

Těžíc z GOPE dat: Tohoku 2011

Eliška Zábranová

Katedra geofyziky

MFF UK, VÚGTK

Úvod

- motivace
- přehled základních vztahů
- přiblížení výpočetní metody
- použité přístroje
- modely zdroje zemětřesení Tohoku 2011
- porovnání naměřených a modelových spekter pro stanici GOPE
- závěr

Motivace

- Vlastní kmity poskytují nezávislou informaci o zdroji a procesu zemětřesení.
- Velikost deformace závisí na velikosti zdroje budící vlny, avšak periody jsou dány materiálovými parametry jednotlivých těles.
- Pro vyčíslení frekvencí a vlastních funkcí používáme přímou numerickou metodu, kdy diskretizací okrajové úlohy použitím konečně diferenciálního schématu s pseudospektrální přesností převedeme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic na maticový vlastní problém.
- Periody základních módů jsou výrazně delší než povrchových vln, ze kterých se běžně velikost zemětřesení určuje.
- Máme k dispozici "místní" data z Geodetické observatoře na Pecném.
- Pro jednu stanicí nelze sestavit obrácenou úlohu, můžeme však otestovat kvalitu modelů zdroje určených z povrchových a prostorových vln.

Observations of ultra-long period normal modes from the 2004 Sumatra–Andaman earthquake

Emile A. Okal*, Seth Stein

Department of Earth and Planetary Sciences Northwestern University, Evanston, IL 60208, USA

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 August 2007

Accepted 6 February 2008

Keywords:

Sumatra–Andaman earthquake

Normal modes

Splitting

ABSTRACT

The great December 2004 Sumatra–Andaman earthquake was the first “giant” or “extreme” (moment magnitude $M_w \geq 9$) earthquake recorded by broadband digital seismometers whose data were rapidly available to investigators worldwide. As a result, analysis of the earth’s longest period normal modes became a primary tool for studying the earthquake, rather than an elegant afterthought. The mode data provided the first evidence that the earthquake was much larger ($M_w \approx 9.3$) than initially inferred from surface wave data and involved slip on a much longer fault than initially inferred from body wave data. These observations in turn yielded important insight into the likely recurrence of similar earthquakes and the resulting tsunamis both on the segment of the trench that ruptured and on neighboring segments. The normal mode data are more numerous and much higher quality than previously available. They thus provide the first direct evidence for effects that had been theoretically predicted, such as the control of the splitting pattern by receiver latitude and the splitting of torsional modes. They similarly yield better results for mode properties such as the attenuation of the longest period radial modes, found in agreement with existing models of intrinsic Earth attenuation.

© 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.

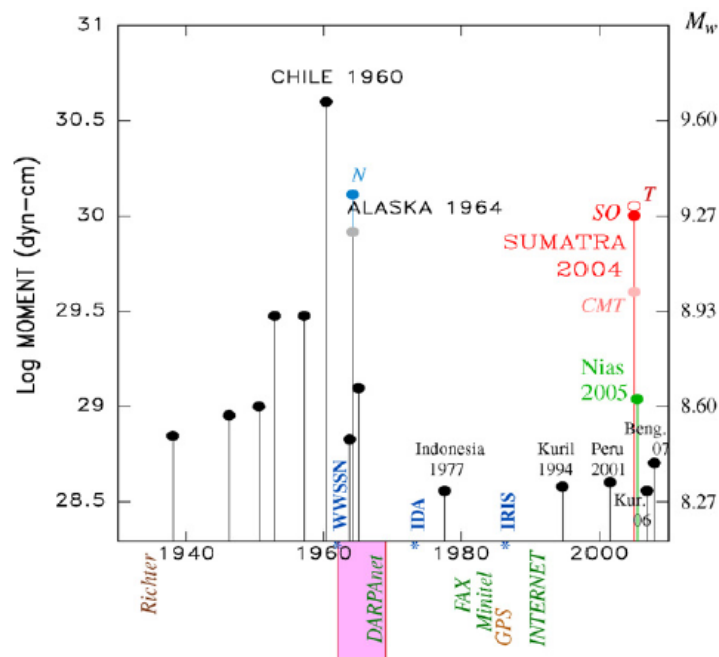
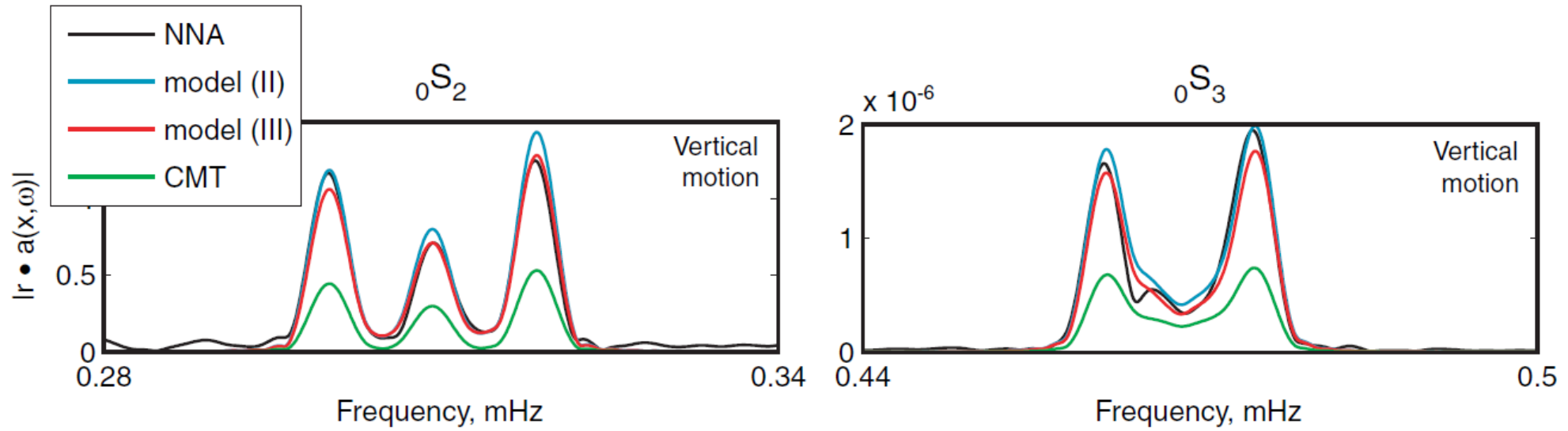


Fig. 1. Earthquakes with moments $M_0 \geq 3.5 \times 10^{28}$ dyn cm recorded in the past 70 years. Note the absence of very large events between 1964 (Alaska) and 2004 (Sumatra). Moment estimates of the latter refer to the CMT catalog, and to values published by Stein and Okal (2005) (solid dot; SO) and Tsai et al. (2005) (open circle; T). *N* shows the reassessment of the 1964 Alaska source by Nettles et al. (2005). The stars on the horizontal axis illustrate progress in seismic instrumentation. Vertical labels similarly identify Richter’s (1935) introduction of the concept of magnitude, as well as milestones in information technology. The shaded band corresponds to the advent of plate tectonics.

Sumatra-Andaman, 2004, Park et al. (2005)



Obecná soustava parciálních diferenciálních rovnic

Hydrostatická rovnováha

- pohybová rovnice: $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_0 + \boldsymbol{f}_0 = 0$
- Poissonova rovnice: $\Delta\varphi_0 - 4\pi G\rho_0 = 0$

$\boldsymbol{\tau}_0$ - předpětí dané Cauchyovým tenzorem napětí

\boldsymbol{f}_0 - referenční síla předepsaná: $\boldsymbol{f}_0 = -\rho_0\nabla\varphi_0$

ρ_0 - referenční hustota tělesa

φ_0 - počáteční gravitační potenciál

G - Newtonova gravitační konstanta

PDR pro posunutí a přírůstkové veličiny – Lagrange-Eulerův přístup

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho_0\nabla\varphi + \nabla \cdot (\rho_0\boldsymbol{u})\nabla\varphi_0 - \nabla(\rho_0\nabla\varphi_0 \cdot \boldsymbol{u}) &= \rho_0\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2} && \text{—■ pohybová rovnice} \\ \nabla \cdot (\nabla\varphi + 4\pi G\rho_0\boldsymbol{u}) &= 0 && \text{—■ Poissonova rovnice} \\ \lambda\nabla \cdot \boldsymbol{u}\boldsymbol{I} + \mu[\nabla\boldsymbol{u} + (\nabla\boldsymbol{u})^T] &= \boldsymbol{\tau} && \text{—■ reologický vztah}\end{aligned}$$

\boldsymbol{u} - posunutí

φ - přírůstkový gravitační potenciál

$\boldsymbol{\tau}$ - přírůstkový tenzor napětí

λ and μ - Laméovy parametry tělesa

Soustava obyčejných diferenciálních rovnic

Sféroidální posunutí je popsáno dvěma radiálními funkcemi:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_n \left[U_n(r) \mathbf{S}_n^{(-1)}(\vartheta, \varphi) + V_n(r) \mathbf{S}_n^{(1)}(\vartheta, \varphi) \right]$$

Přírůstkový potenciál je dán jednou funkcí: $\bar{\varphi}(\mathbf{r}) = \sum_n F_n(r) Y_n(\vartheta, \varphi)$

Tři obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu:

fourierovská frekvence:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega$$

n : úhlové číslo

$$N = n(n+1)$$

$$\beta = \lambda + 2\mu$$

derivace podle radiální souřadnice je označena čárkou

$$\begin{aligned} \beta U_n'' + \frac{2\beta}{r} U_n' + \left(\frac{4\rho_0 g_0}{r} - 4\pi G \rho^2 - \frac{2\beta + \mu N}{r^2} \right) U_n - \frac{N}{r} (\lambda + \mu) V_n' + \\ + \left(\frac{3\mu + \lambda}{r^2} - \frac{\rho_0 g_0}{r} \right) N V_n - \rho_0 F_n' + \beta' U_n' + \frac{2\lambda'}{r} U_n - \frac{N\lambda'}{r} V_n &= -\rho_0 \omega_n^2 U_n \\ \mu V_n'' + \frac{2\mu}{r} V_n' - \frac{\beta N}{r^2} V_n + \frac{\mu + \lambda}{r} U_n' + \left(\frac{2\beta}{r^2} - \frac{\rho_0 g_0}{r} \right) U_n - \\ - \frac{\rho_0}{r} F_n + \mu' \left(V_n' + \frac{1}{r} U_n - \frac{1}{r} V_n \right) &= -\rho_0 \omega_n^2 V_n \\ F_n'' + \frac{2}{r} F_n' - \frac{N}{r^2} F_n + 4\pi G \rho_0 \left(U_n' + \frac{2}{r} U_n - \frac{N}{r} V_n \right) + 4\pi G \rho_0' U_n &= 0 \end{aligned}$$

Maticová reprezentace

Obecná maticová rovnice reprezentující tři obyčejné diferenciální rovnice 2. řádu:

$$\mathbf{A}(r) \cdot \mathbf{y}'' + \mathbf{B}(r) \cdot \mathbf{y}' + \mathbf{C}(r) \cdot \mathbf{y} = -\omega^2 \mathbf{D}(r) \cdot \mathbf{y} \quad \mathbf{y} = (U_n, V_n, F_n)$$

Pro diskretizaci je použito schéma s pseudospektrální přesností. Obecnou maticovou rovnici zapíšeme ve tvaru:

$$\sum_{j=1}^M [\mathbf{A}\gamma_{ij} + \mathbf{B}\beta_{ij} + \mathbf{C}\alpha_{ij}] \cdot \mathbf{y}_j = -\omega^2 \sum_{j=1}^M \mathbf{D}\alpha_{ij} \cdot \mathbf{y}_j$$

Seřazením rovnic ve všech vrstvách do matice \mathbf{P} na správné místo dostaneme:

$$(\mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{Y} = -\frac{1}{\omega^2} \mathbf{Y}$$

\mathbf{P} a \mathbf{R} jsou tzv. *téměř blokově diagonální matice*.

Obdrželi jsme pro sféroidální kmity vlastní problém, kde matice \mathbf{P} a \mathbf{R} mají velikost $3MK$.

