Gauss v Göttingen průběh deklinace v porušených dnech. Zavedl užívání metody zrcátka a stupnice. V greenwichské observatoři začali registrovat denní změny fotograficky, jinde to však zavedli až ve 20. století. Dnes - digitální záznamy.

Denní variace jsou ze všech pravidelných variací nejstabilnější. Spektrální hustota počítaná z dlouhých záznamů má ostrá maxima na frekvencích 1,2,3 a 4 cykly za den. Variace je rozeznatelná všude s výjimkou nejvyšších šířek, pokud ovšem není normální denní průběh zcela zastřen poruchou. Má amplitudy v oboru $50 \div 100$ nT, avšak v pruhu $\pm 2^\circ$ kolem magnetického rovníku má až 250 nT (zvláštní režim - electrojet). Denní variace je působena atmosférickými slapy (sluneční slapy a ohřev vysoké atmosféry na denní straně). Její pole je určeno vzájemnou polohou Země a Slunce. Jde přitom o azimut i výšku Slunce, proto je průběh této variace modifikován i v závislosti na roční době.

Morfologie denní variace. Na dvou stanicích, které jsou na téže zeměpisné šířce, ale v různých délkách, je v magneticky klidném dni průběh variace téměř totožný; liší se jen o fázi, jež je úměrná rozdílu délek. V prvním přiblížení je tedy denní variace funkcí jen zeměpisné šířky a lokálního času.

Složka X má v nízkých šířkách obou polokoulí jediné maximum, a to kolem polene. Do šířek $\pm 35^\circ$ se toto maximum zmenšuje, nastupuje slabá vlna se dvěma extrémy, v ještě vyšších šířkách je kolem poledne minimum. Vysoké šířky kolem pólů mají zvláštní režim, působený polárními "cuspy" v magnetosféře.

Složka Y: Kolem rovníku je nevýrazná, ve středních a vyšších šířkách severní polokoule má ranní maximum a odpolední minimum, na jižní polokouli obráceně.

Složka Z je málo výrazná. Má tendenci tvořit na severní polokouli minimum a na jižní maximum kolem poledne.

Pole denní variace můžeme znázornit vektorově. Obraz můžeme pokládat za neměnný vzhledem ke spojnici Země-Slunce. Každý bod zemského povrchu se v tomto poli otáčí, a tím vzniká denní variace.

Analýza denní variace. Vezměme element E. Nechť ΔE je rozdíl mezi okamžitou skutečnou hodnotou elementu a jeho střední měsíční hodnotou. Můžeme psát:

$$\Delta E = S_q + L + D.$$

S_q ... Solar quiet, *denní klidná variace*, působená vlivem Slunce (slapovým + ohřevem atmosféry). Najde se tak, že se pro každý měsíc stanoví 5 klidných dnů; určuje je světové centrum po zpracování došlých hlášení ze všech stanic. Označují se jako dny Q. V každé stanici se pak udělá průměr průběhu denní variace z těch 5 dnů, a to je pro danou stanici S_q.

L ... Lunar, *lunární denní variace.* Je působena měsíčními slapy a má proto periodu 24 hodin 50 minut. Objevil ji Karl Kreil v roce 1841 na astronomické observatoři v pražském Klementinu.

Amplituda variace L činí asi 10 až 20 procent amplitudy S_q. (U sluneční denní působí ohřev atmosféry velmi výrazně na slapové oscilace.) Variace L má zřetelnou půldenní periodu. Její oddělení od S_q je velmi pracné. (Musí se dělat pro každou hodinu průměry za 28 dní,

