

# Globální barotropní oceánský model, vol. 2

## DEBOT model

David Einšpigel

Katedra geofyziky, MFF UK

26.2.2014



# Oceánská cirkulace buzená slapy — jak šlape DEBOT

- Rovnice kontinuity = rovnice pro elevaci vodní hladiny

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \left( \frac{\partial(hu)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(\cos \phi hv)}{\partial \phi} \right) = 0$$

- Pohybová rovnice v zonálním směru

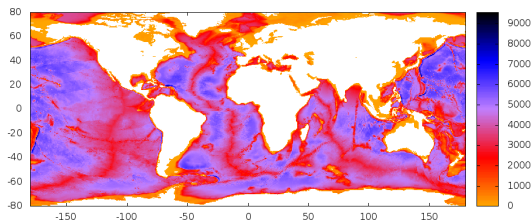
$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} = -\frac{gh}{a \cos \phi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} + fhv - ku\sqrt{hu^2 + v^2} + \text{Adv}_\lambda + A_H \text{Vis}_\lambda + T_\lambda$$

- Pohybová rovnice v meridionálním směru

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} = -\frac{gh}{a} \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} - fhu - kv\sqrt{hu^2 + v^2} + \text{Adv}_\phi + A_H \text{Vis}_\phi + T_\phi$$

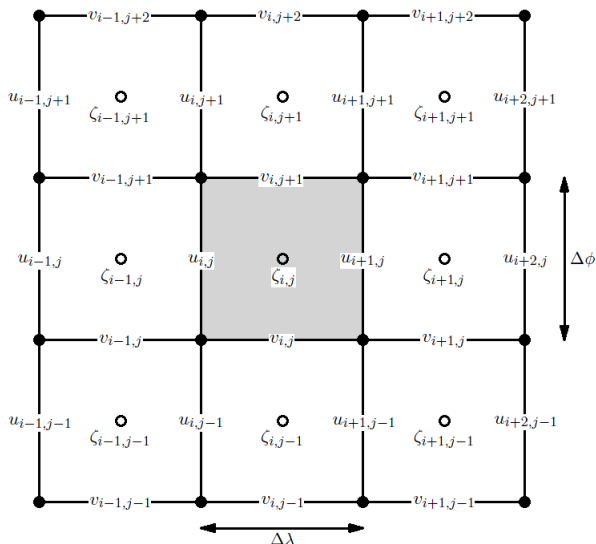
# Technické detaily

- Programovací jazyk Fortran 90+, paralelizace OpenMP
- Batymetrická data: ETOPO1 Global Relief Model, 1' model od National Geophysical Data Center NOAA,  
<http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>



- Slapy: soubor subroutine NOVAS F3.1 od U.S. Naval Observatory, počítá efemeridy v každém časovém kroku, [http://aa.usno.navy.mil/software/novas/novas\\_f/novasf\\_intro.php](http://aa.usno.navy.mil/software/novas/novas_f/novasf_intro.php)

# Konečné diference: Arakawa C-grid



- Semi-implicitní formulace

$$\zeta^{n+1} = \zeta^n - \frac{\Delta t}{a \cos \phi_j} \left( \frac{\partial U^{n+1/2}}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\cos \phi V^{n+1/2})}{\partial \phi} \right) \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} U^{n+1} \\ V^{n+1} \end{pmatrix} = F \left[ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U^n \\ V^n \end{pmatrix} - \frac{gh\Delta t}{a} \begin{pmatrix} \frac{1}{\cos \phi} \frac{\partial \zeta^{n+1/2}}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \zeta^{n+1/2}}{\partial \phi} \end{pmatrix} + \Delta t \begin{pmatrix} X^n \\ Y^n \end{pmatrix} \right] \quad (2)$$

- $\zeta^{n+1/2} = (\zeta^{n+1} + \zeta^n)/2$ ,  
 $U^{n+1/2} = (U^{n+1} + U^n)/2 \quad (U = hu)$ ,  
 $V^{n+1/2} = (V^{n+1} + V^n)/2 \quad (V = hv)$