Anelasticita

Parametry modelu PREM jsou frekvenčně závislé:

$$\delta\kappa(\omega) = \delta\kappa_0 + \frac{2}{\pi}\kappa_0 Q_\kappa^{-1} \ln(\omega/\omega_0)$$

$$\delta\mu(\omega) = \delta\mu_0 + \frac{2}{\pi}\mu_0 Q_\mu^{-1} \ln(\omega/\omega_0)$$

$$Q^{-1} = 2\omega^{-1} \int_0^a [(\kappa_0 K_\kappa) Q_\kappa^{-1} + (\mu_0 K_\mu) Q_\mu^{-1}] dr$$

Posuny frekvencí jednotlivých módů způsobené izotropní anelasticitou

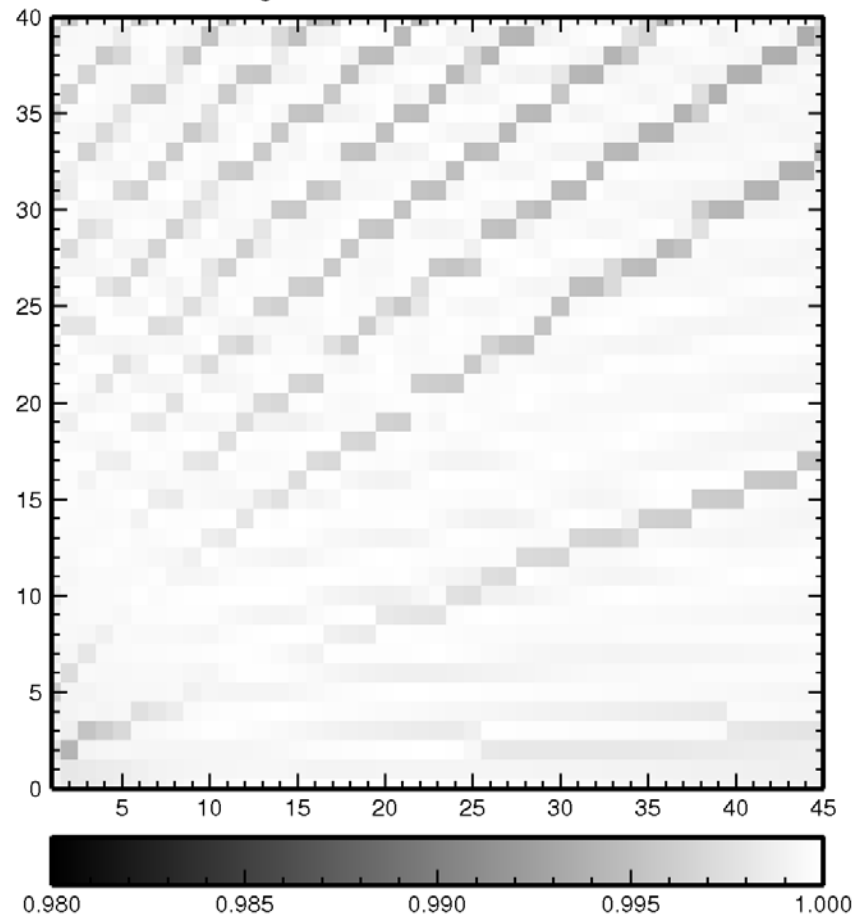
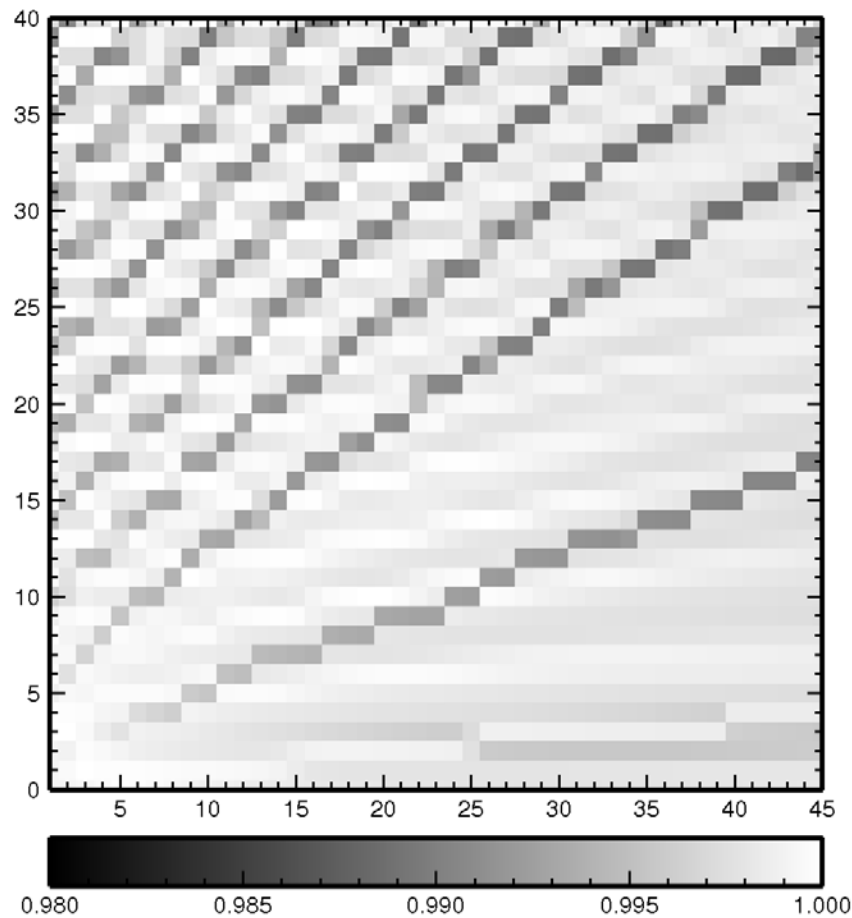
$$\delta\omega_d = \frac{1}{\pi}\omega Q^{-1} \ln(\omega/\omega_0)$$

Porovnání frekvencí se softwarem Mineos

$$1 - \frac{|f_{FD} - f_M|}{f_M}$$

$$\bar{f} = 1.25\text{mHz}$$

$$\bar{f} = 5\text{mHz}$$



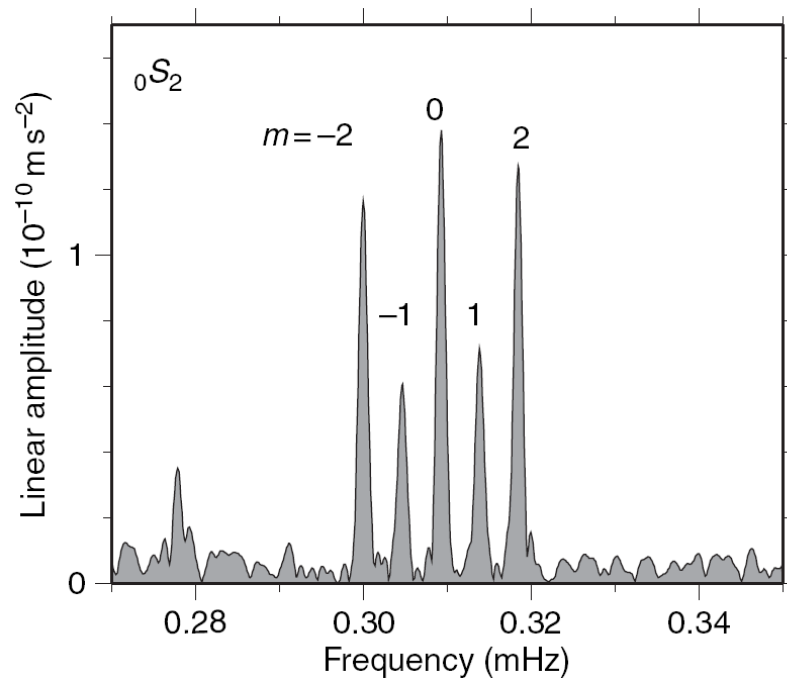
Vliv rotace a elipticity na spektrum

Vlastní kmity jsou štěpeny v důsledku rotace, elipticity a laterálních nehomogenit.

$$\delta \omega_m = \omega (a + bm + cm^2), \quad -n \leq m \leq n$$

b - způsobený Coriolisovou silou

a c - způsobené elipticitou a rotačními efekty 1. a 2. řádu



Spektrum 500 h záznamu po zemětřesení na Sumatře 2004 ze záznamu supravodivého gravimetru ve Strasbourgu, (Rosat et al., 2005).

Vliv elipticity a rotace 1. řádu

$$a = \frac{1}{3}(1 - k^2\chi)(\Omega/\omega_0)^2 + \frac{1}{2}\omega_0^{-2}(v - \omega_0^2\tau),$$

$$b = \chi(\Omega/\omega_0), \quad c = -\frac{3}{2}\omega_0^{-2}k^{-2}(v - \omega_0^2\tau).$$

parametr štěpení způsobený Coriolosovou silou

$$\chi = k^{-2} \int_0^a \rho(V^2 + 2kUV + W^2) r^2 dr$$

1. člen v a způsobený sférickou částí odstředivého potenciálu
2. člen v a a C způsobený asférickou částí odstředivého potenciálu a elipticitou

Elipticita

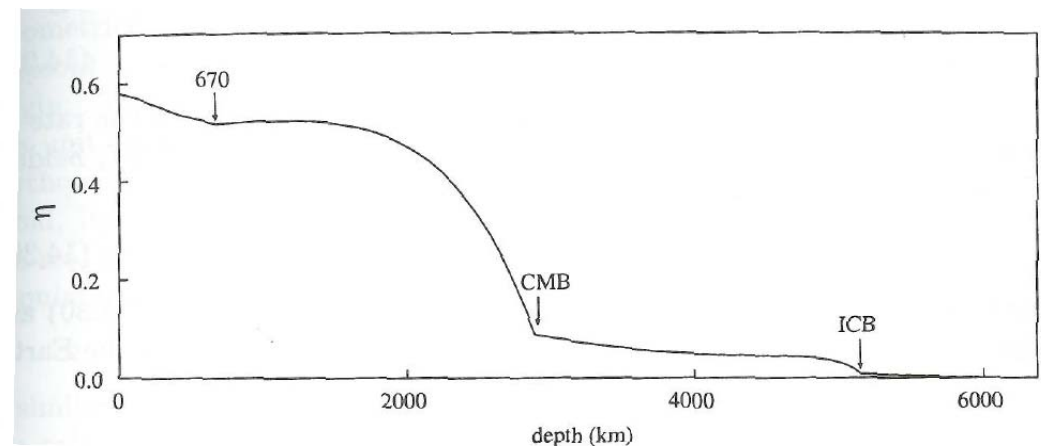
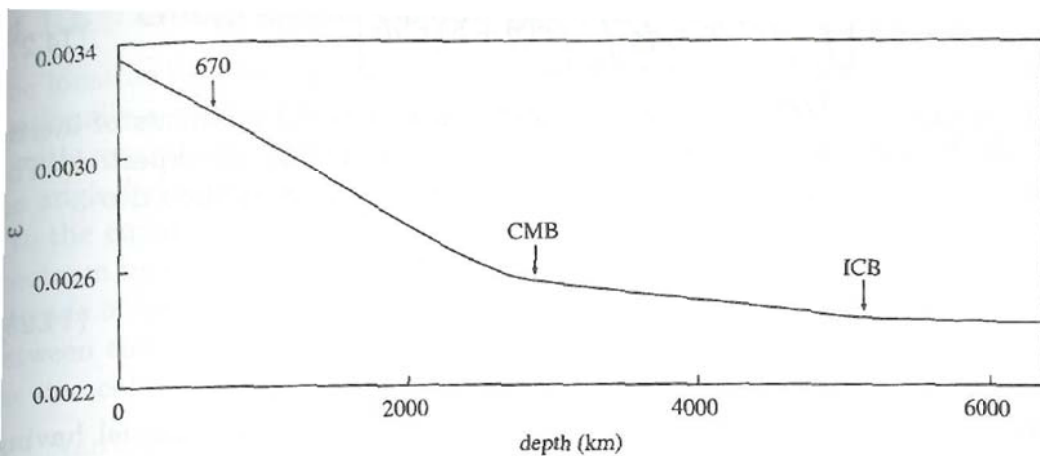
$$\tau = \frac{l(l+1)}{(2l+3)(2l-1)} \int_0^a \frac{2}{3} \varepsilon \rho [\bar{T}_\rho - (\eta+3)\check{T}_\rho] r^2 dr, \leftarrow$$

$$v = \frac{l(l+1)}{(2l+3)(2l-1)} \int_0^a \frac{2}{3} \varepsilon \left\{ \kappa [\bar{V}_\kappa - (\eta+1)\check{V}_\kappa] + \mu [\bar{V}_\mu - (\eta+1)\check{V}_\mu] + \rho [\bar{V}_\rho - (\eta+3)\check{V}_\rho] \right\} r^2 dr.$$

hydrostatická elipticita

$$\varepsilon(r) \approx \varepsilon_a \exp \left(- \int_r^a \eta' r'^{-1} dr' \right)$$

$$\eta(r) \approx \frac{25}{4} \left(1 - \frac{\int_0^r \rho' r'^4 dr'}{r^2 \int_0^r \rho' r'^2 dr'} \right)^2 - 1$$