ty se pak odečítají od úplné denní variace.) Variace L je modifikována také fázemi Měsíce. Tím vzniká i určitá *lunární měsíční variace* s periodou 28 dnů.
Mechanismus variace L se musí vysvětlovat současně s mechanismem S_q.
$\underline{D}$ ...Disturbance. Je to poruchová složka denní variace. Sestává ze dvou částí: $D = D_{st} + S_D$. Není-li právě bouře a není-li den Q, je $D \sim S_D$. Je-li den Q, je $S_D = 0$. S_D má podobně jako S_q denní chod závislý na zeměpisné šířce, závislost je však jiná než u S_q. (U horizontální složky se průběh (maxima-minima) mění na $\pm 55^\circ$ šířky. D_{st}...storm time variation. Tato součást variace přísluší časovému průběhu magnetické bouře.
Roční variace: Měsíční průměry průběhů S_q mají roční chod. Amplituda je větší v letních měsících a existuje také fázový posun: Maximum nastává v létě dříve než v zimě. Amplituda roční variace tvoří asi 10 až 20 procent amplitudy S_q.
Obzvláštní péče se musí věnovat volbě baze pro průběh S_q. (Nenulová noční hodnota, jež může být důsledkem proudů indukovaných v Zemi, ale také ionosférické vrstvy F, která v noci nemizí; potíž s D_{st}, jež při pomalém a klidném návratu z porušené hodnoty na normál může zůstat nerozeznána.)

Analýza variace S_q

Okamžitá velikost S_q v prvním přiblížení závisí v každém bodě zemského povrchu na jeho zeměpisné šířce a na lokálním čase T. Platí: $T = t + \Phi$, kde t je světový (greenwichský) čas a Φ je zeměpisná délka. (Zcela přesné to není proto, že geomagnetický dipól je skloněný k zemské ose a tím se obraz pole, viděného "ze Slunce", při rotaci přece jen nepatrně mění.)

Když *A. Schuster* koncem 19. století studoval zjištěné rozložení S_q, dospěl k názoru, že pole S_q musí být vyvoláváno dvěma proudovými smyčkami, z nichž jedna musí být nad resp. pod severní, jedna nad resp. pod jižní polokoulí. O jejich orientaci musí rozhodnout směr (smysl) ΔZ, což je změna vertikální složky příslušná S_q.

Která varianta (nad–pod) je možná?
Nad povrchem? Na severní polokouli je ve dne minimum Z, to znamená, že ΔZ musí mířit nahoru, neboť směr Z je definován jako kladný ve směru dolů. Na jižní polokouli je denní maximum Z. Kladný směr Z míří dolů, maximum je tedy vyvoláno variací ΔZ orientovanou dolů. Popsané orientaci variace vertikální složky odpovídá takovéto rozložení proudových smyček:

Pod povrchem? Severní minimum je vytvářeno vektorem ΔZ mířícím nahoru, jižní maximum – vektorem mířícím rovněž nahoru:

Druhá varianta není myslitelná. **Proudy musí téci nad Zemí.**

Ověření výpočtem:

Schuster spočítal z dat variace S_q Schmidtovy koeficienty potenciálového rozvoje (tzn. koeficienty pro vnější zdroje) a zjistil: Určují-li koeficienty správně variaci horizontální složky, je variace vertikální složky menší než naměřená. Předpoklad, že proudy tekou pouze nad zemí, tedy nebyl zcela přesný. Určitá menší část pole variace musí příslušet proudům indukovaným v zemi.

Pole variací se získá tak, že se od celkových hodnot geomagnetické indukce zjištěných v určitých bodech k určitému času odečte tzv. hlavní (tj. časově vystředěné) pole. Potenciál $V(r,\theta,T)$ pole variací můžeme psát:

$$V(r,\theta,T) = \sum_{m=0}^{M} (A_m \cos mT + B_m \sin mT),$$

kde

$$A_m = \sum_{n=m}^{N} \left(a_n^m r^n + \alpha_n^m r^{-(n+1)}\right) P_n^m(\cos\theta)$$

a

$$B_m = \sum_{n=m}^{N} \left(b_n^m r^n + \beta_n^m r^{-(n+1)}\right) P_n^m(\cos\theta).$$

Ukázalo se, že řada dosti dobře konverguje. Při přijatém zjednodušení (nezávislost lokálního průběhu variace na zeměpisné délce) platí:

$$Y = 0, \quad X = \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial r}.$$

Položíme-li $r = 1$, jsou složky pole variací dány těmito řadami:

$$X = \sum_{m=0}^{M} \left(\frac{\partial A_m}{\partial \theta} \cos mT + \frac{\partial B_m}{\partial \theta} \sin mT\right),$$

$$Z = \sum_{m=0}^{M} \left(\frac{\partial A_m}{\partial r} \cos mT + \frac{\partial B_m}{\partial r} \sin mT\right).$$