- $\alpha = \cos(f\Delta t)$ ,  
 $\beta = \sin(f\Delta t)$ ,  
 $f = 2\Omega \sin \phi$

- Dosazením (2) do (1) získáme soustavu lineárních rovnic pro  $\zeta^{n+1}$

$$c_1 \zeta_{i+1,j}^{n+1} + c_2 \zeta_{i-1,j}^{n+1} + c_3 \zeta_{i,j}^{n+1} + c_4 \zeta_{i,j+1}^{n+1} + c_5 \zeta_{i,j-1}^{n+1} = R_{i,j}^n.$$

- Nelineární advekční členy jsou vyjádřeny explicitně. Aby se zabránilo vzniku nestability, použije se metoda predictor-corrector:
  - 1 Vypočteme hodnoty na hladině  $n + 1$  obvyklým způsobem.
  - 2 Spočítáme průměr všech proměnných z  $n$  a  $n + 1$ .
  - 3 Stejně jako v kroku 1, ale počítáme z  $n + 1/2$  s polovičním časovým krokem.
- Zvyšuje výpočetní čas.
- Nefunguje na 100 %.

Zobecněné forward-backward schéma s kombinací Adamsova-Bashforthova kroku 3. řádu a Adamsova-Moultonova kroku 4. řádu (AB3-AM4 FB schéma)

- 1 AB3-extrapolace elevace a rychlostí

$$(\zeta, U, V)^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{2} + \delta\right) (\zeta, U, V)^n - \left(\frac{1}{2} + 2\delta\right) (\zeta, U, V)^{n-1} + \delta(\zeta, U, V)^{n-2}$$

- 2 Spočítání  $\zeta^{n+1}$  z rovnice kontinuity

$$\zeta^{n+1} = \zeta^n - \Delta t \nabla_h \cdot \mathbf{U}^{n+\frac{1}{2}}$$

- 3 Výpočet pomocné  $\zeta$  pro pohybovou rovnici

$$\zeta' = \left(\frac{1}{2} + \gamma + 2\epsilon\right) \zeta^{n+1} + \left(\frac{1}{2} - 2\gamma - 3\epsilon\right) \zeta^n + \gamma \zeta^{n-1} + \epsilon \zeta^{n-2}$$

- 4 Spočítání  $U^{n+1}$  a  $V^{n+1}$  z pohybové rovnice (Adams-Moulton)

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}^{n+1} = F \left[ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}^n + \Delta t \left( \mathcal{P}(\zeta') + \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}^{n+\frac{1}{2}} \right) \right]$$



- AB3-AM4 FB schéma je druhého řádu přesnosti pro libovolné  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $\epsilon$ .
- Třetí řád přesnosti pro  $\beta = \frac{5}{12}$  a teoreticky lze dosáhnout až pátého řádu přesnosti, ale nebude to stabilní.
- Courantova podmínka stability

$$\frac{\sqrt{2gh}\Delta t}{\Delta x} \Big|_{\max} \leq \frac{\omega_{\max}}{2}$$

- Praktické hledisko:  $\delta = 0.281105$  zajišťuje největší stabilitu pro advekci,  $\gamma = 0.088$  a  $\epsilon = 0.013$  zajišťuje dostatečně velký rozsah stability pro vlny. Přesnost druhého řádu,  $\omega_{\max} = 1.7802$ . Robustní i pro silně nelineární systém, vhodné pro barotropický model.
- Shchepetkin, A. F. & McWilliams, J. C., 2008: Computational kernel algorithms for fine-scale, multi-process, long-time oceanic simulations. In *Handbook of Numerical Analysis: Computational Methods for the Ocean and the Atmosphere*, Elsevier Science, ISBN: 978-0-444-51893-4.