Vliv rotace 2. řádu

Mode	$\Omega/\omega_0 (\times 10^{-3})$	$a (\times 10^{-3})$	$b (\times 10^{-3})$	$c (\times 10^{-3})$	$\alpha \epsilon_{\text{h}} (\times 10^{-3})$	$\alpha' (\Omega/\omega_0)^2 (\times 10^{-3})$	$\alpha_2 (\Omega/\omega_0)^2 (\times 10^{-3})$	$\gamma_2 (\Omega/\omega_0)^2 (\times 10^{-3})$
${}_0S_2$	37.514	0.376	14.905	-0.2671	0.102	0.238	0.686	-0.0973
${}_0S_3$	24.773	0.463	4.621	-0.1179	0.152	0.074	0.490	-0.0614
${}_0S_4$	17.941	0.544	1.834	-0.0751	0.284	0.031	0.341	-0.0278
${}_0S_5$	13.816	0.452	0.841	-0.0472	0.366	0.015	0.124	-0.0092
${}_0S_6$	11.185	0.391	0.407	-0.0331	0.423	0.006	-0.016	-0.0024
${}_0S_7$	9.428	0.354	0.181	-0.0252	0.475	0.000	-0.119	0.0002
${}_0S_8$	8.217	0.273	0.054	-0.0196	0.526	-0.004	-0.261	0.0022
${}_0S_9$	7.360	0.015	-0.014	-0.0138	0.571	-0.006	-0.571	0.0050
${}_0S_{10}$	6.728	-1.008	-0.040	-0.0033	0.601	-0.007	-1.627	0.0129
${}_0S_{11}$	6.237	17.075	-0.047	-0.1284	0.618	-0.008	16.438	-0.1145
${}_0S_{12}$	5.836	2.655	-0.045	-0.0241	0.627	-0.007	2.010	-0.0122

Vliv rotace 2. řádu

$$\alpha_2 = 2 \frac{l^2(l-1)^2}{(2l+1)(2l-1)} A + 2 \frac{(l+2)^2(l+1)^2}{(2l+3)(2l+1)} B \quad \gamma_2 = \frac{1}{2} \beta^2 - 2 \frac{(l-1)^2}{(2l+1)(2l-1)} A - 2 \frac{(l+2)^2}{(2l+3)(2l+1)} B + 2C,$$

$$A = \frac{1}{N} \frac{1}{l(l-1)} \int_c^b \rho_0 [U + (l+1)V]^2 r^2 dr$$

$$+ \sum_{n' T_{l-1}} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_0'^2} \right) \left(\frac{1}{N \mathcal{N}'_A} \right) \left(\int_0^c \rho_0 [U + (l+1)V] W' r^2 dr \right)^2$$

$$+ \sum_{n' T_{l-1}} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_0'^2} \right) \left(\frac{1}{N \mathcal{N}'_A} \right) \left(\int_b^a \rho_0 [U + (l+1)V] W' r^2 dr \right)^2$$

$$B = \frac{1}{N} \frac{1}{(l+1)(l+2)} \int_c^b \rho_0 [U - lV]^2 r^2 dr$$

$$+ \sum_{n' T_{l+1}} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_0'^2} \right) \left(\frac{1}{N \mathcal{N}'_B} \right) \left(\int_0^c \rho_0 [U - lV] W' r^2 dr \right)^2$$

$$+ \sum_{n' T_{l+1}} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_0'^2} \right) \left(\frac{1}{N \mathcal{N}'_B} \right) \left(\int_b^a \rho_0 [U - lV] W' r^2 dr \right)^2$$

$$C = \sum_{\substack{n' S_l \\ n' \neq n}} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_0'^2} \right) \left(\frac{1}{N \mathcal{N}'_C} \right) \left(\int_0^a \rho_0 [UV' + U'V + VV'] r^2 dr \right)^2.$$

Teorie ovšem neplatí, pokud jsou frekvence moc blízké!!!!

Pouze pro módy ve spektru dobře izolované.

Reálná odezva aparatury

Zrychlení bodu je dáno pro

- rotační
- eliptický
- anelastický model

součtem jednotlivých multipletů:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) = \sum_{nlm} \mathbf{A}_{nlm}(\mathbf{x}) \cos \left[n\omega_l \left(1 + a + bm + cm^2 \right) t \right] \exp(-n\gamma_l t)$$

$n\omega_l$ - neperturovaná frekvence multipletu

$n\gamma_l$ - útlum multipletu

Koeficienty $\mathbf{A}_{nlm}(\mathbf{x})$ dané:

- momentovým tenzorem (strike, dip, rake a skalární seismický moment)
- pozicí zdroje a přijímače (epicentrální vzdálenost, azimut)
- vlastními funkcemi ve zdroji a na povrchu

Data z geodetické observatoře Pecný



supravodivý gravimetr OSG-050

- vzorkovací frekvence 1 Hz
- použito 137h záznamu
- data obsahují opravu na vliv slapů a variací atmosferického tlaku

širokopásmový seismometr CMG-3TD

- 60m pod povrchem
- rozsah 50 Hz ~ 3mHz (6 min)
- vzorkovací frekvence 4 Hz
- použito 137h záznamu
- data neobsahují opravu na vliv slapů a variací atmosferického tlaku



Oprava na atmosférický tlak

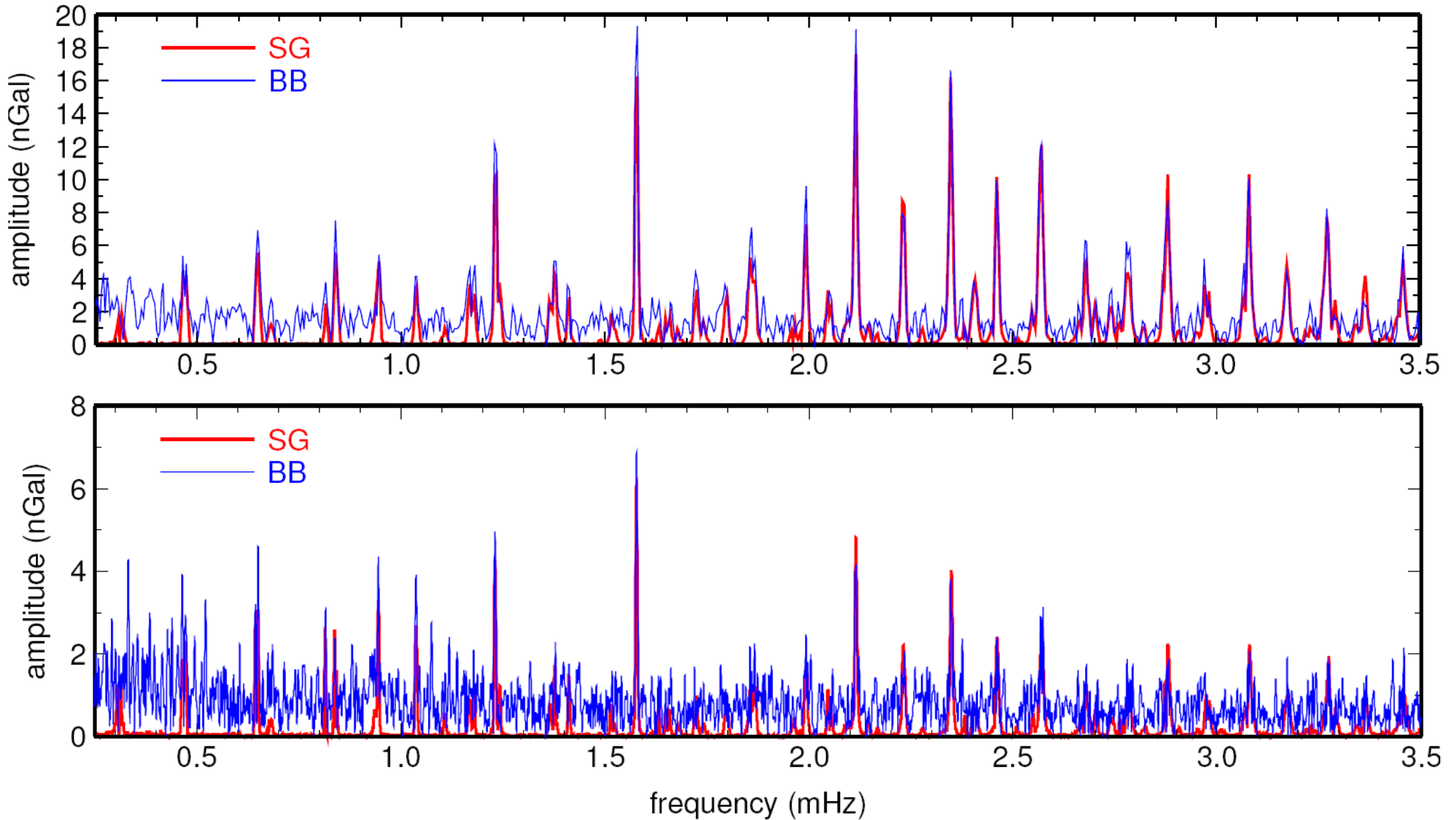
Atmosféra má na záznam tíže velký vliv: tvoří až 10% slapového signálu

Předpoklad: vliv je jenom lokální, daný především hmotou v atmosféře, deformace povrchu jenom malý vliv.

dáno empiricky: $0.3\mu\text{Gal}/\text{hPa} \sim 0.4 \mu\text{Gal}/\text{hPa}$

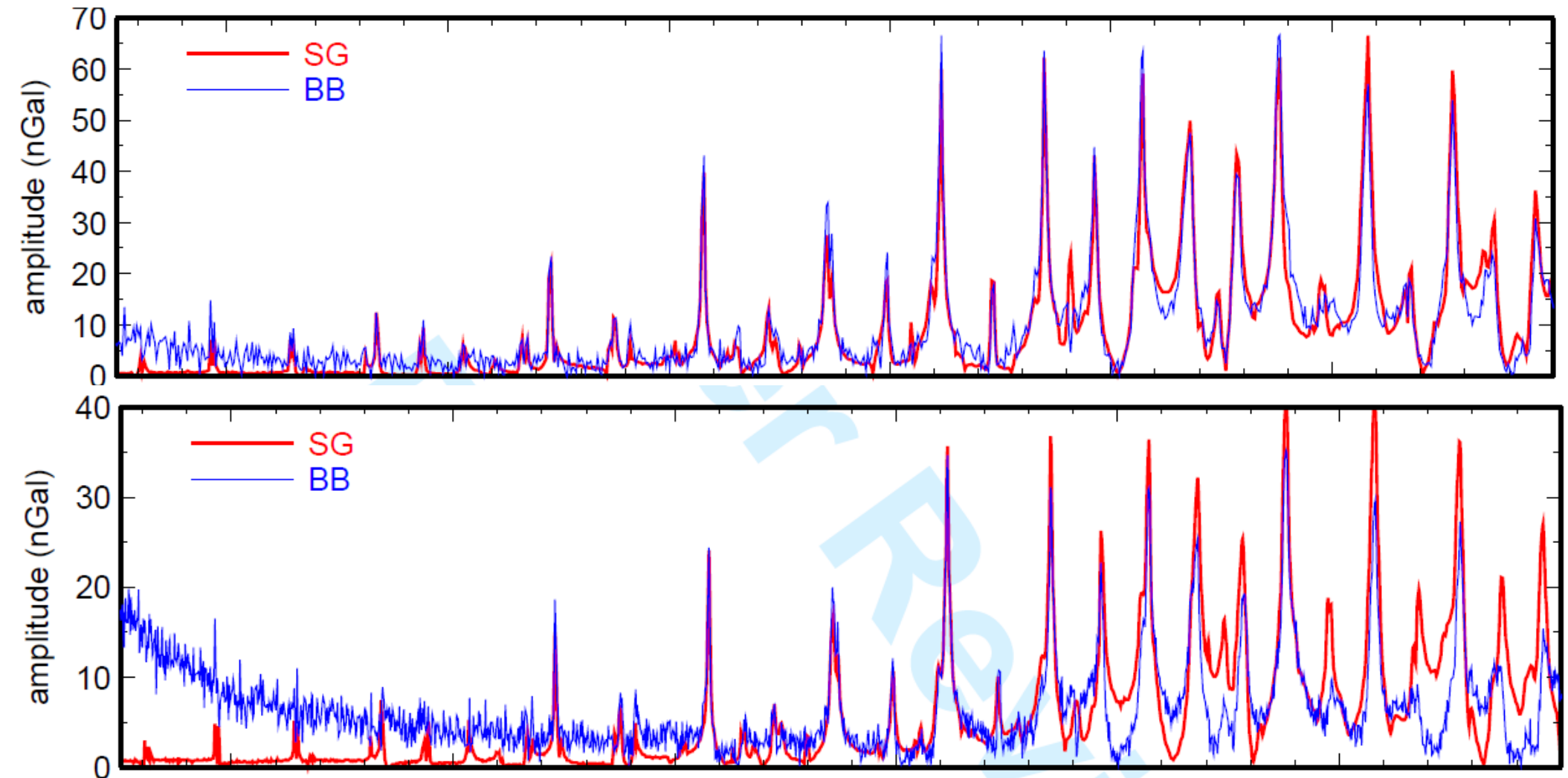
-->> tato hodnota je pro jednotlivé stanice jiná, navíc je frekvenčně závislá