Poslední dvě řady se dají chápat jako Fourierovy rozvoje časových funkcí $X(T), Z(T)$. (T ... lokální čas.) Funkce

$$\frac{\partial A_m}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial B_m}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial A_m}{\partial r}, \quad \frac{\partial B_m}{\partial r}$$

se tedy dají nalézt pro jednotlivé observatoře (tj. zeměpisné šířky) z naměřených časových řad jako Fourierovy koeficienty. Dále platí:

$$\frac{\partial A_m}{\partial \theta} = \sum_{n=m}^{N} (a_n^m + \alpha_n^m) \frac{dP_N^m}{d\theta},$$

$$Z = \sum_{m=0}^{M} \left(\frac{\partial A_m}{\partial r} \cos mT + \frac{\partial B_m}{\partial r} \sin mT \right)$$

Poslední dvě řady se dají chápat jako Fourierovy rozvoje časových funkcí $X(T), Z(T)$. (T ... lokální čas.) Funkce

$$\frac{\partial A_m}{\partial \theta},$$
$$\frac{\partial B_m}{\partial \theta},$$
$$\frac{\partial A_m}{\partial r},$$
$$\frac{\partial B_m}{\partial r}$$

se tedy dají nalézt pro jednotlivé observatoře (tj. zeměpisné šířky) z naměřených časových řad jako Fourierovy koeficienty. Dále platí:

$$\frac{\partial A_m}{\partial \theta} = \sum_{n=m}^{N} (a_n^m + \alpha_n^m) \frac{dP_N^m}{d\theta},$$

$$\frac{\partial B_n^m}{\partial \theta} = \sum_{n=m}^{N} (b_n^m + \beta_n^m) \frac{dP_n^m}{d\theta},$$

$$\frac{\partial A_m}{\partial r} = \sum_{n=m}^{N} (n a_n^m - (n+1)\alpha_n^m) P_n^m(\cos\theta),$$

$$\frac{\partial B_m}{\partial r} = \sum_{n=m}^{N} (n b_n^m - (n+1)\beta_n^m) P_n^m(\cos\theta).$$

Z těchto rovnic se zjistí koeficienty

$$Q_n^m = a_n^m + \alpha_n^m, \; R_n^m = b_n^m + \beta_n^m,$$

$$S_n^m = n a_n^m - (n+1)\alpha_n^m, \; T_n^m = n b_n^m - (n+1)\beta_n^m$$

a odtud koeficienty pro vnější část variace a_n^m, b_n^m a pro vnitřní část α_n^m, β_n^m. Výpočetstředních kvadratických hodnot ukazuje, že ve variaci S_q je poměr vnější a vnitřní části 2 : 1. Tedy: Část variace buzená proudy ve vysoké atmosféře (primární) je dvakrát větší než část indukovaná v pevné zemi (sekundární).

Poruchy geomagnetického pole

Existuje množství rozmanitých nepravidelných poruch pole, objevujících se čas od času, nepravidelně. Někdy jsou téměř nerozeznatelné, někdy však zcela zakryjí pravidelný denní

chod. Největší poruchy se podle analogie s meteorologií nazývají bouře.

Magnetické bouře.

Přesná definice magnetické bouře nebyla formulována. Je to velká porucha, která má alespoň některé z těchto čtyř fází: náhlý začátek, počáteční fáze, hlavní fáze a fáze návratu, a která je nadto doprovázena složitými nepravidelnými fluktuacemi. Bouře může trvat hodiny až dny.

K jednotlivým fázím:

Náhlý začátek se značí *SSC - storm sudden commencement.* V magnetogramu to znamená zvýšení H o jednotky až desítky nT během dvou až tří minut. Je to účinek meziplanetární nárazové vlny na magnetosféru. Tato vlna se potom rychle rozšíří ve formě magnetohydrodynamické vlny kolem Země. SSC je proto na celé Zemi současně. Odděluje hladký průběh v předchozím čase od nehladkého pokračování s nepravidelnými fluktuacemi. Náhlý počátek může chybět.