Výhody nového AB3-AM4 FB schématu oproti starému semi-implicitnímu:

- Přehlednost kódu
- Rychlost výpočtu
- Větší stabilita nelineárního advekčního členu
- Realističtější výsledky z hlediska zákonů zachování

# Časové srovnání obou schémat

- 30-denní simulace mořských slapů, reálná batymetrie, severní hranice 85°
- Výpočetní stroje: lojzik a geof90, oba Intel Six-core i7-3930K, 3.2 GHz
- Paralelizace: OpenMP, 6 výpočetních vláken
- Kompilace: Intel Fortran, maximální optimalizace

ROZLIŠENÍ	NOVÉ SCHÉMA		STARÉ SCHÉMA		
60'	$dt_{\max}=32.999s$	dt=32s 3m48s	dt=180s 3m42s	dt=240s 3m39s	dt=300s 3m45s
30'	$dt_{\max}=15.693s$	dt=15s 37m23s	dt=60s 70m01s	dt=90s 43m42s	dt=120s 84m27s
20'	$dt_{\max}=10.233s$	dt=10s 2h13m	dt=40s ~4h02m	dt=60s 3h13m	dt=90s ~4h52m
15'	$dt_{\max}=7.574s$	dt=7s 5h18m	dt=30s ~9h31m	dt=45s ~9h	dt=60s ~9h40m

- Zákon zachování hmoty

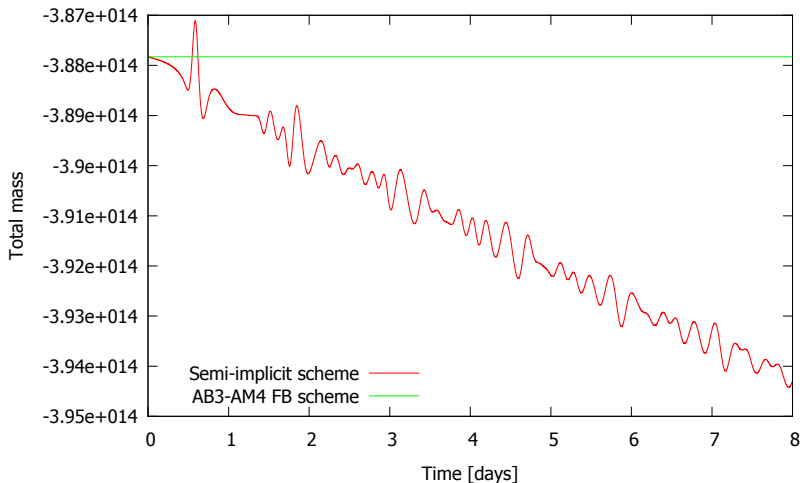
$$\frac{dM}{dt} = 0, \quad M = \int \zeta \, dS$$

- Zákon zachování energie

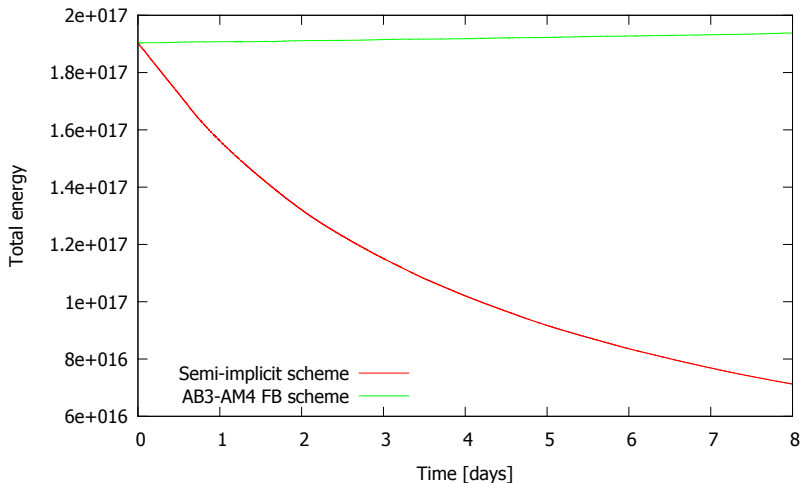
$$\frac{dE}{dt} = \mathcal{F}, \quad E = \int \frac{1}{2} (h(u^2 + v^2) + g\zeta^2) \, dS$$

# Srovnání z hlediska zákonů zachování — experiment s cunami

# Srovnání z hlediska zákonů zachování — celková hmota



# Srovnání z hlediska zákonů zachování — celková energie



- Pohybová rovnice

$$\frac{\partial(h\mathbf{u})}{\partial t} = \mathcal{P}(\zeta) + \text{Cor} - k\mathbf{u}\sqrt{hu^2 + v^2} + \text{Adv} + A_H \text{Vis}$$