Amplitudová spektra: SG & BB



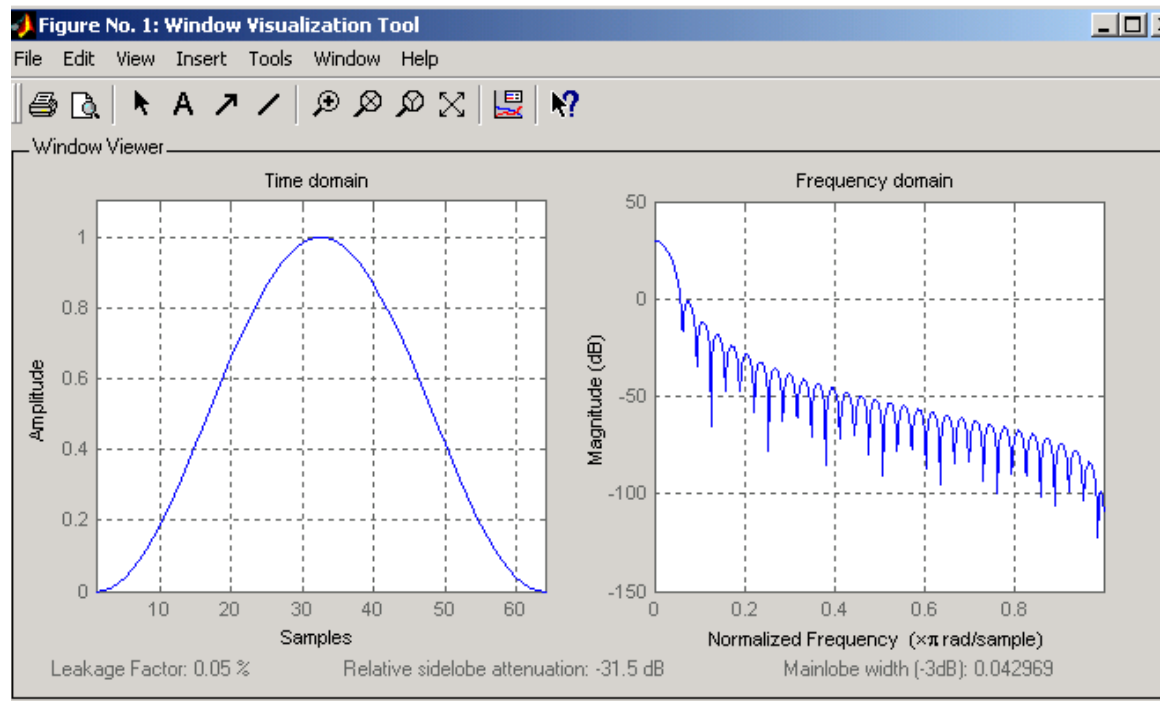
Amplitudové spektrum vertikálního zrychlení supravodivého gravimetru (SG) a širokopásmového seismometru (BB) z 68h resp. 137h záznamu, po aplikaci Hannova filtru.

Amplitudová spektra: SG & BB



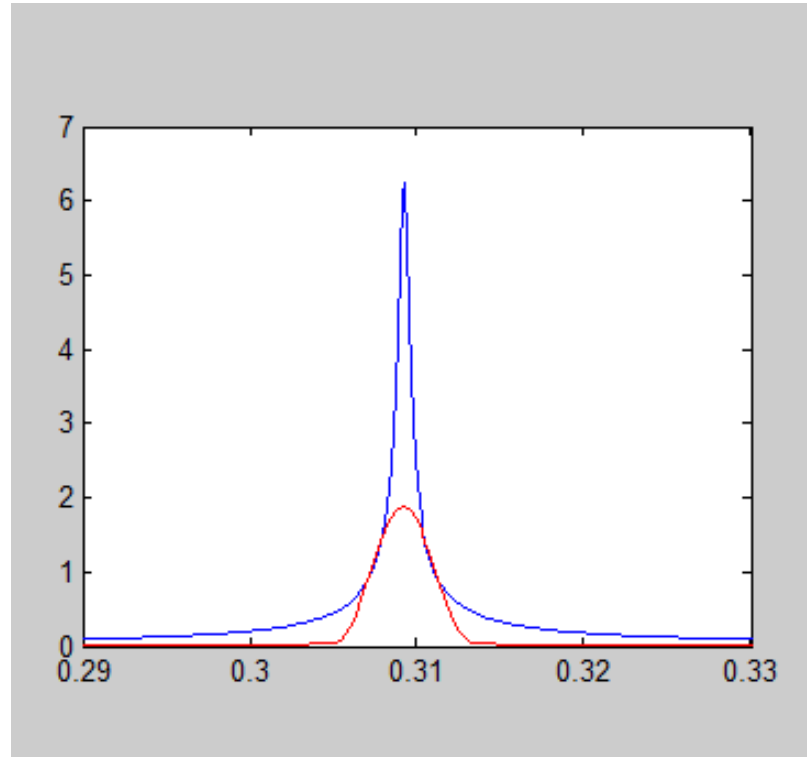
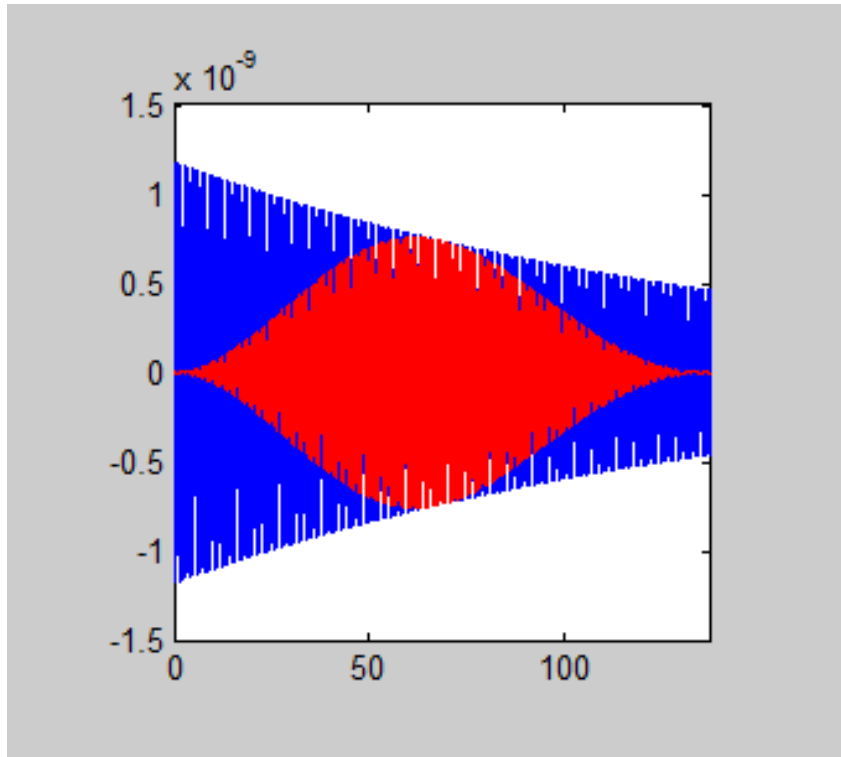
Amplitudové spektrum vertikálního zrychlení supravodivého gravimetru (SG) a širokopásmového seismometru (BB) z 68h resp. 137h záznamu, bez Hannova filtru.

Hannův filtr



$$w(n) = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right)$$

Hannův filtr



$$\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} n \mathbf{A}_l(\mathbf{x}) \cos(n\omega_l t) \exp(-n\gamma_l t)$$

Modely bodového zdroje

Global CMT Project Moment Tensor Solution

Strike=203, Dip=10, Slip=88,
 $M_0 = 5.31 \cdot 10^{22} \text{Nm}$

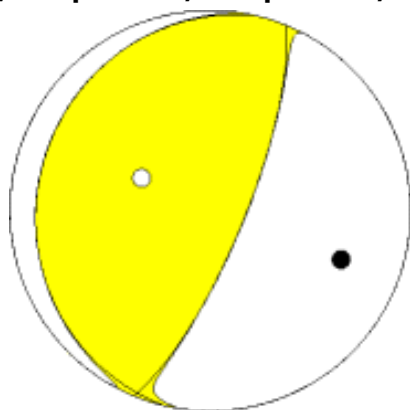
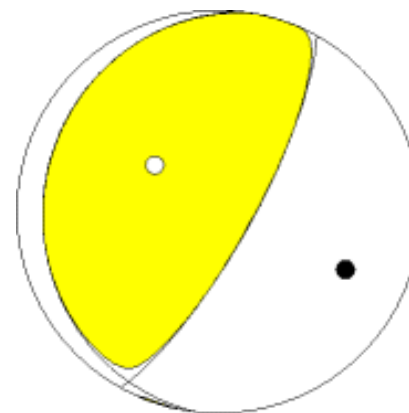
USGS Centroid Moment Solution

Strike=187, Dip=14, Slip=68,
 $M_0 = 4.5 \cdot 10^{22} \text{Nm}$

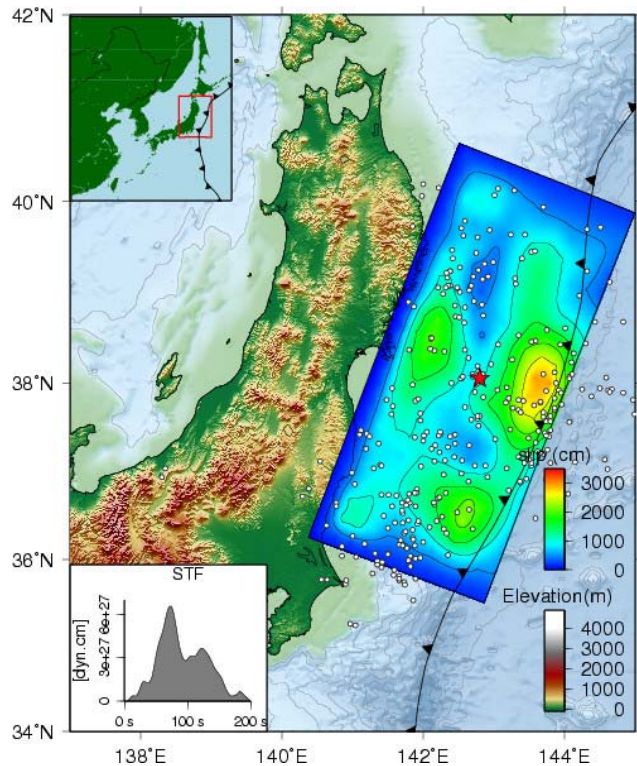
USGS WPhase Moment Solution

W-fáze – dlouhoperiodická vlna (100-1000s) přicházející před povrchovými vlnami společně s P-vlnami (pro velmi silné jevy umožňuje rychlý odhad magnituda, které bývá prostorovými vlnami podceňováno)