Počáteční fáze: V průběhu maximálně jedné hodiny po začátku složka H vzrůstá o $30 \div 50$ nT oproti hodnotě před bouří. Někdy vypadá jako pokračování SSC. Po nárůstu setrvá H asi hodinu až dvě na nové hodnotě. Někdy počáteční fáze chybí.

Hlavní fáze: S touto fází je spojena podstata magnetické bouře. Začíná 2 až 10 hodin po začátku bouře. Po několik hodin složka H spojitě klesá, obvykle o $100 \div 200$ nT, ve výjimečných případech až o $1000nT$. Hodnota poklesu H klasifikuje bouři. Zmenšení H je největší na rovníku a zmenšuje se směrem k pólům. Zároveň vzrůstá absolutní hodnota složky Z, a to na obou polokoulích. Hodnota vzrůstu Z roste směrem k pólům, na rovníku je nulová. Změna složky Z je však méně výrazná než změna H. Když se od změn pole při hlavní fázi odloučí ty změny, které příslušejí indukovaným proudům v Zemi, zjistí se, že pole hlavní fáze se dá s dobrou přesností popsat jako homogenní vnější pole, obklopující Zemi a směřující podél geomagnetické osy od severu k jihu. V severní i v jižní polární oblasti takové pole posiluje tamní pole vnitřního původu, neboť na severním pólu siločáry do Země vstupují, na jižním pólu ji opouštějí. (Složka H tam mizí.) Na geomagnetickém rovníku, kde složka Z je nulová a složka H směřuje k severu, vnější pole zeslabuje pole vnitřního původu. Indukované proudy ovšem budí pole, které popsanou změnu částečně kompenzuje. Vnější pole, které tvoří hlavní fázi bouře, je ve skutečnosti pole prstencového proudu, který teče magnetosférou západním směrem.

Fáze návratu: Hlavní fáze končí tím okamžikem, kdy pokles H dosáhl maxima. Potom začíná návrat k původní hodnotě H, který probíhá po křivce více méně exponenciální (což je pochopitelné, neboť jde o slábnutí proudového systému, jet-streamu). Tento proces trvá několik dní, podstatně déle než trval vývoj hlavní fáze.

Nepravidelné fluktuace: Od samého počátku bouře až do počátku fáze návratu lze na všech složkách pozorovat složité fluktuace. Jsou neoddělitelnou složkou bouře. Mají periody od zlomku minuty až po několik hodin. Typickou bouřkovou fluktuací je tzv. *záliv*. Na magnetogramu se projevuje ve všech třech složkách, a to jako odklon od normálního průběhu, který trvá několik minut až několik hodin a má zhruba tvar Gaussovy křivky. (Proto "záliv" ... podle podoby.) Amplituda je obyčejně řádu $100nT$, ve vysokých šířkách i více. Složitost fluktuací v průběhu bouře je dána tím, že se superponují "zálivy" různých trvání a amplitud.

* příčiny a průběh bouří (Garland)

Morfologie (prostorové rozložení) fluktuací je právě opačná než morfologie hlavní fáze: Amplitudy fluktuací H rostou se zeměpisnou šířkou. Amplitudy Z jsou menší než variace H a D. K prudkému vzrůstu amplitudy fluktuací dochází v blízkosti aurorální zóny; mohou zde nabývat až tisíce nT. U samotných pólů však amplitudy fluktuací zase klesají.

Substorms. Tento anglický termín se do slovanských jazyků překládá podivným slovem *subbouřky*, zůstaneme tedy při tomto slově. Klasické magnetické bouře se přiházejí v průměru jednou až dvakrát měsíčně. Mnohem častěji se však vyskytují intervaly zvýšené porušenosti pole, které se však nedají nazvat bouří, protože vždy některé náležitosti bouře chybí. Nejsilnější poruchy tohoto rázu nastávají v blízkosti aurorální zóny. Tyto jevy jsou magnetické subbouře. Může se na to nazírat tak, že neregulární fluktuace vyskytující se v dobách bouřek jsou prostě série subbouřek. Subbouřky jsou provázeny změnami v magnetosféře i v magnetosféře a polárními zářemi.