- Nulové tření na dně,  $k = 0$
- Testování pro různá  $A_H$

- 

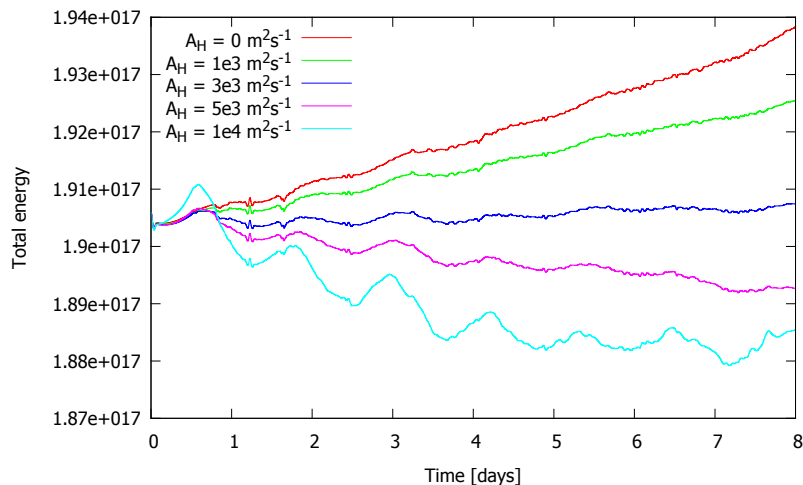
$$\frac{dM}{dt} = 0, \quad M = \int \zeta \, dS$$

$$\frac{dE}{dt} = 0, \quad E = \int \frac{1}{2}(h(u^2 + v^2) + g\zeta^2) \, dS$$

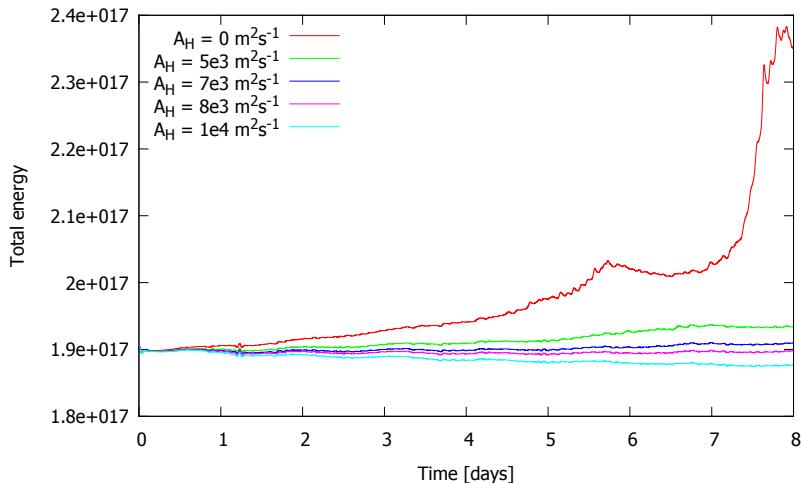
- $M = -3.88 \cdot 10^{14} \text{ m}^3$  s maximální chybou  $< 2 \text{ m}^3$



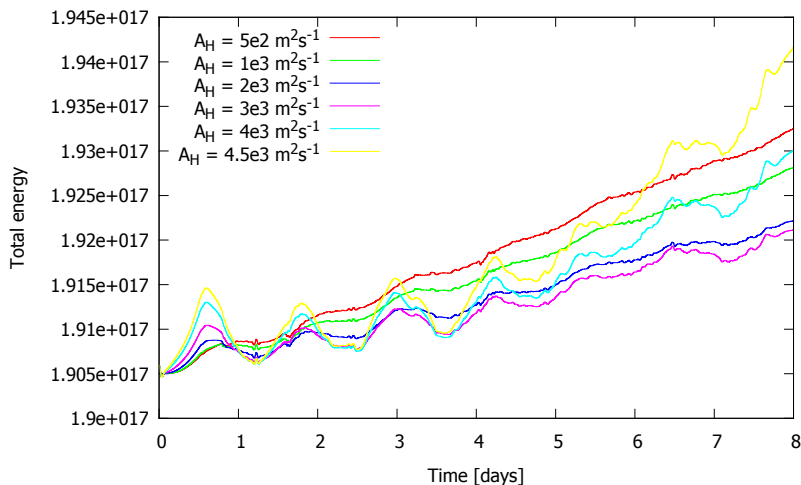
# Testování — experiment s cunami, 30'