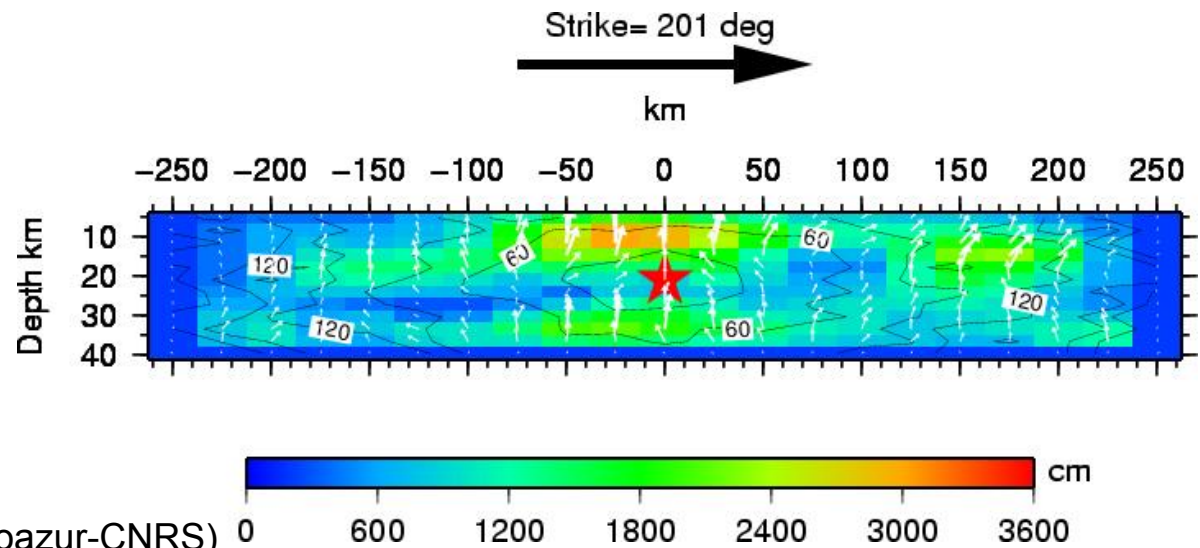
Strike=193, Dip=14, Slip=81, $M_0 = 3.9 \cdot 10^{22} \text{Nm}$



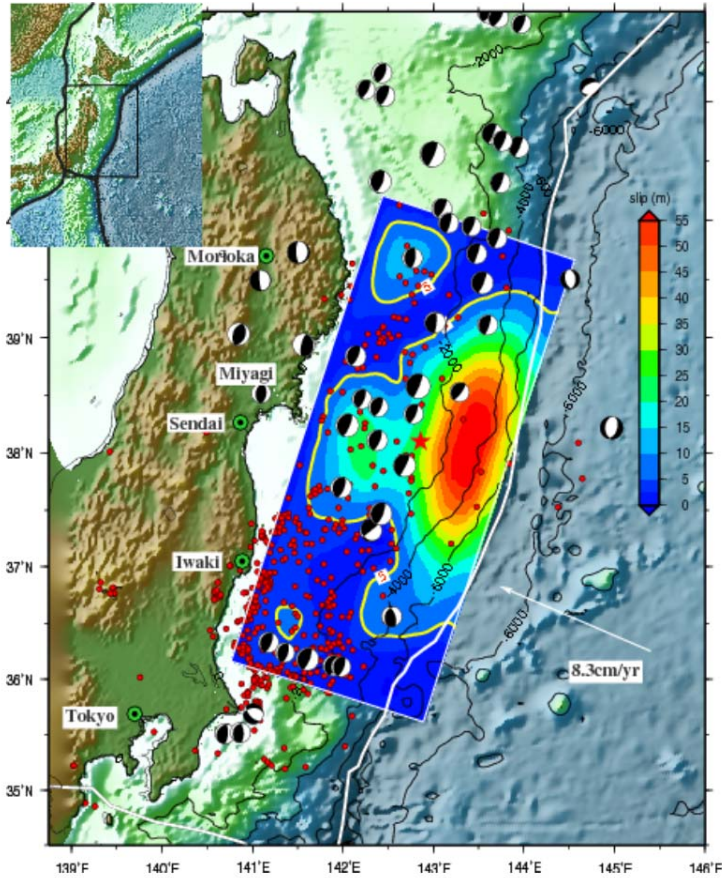
Modely konečného zdroje



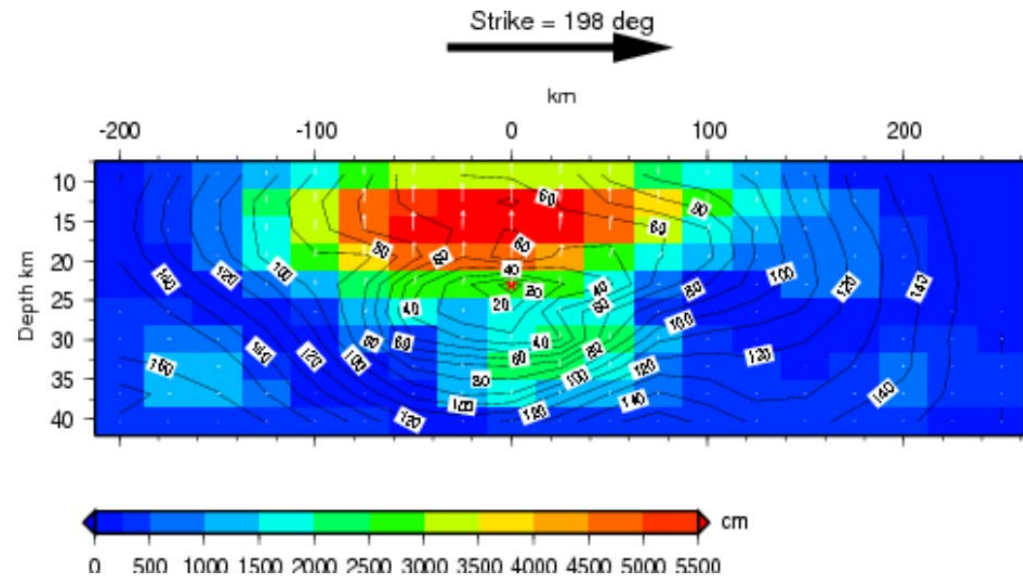
- inverze provedena z 38 vybraných teleseismických P- a SH-vln
- dip 9° , strike 201°
- trhlina šířící se z epicentra severním i jižním směrem
- délka zlomu 400 km
- maximální skluz do 30 m
- složený z 252 subzdrojů, $M_0 = 5.39 \cdot 10^{22} \text{ Nm}$



Modely konečného zdroje



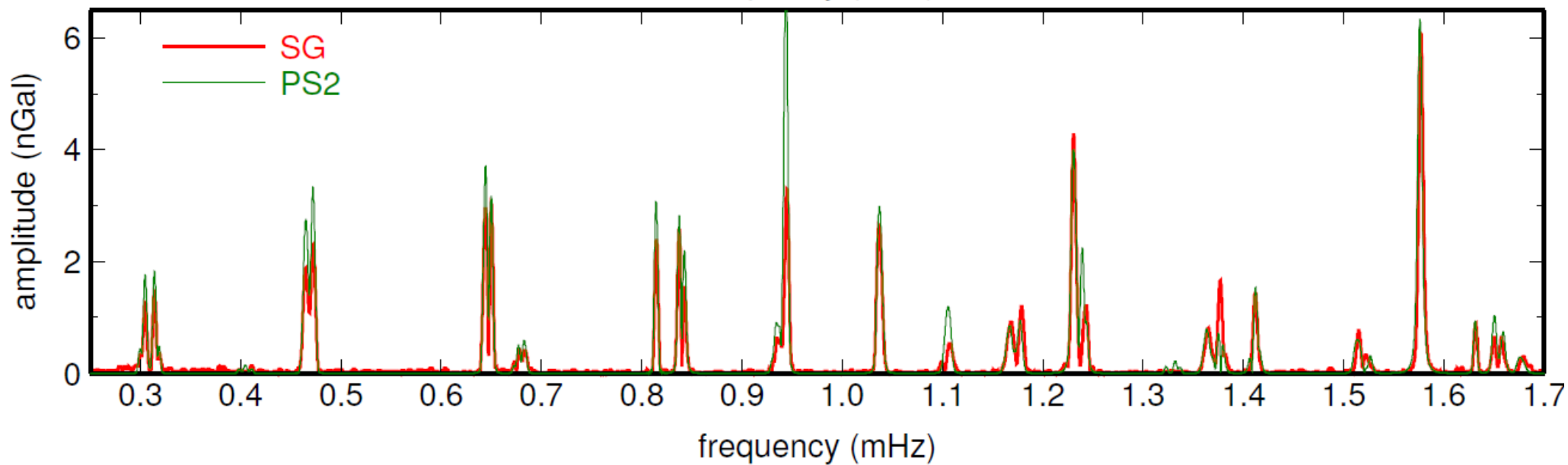
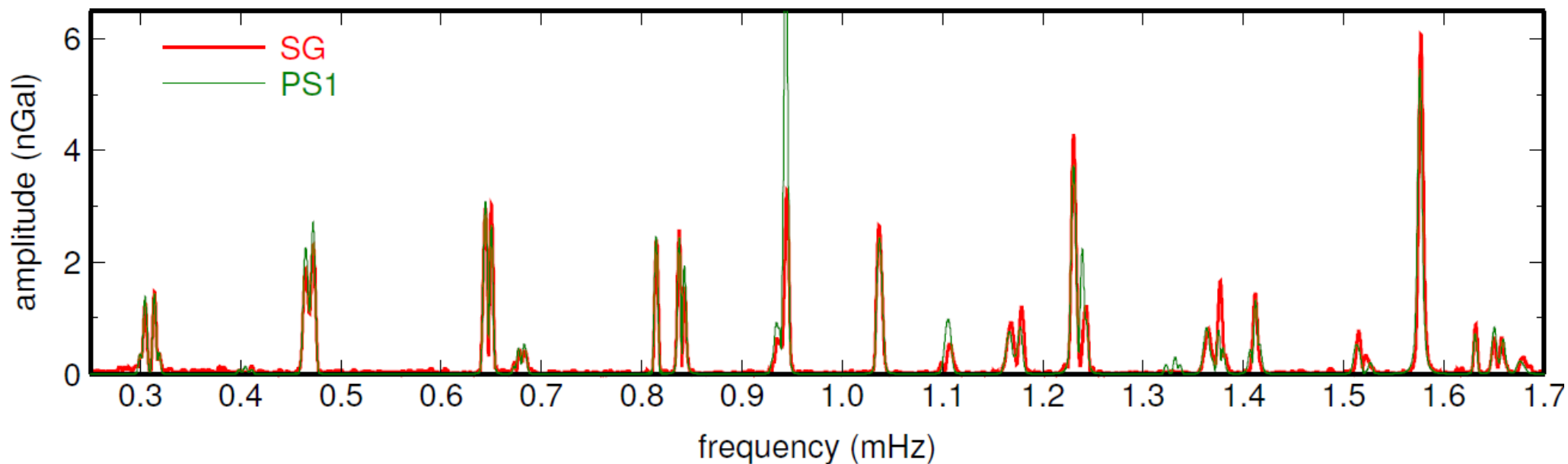
- inverze provedena z 53 vybraných teleseismických P- a SH-vln a 54 dlouhoperiodických S-vln
- dip 10° , strike 198°
- trhlina šířící se z epicentra severním i jižním směrem
- délka zlomu ~ 300 km
- maximální skluz přes 50 m
- složený z 37050 subzdrojů, $M_0 = 5.75 \cdot 10^{22} \text{ Nm}$