Právě těsná souvislost výskytu subbouřek a polárních září naznačuje mechanizmus vzniku těchto jevů: Jsou to projevy tzv. aurorálního elektrodžetu. To je proud elektronů, které se nahrnuly do ionosféry a spolu s molekulami, které jimi byly excitovány, vytvářejí úzký proud silně ionizovaného plazmatu. To je vtahováno do aurorálního oválu elektrickým polem. Původ toho elektrického pole je vnější - je podle předpokladu přinášeno slunečním větrem (viz níže).

Náhlé impulzy SI (Sudden impulses): Poloha magnetosféry je určena rovnováhou mezi tlakem slunečního větru a tlakem magnetického pole v magnetosféře. Vzrůst hustoty plazmatu slunečního větru nebo jeho rychlosti má vždy za následek posun magnetopauzy směrem k Zemi. Vzrůst tlaku slunečního větru stlačuje magnetopauzu nejen na denní straně, ale "zplošťuje" ji i na straně noční. Tím dochází k vzrůstu složky H o desítky nT, a to jsou jevy zvané náhlé impulsy, SI. Oproti popsanému průběhu jsou o něco složitější, a to z toho důvodu, že rozruch se šíří od magnetopauzy formou magnetohydrodynamické vlny a je přitom filtrován ionosférou. Na magnetickém rovníku je při SI pozorováno zesílení ekvatoriálního elektrodžetu.

Právě impulzy SI se mohou za příznivých okolností stát začátkem subbouře nebo bouře. Jde-li o nástup bouře, je SI totožné s SSC. - *Příznivé okolnosti pro vznik subbouře popř. bouře*: Magnetické pole Slunce, přenášené slunečním větrem spolu se slunečním plazmatem, musí mít jižní, ale nikoli severní složku. Tento směr magnetického pole umožňuje, že plazma může spolu s ním a i s elektrickým polem, jež je rovněž přenášeno slunečním větrem, vstupovat do magnetosféry podél geomagnetických siločar. Tím dochází k napojování siločar meziplanetárního pole na geomagnetické siločáry; další polární siločáry, které se dříve uzavíraly na denní straně, jsou slunečním větrem strhávány do chvostu a stávají se neuzavřenými siločarami zemské magnetosféry. (Viz obrázek.) Jak v polárních oblastech, tak ve chvostu dochází k rekombinaci siločar. Ježto chvost se slunečním větrem zplošťuje, siločáry na noční straně, které byly dříve "otevřené", se uzavírají již asi ve vzdálenosti $20 \div 30$ zemských poloměrů. Přitom je horké plazma z vnější plazmosféry vtlačeno do aurorální oblasti ionosféry a vyvolá tam zvýšení ionizace a vodivosti, a to zejména na noční straně ionosféry. Zhuštění siločar (zesílení magnetického toku) na denní straně zároveň vyvolává vznik systému elektrických proudů v polárních oblastech ionosféry.

Vznik magnetické bouře má tyto podmínky: 1.Tlak slunečního plazmatu na magnetosféru musí být tak velký, že část horkého (tj. vysoce energetického) plazmatu vnikne z chvostu do vnitřní magnetosféry. 2. Vhodně se při tom změní geometrie vnitřní magnetosféry, speciálně oblast prstencového proudu. Jak bylo dříve popsáno, nabité částice driftují s rychlostí, která je dána jednak magnetickým polem, jednak elektrickým polem nebo gradientem magnetického pole nebo jinou vnější silou. Některé částice mají otevřené driftové trajektorie, mohou se k Zemi přibližovat a opět se od ní vzdalovat. Jiné mají trajektorie uzavřené uvnitř magnetosféry a nemohou ji opustit, pokud se nezmění velikost vnější síly. Jsou uzavřeny do jisté oblasti. (Na obrázku "zachvat".) Jestliže se jak magnetické pole. tak jeho gradient změní tak, že se částice dosud "svobodné" ocitnou v oblasti "zachvatu" a je-li to právě ve chvíli "injekce" plazmatu z chvostu magnetosféry do jejího nitra, dojde k prudkému nárůstu prstencového proudu. (Kladné ionty tekou k západu, elektrony k východu - elektrický proud vždy západní.)

Pulzace a účinky slunečních vzplanutí.