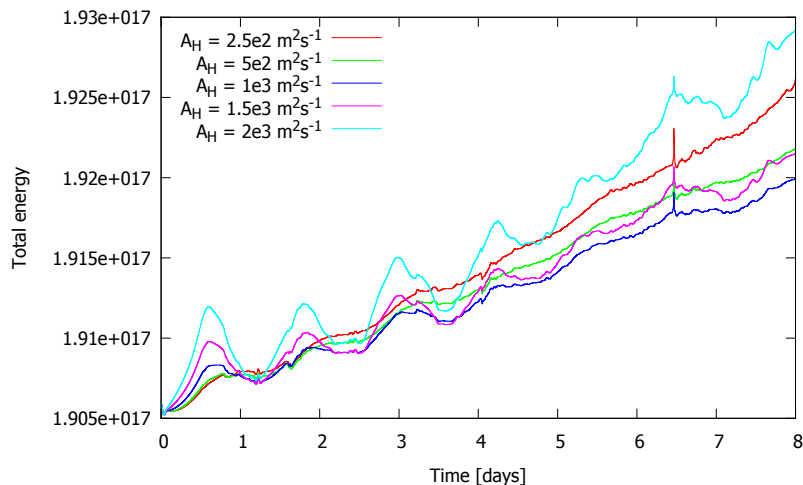
# Testování — experiment s cunami, 60'



# Testování — experiment s cunami, 20'



# Testování — experiment s cunami, 15'

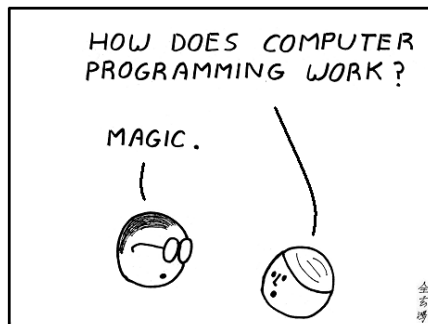


- Nové časové schéma AB3-AM4 FB je výrazně rychlejší při vyšším rozlišení — zabere cca 70 % výpočetního času starého semi-implicitního schématu u 20' modelu a cca 60 % u 15' modelu.
- Podstatně lepší (tj. realističtější) výsledky testování zákonů zachování.
- AB3-AM4 FB schéma způsobuje lehký nárůst celkové energie, lze potlačit (alespoň částečně) zvolením vhodné hodnoty  $A_H$  a zavedením tření na dně.

# Co je aktuální

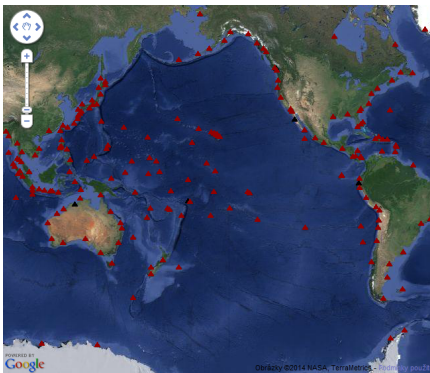
- Oblast severního pólu
- Změna rozlišení v zonálním směru
- „Polární čepička“

- Oblast severního pólu
- Změna rozlišení v zonálním směru
- „Polární čepička“
- Zatím nefunguje...



# Co bude brzo aktuální

- Srovnání s měřeními elevace mořské hladiny, data z University of Hawaii Sea Level Center, <http://uhslc.soest.hawaii.edu/>.



- Implementace modulu, který bude počítat sekundární magnetické pole.