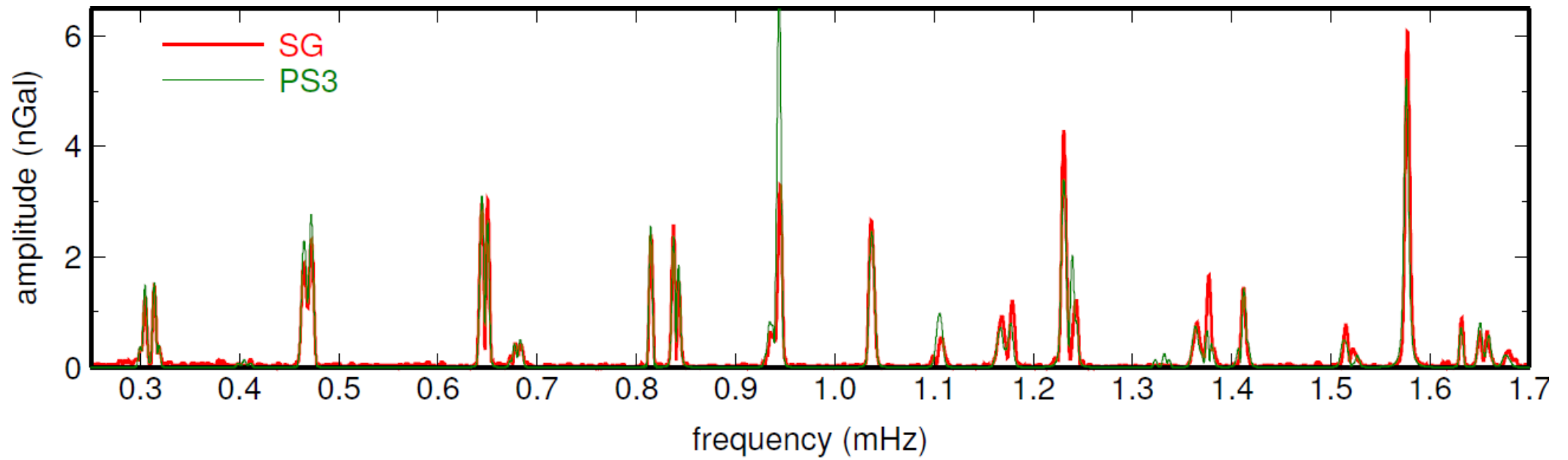
Řešení různými metodami dávají různé výsledky např. v důsledku:

- předpokládané geometrie zlomu
- parametrizace
- epicentrální rozložení stanic
- frekvenčního rozsahu zpracovaných vlnových polí
- strukturního modelu

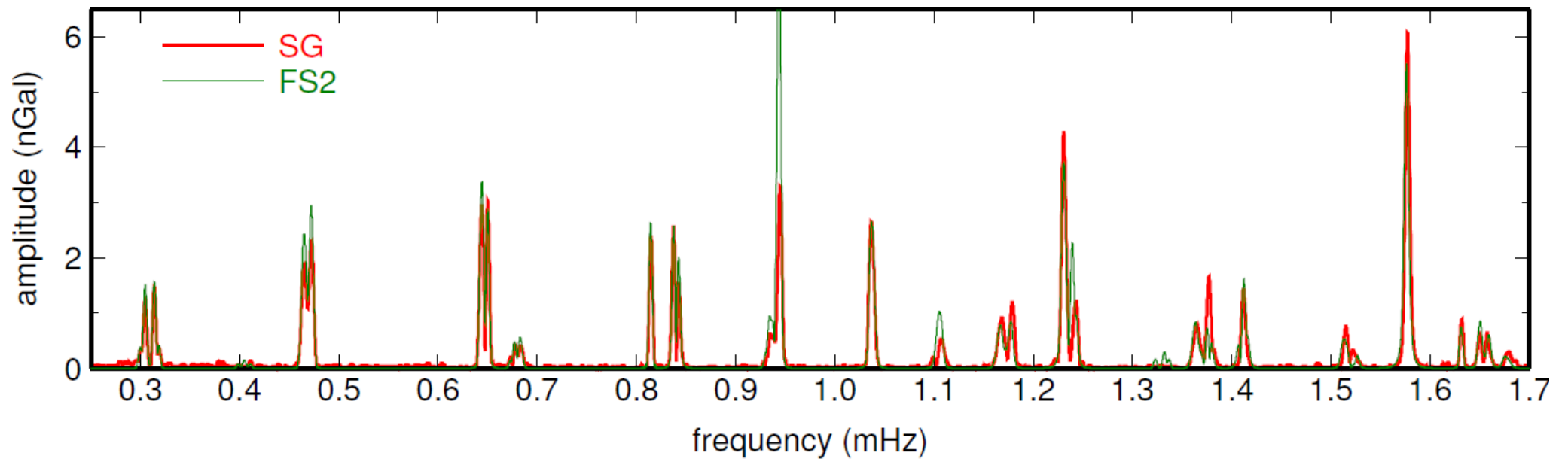
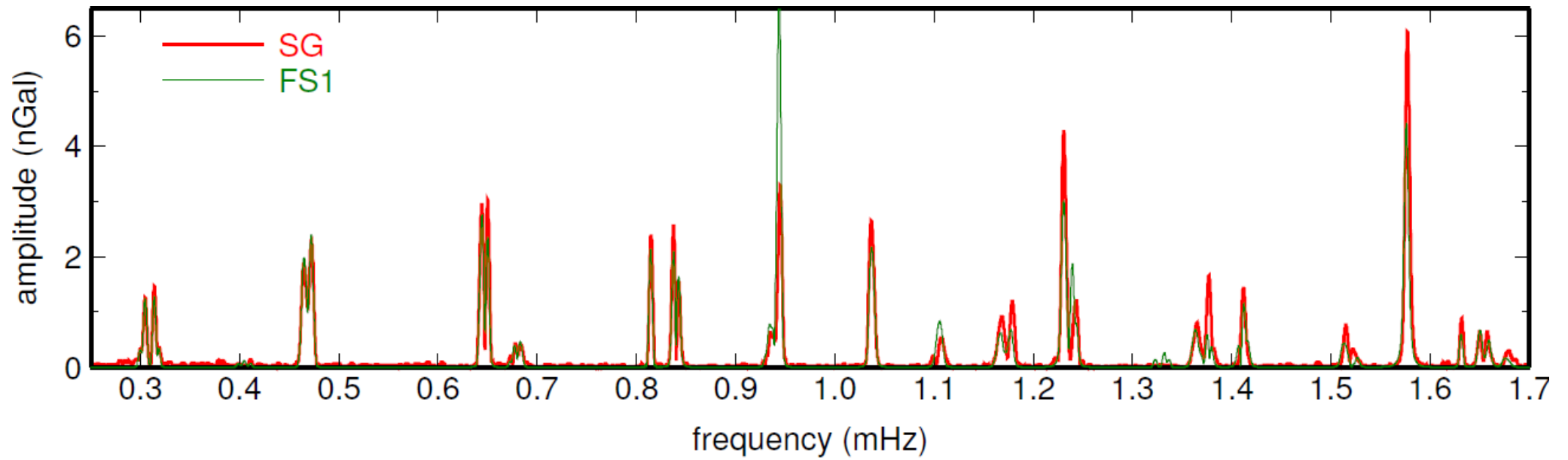
Data & výpočty pro GOPE



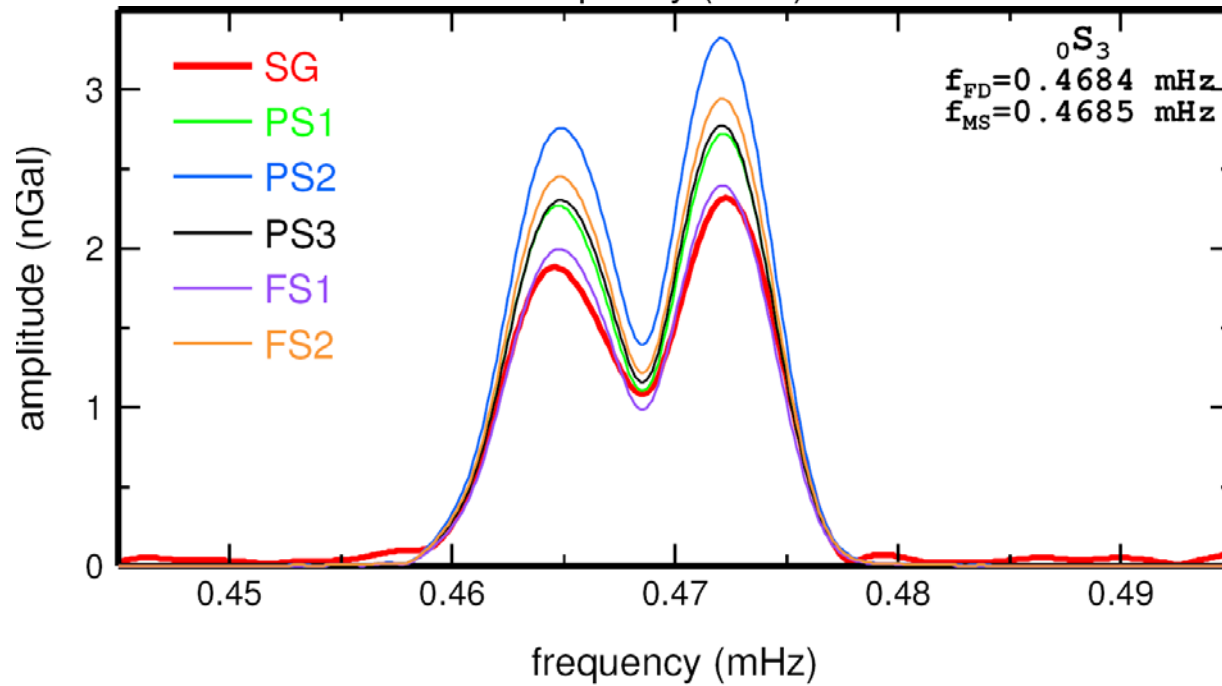
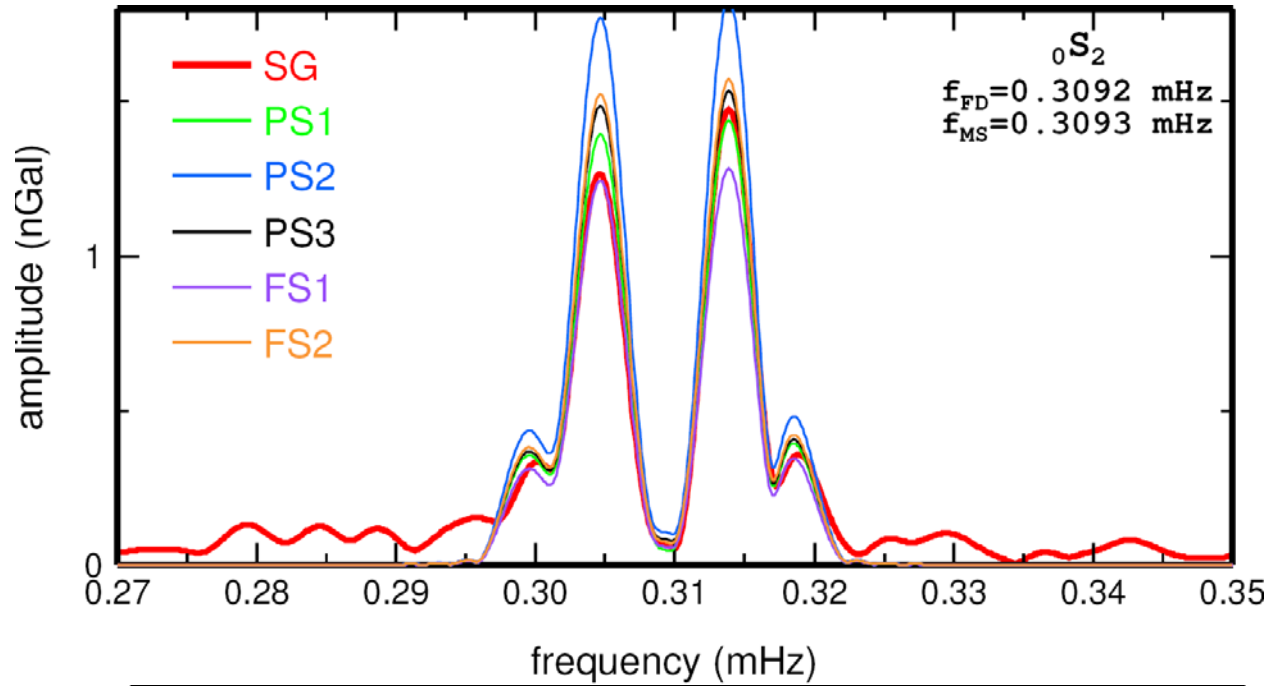
Data & výpočty pro GOPE