Na magnetogramech jsou často pozorovány slabé pravidelné fluktuace. Nazývají se *pulzace*, ve starší literatuře též *mikropulzace*. Jejich nejvýraznější vlastností je sinusový průběh; bývá tak pravidelný, že se často dá odhadnout perioda pouhým okem.
Pulzace se dělí na několik tříd, a to podle pravidelnosti a podle periody. Ty, jejichž amplituda je konstantní nebo se sice mění, ale pravidelně, jsou tzv. *Pc pulsations continuous*. Pulzace druhého typu, nepravidelné pulzace *Pi pulsations irregular*, připomínají tlumené kmity. Vytvářejí skupiny po 5 až 20 periodách. Každý z těchto dvou typů pulzací byl dále rozdělen do několika tříd podle délky period:

$Pc1 = 0,2 \div 5s$, $\quad Pi1 = 1 \div 40s$,
$Pc2 = 5 \div 10s$, $\quad Pi2 = 40 \div 150s$,
$Pc3 = 10 \div 45s$, $\quad Pi3 > 150s$,
$Pc4 = 45 \div 150s$,
$Pc5 = 150 \div 600s$,
$Pc6 > 600s$.

Některé vlastnosti jednotlivých tříd: $Pc1$ mají nejčastěji amplitudu od 10 do 100 pT. Vyskytují se v obdobích nízké magnetické aktivity po bouřích. V nižších šířkách bývají pozorovány časně ráno, v šířkách nad 60^0 přes den. $Pc2$ a $Pc4$ se vyskytují spíše v noci, $Pc3$ spíše ve dne. Jinak $Pc2, Pc3$ a $Pc4$ tvoří jakoby jednu velkou třídu. Jejich amplitudy jsou vesměs největší ve vysokých šířkách, periody klesají s rostoucí geomagnetickou aktivitou. $Pc5$ jsou nejčastěji pozorovány v blízkosti zóny polárních září po skončení magneticky porušeného období.
Generování pulzací: Vlastnosti pulzací napovídají, že s největší pravděpodobností jde o filtrované vlny. Jsou to zřejmě magnetohydrodynamické vlny, vznikající v magnetosféře, (Alfvénovy a magnetoakustické). Jsou filtrovány při průchodu ionosférou, proto se některé periody mizí např. ve dne a některé závisí na zeměpisné šířce. Na zemský povrch již přicházejí jako normální magnetické vlny.

Indexy magnetické aktivity

jsou čísla, která charakterizují stupeň porušenosti geomagnetického pole. Různé počáteční pokusy dávaly jen subjektivní hodnocení porušenosti. Teprve v roce 1939 zavedl Julius Bartels tzv. K-indexy (K ... podle německého slova Kennziffern), jež jsou po zpracování ve světovém centru objektivní. Den se rozdělí na 8 tříhodinových intervalů. Každému intervalu se na jednotlivých observatořích přiřadí číslo tímto způsobem: V intervalu se najde minimální a maximální hodnota. Těch se dotýkají obalové křivky, které jsou vedeny paralelně s úsekem S_q v daném intervalu. Vzdálenost těchto dvou obalových křivek ve středu intervalu je číslo R, k němuž se přiřadí index K ($K = 0, 1, ...9$) podle logaritmické křivky.

Hodnota R, které přísluší dolní mez pro nejvyšší obor indexu K, je každé observatoři přidělena centrálně podle stupně porušenosti v té které zeměpisné šířce. Nízkým šířkám (s vynecháním úzkého rovníkového pruhu) se přidělují nízká čísla a naopak. Vynechávají se zóny polárních září. Hodnoty R přiděluje "Working Group on Magnetic Activity Indices".

Indexy K_p jsou konstruovány týmž způsobem, ale jen ze 12 vybraných stanic ze západní Evropy a Severní Ameriky a ze dvou stanic na jižní polokouli. Index K charakterizuje porušenost denní variace. Je vysoký v počáteční a hlavní fázi magnetické bouře, ale může být nízký ve fázi "návratu". Může být vyšší i mimo období vyložené bouře.charakterizován osmi čísly K. V ročenkách se uvádějí také jejich součty, ty však nemají fyzikální význam, neboť to jsou součty logaritmů. Mají jen kontrolní funkci.

Do Čas spektrum variací - Garland