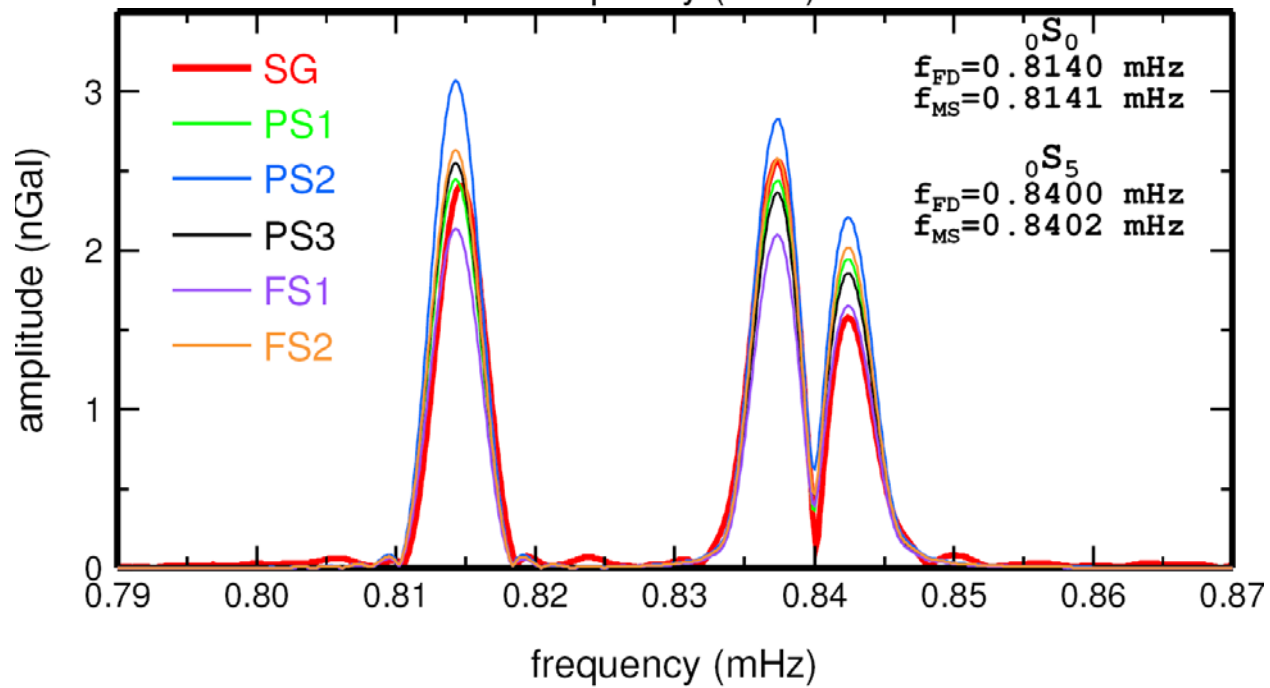
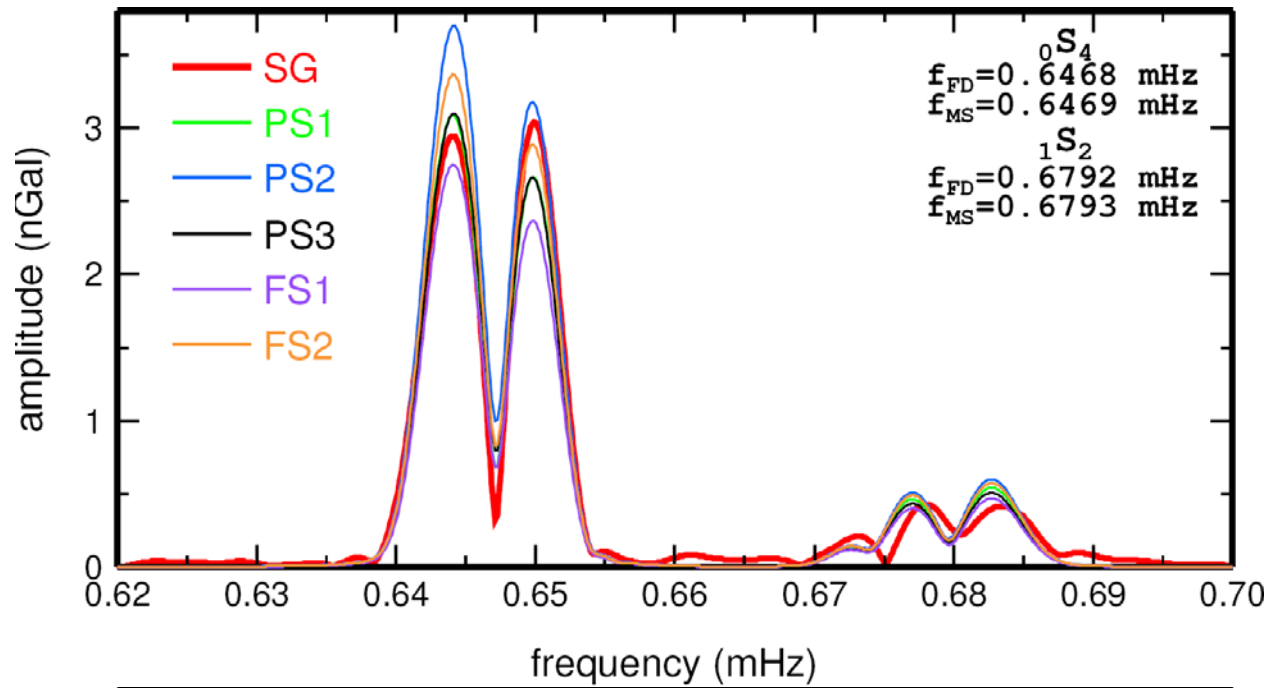
Data & výpočty pro GOPE



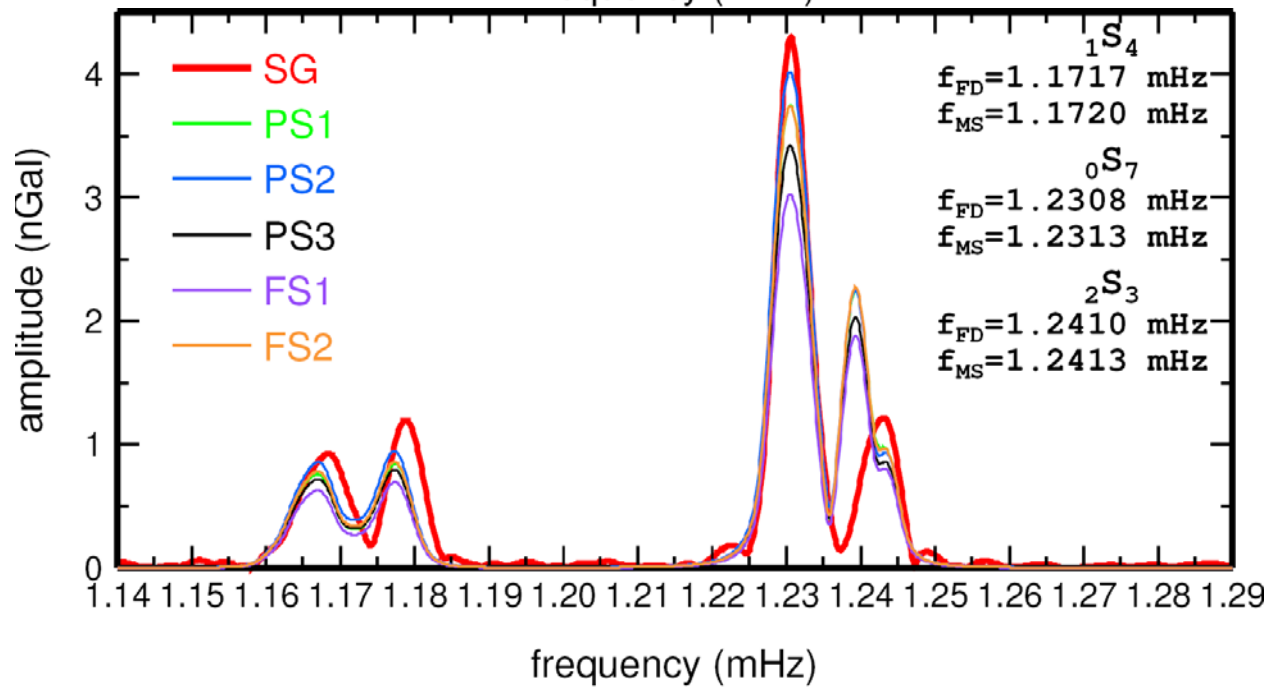
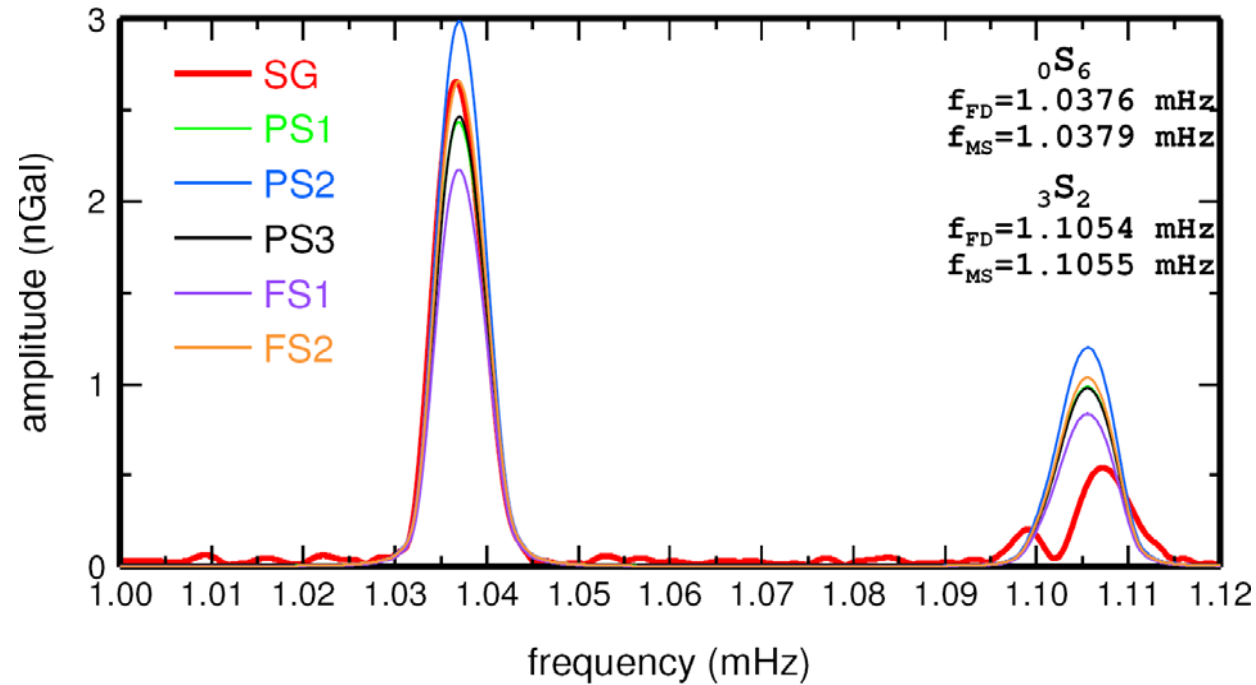
Data & výpočty pro GOPE



Data & výpočty pro GOPE



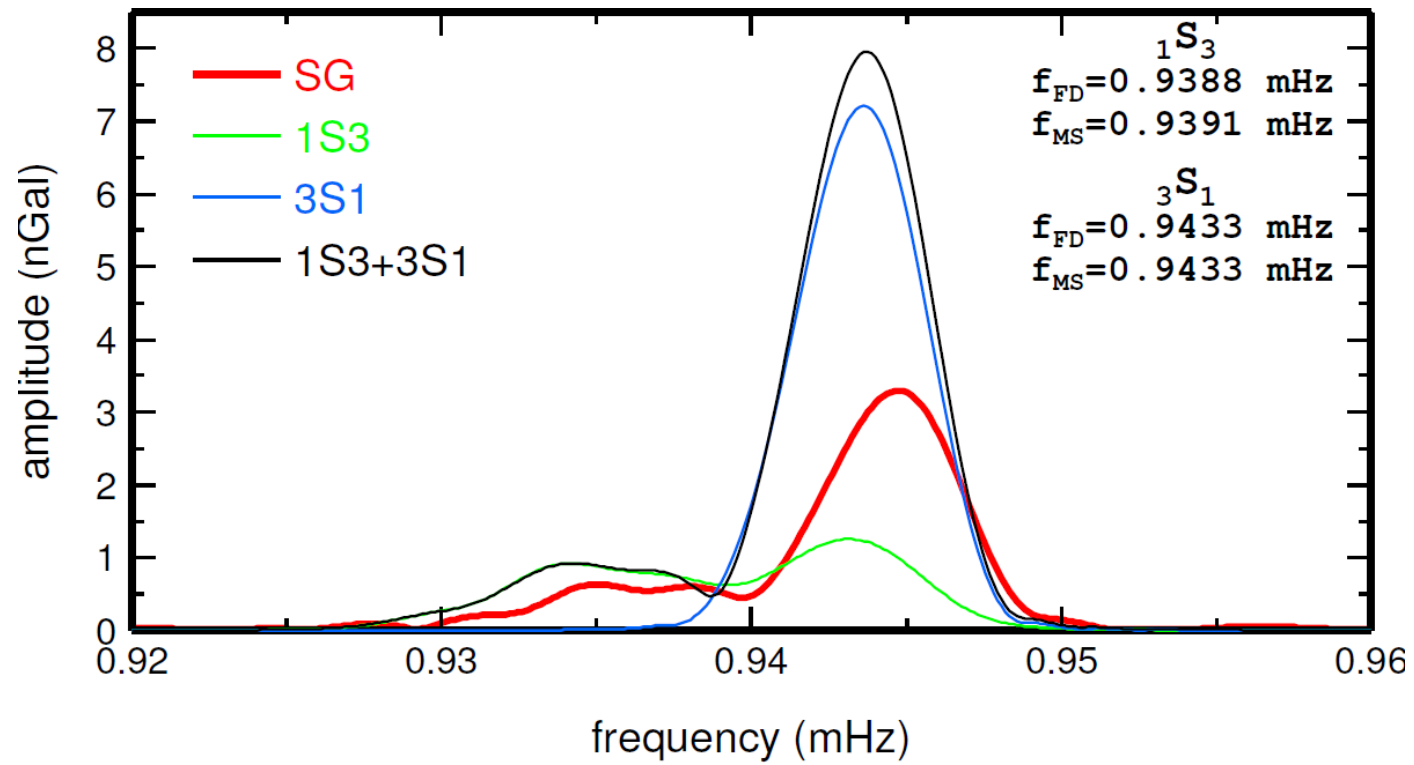
Data & výpočty pro GOPE



Relativní shoda pro základní módy

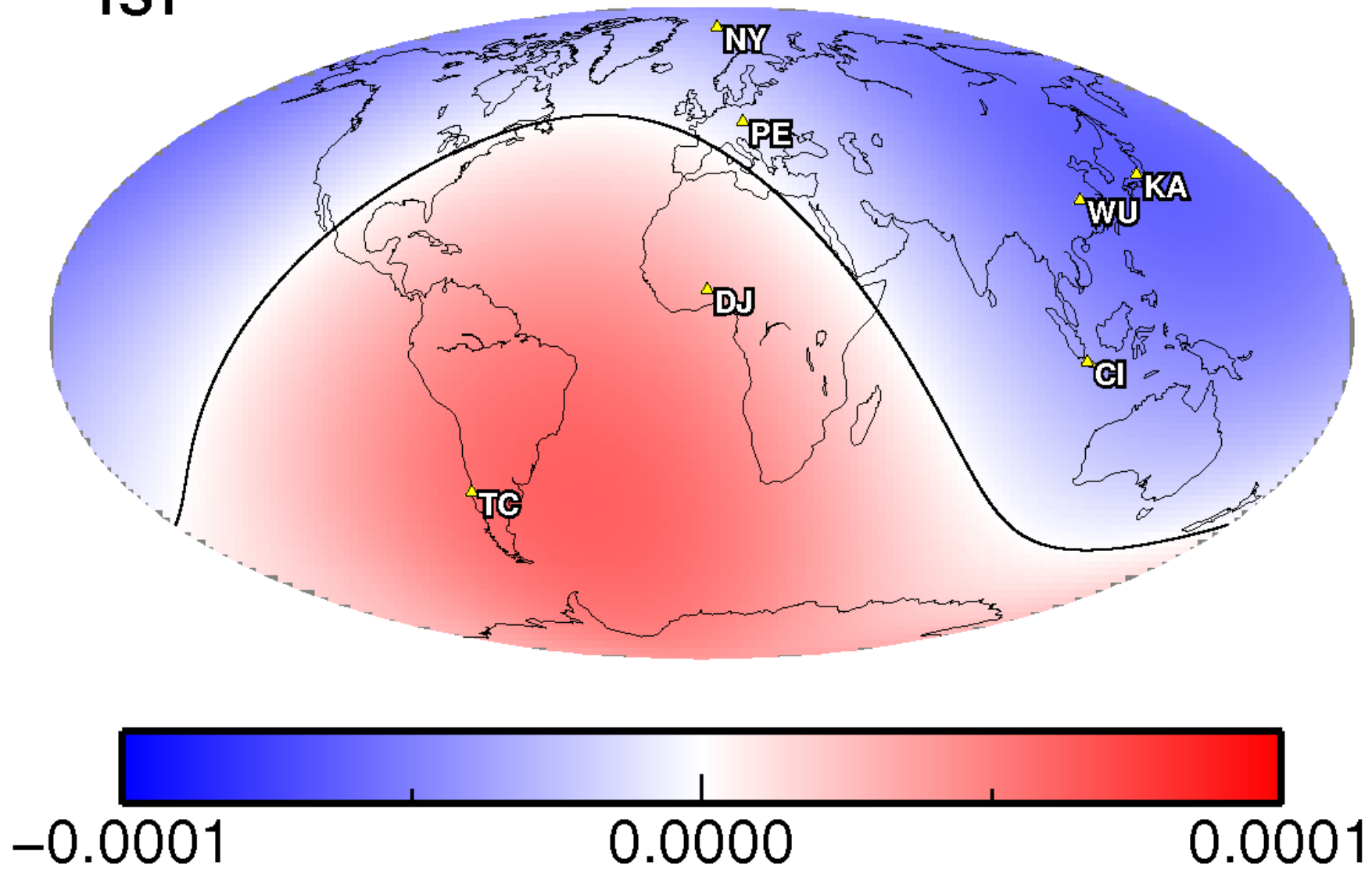
source model	${}_0S_0$	${}_0S_2$	${}_0S_3$	${}_0S_4$	${}_0S_5$	${}_0S_6$	${}_0S_7$	${}_0S_9$	total
PS1	0.987	0.970	0.870	0.963	0.966	0.938	0.936	0.943	0.996
PS2	0.729	0.693	0.620	0.845	0.794	0.885	0.966	0.906	0.807
PS3	0.945	0.902	0.849	0.966	0.996	0.927	0.871	0.902	0.998
FS1	0.885	0.919	0.996	0.858	0.892	0.822	0.767	0.765	0.873
FS2	0.911	0.875	0.777	0.952	0.909	0.996	0.946	0.951	0.930

Table 1. The relative agreement between the synthetic calculations and the data for the fundamental clearly isolated modes defined by $1 - \left| \int_{\delta f} A_g df - \int_{\delta f} A_m df \right| / \int_{\delta f} A_g df$, where A_m is the amplitude spectrum of models, A_g is the amplitude spectrum of the gravity data and δf is the frequency width of the mode. The last column shows the relative fit after integration over all eight chosen modes.

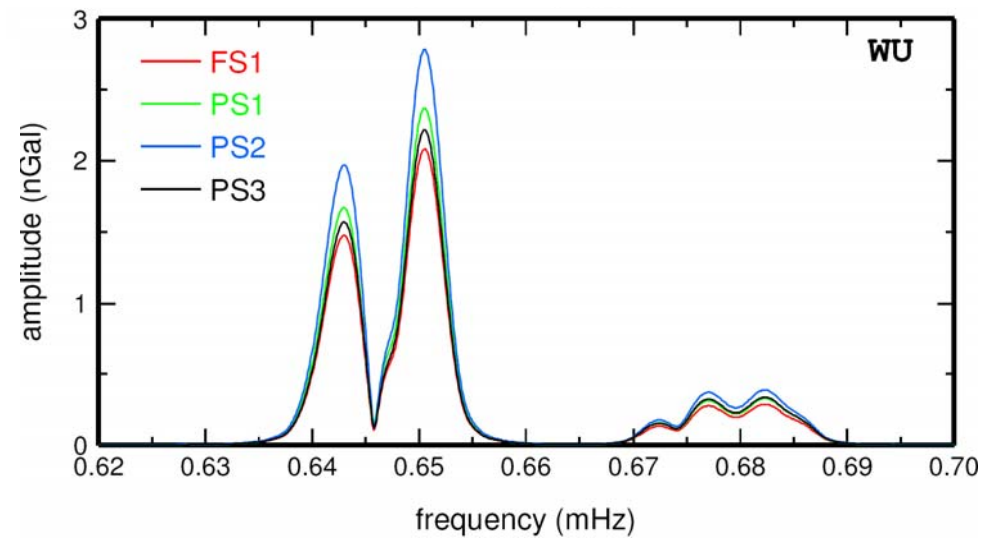
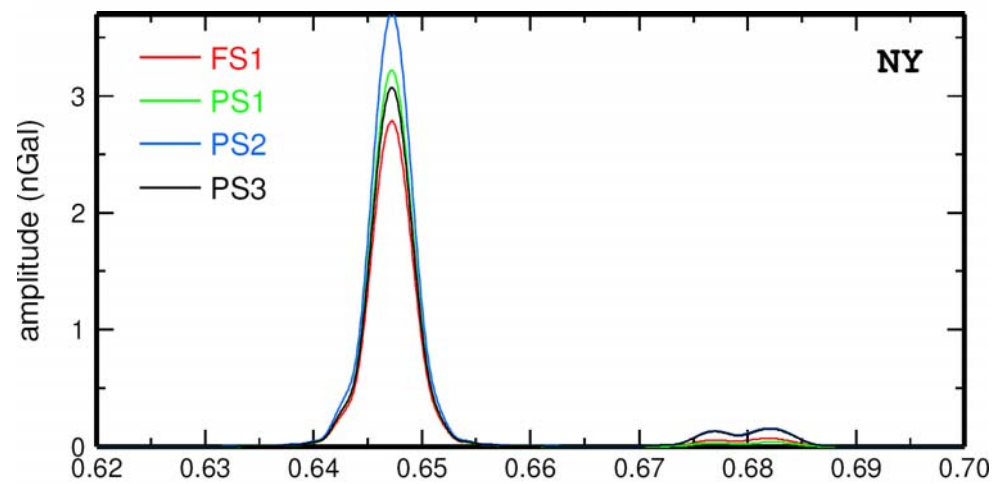
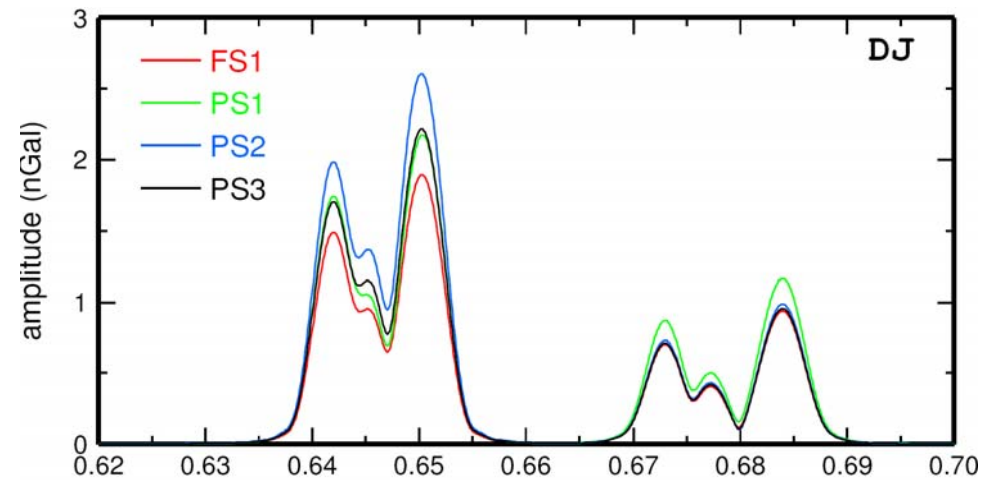
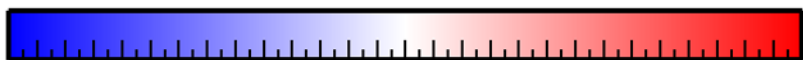
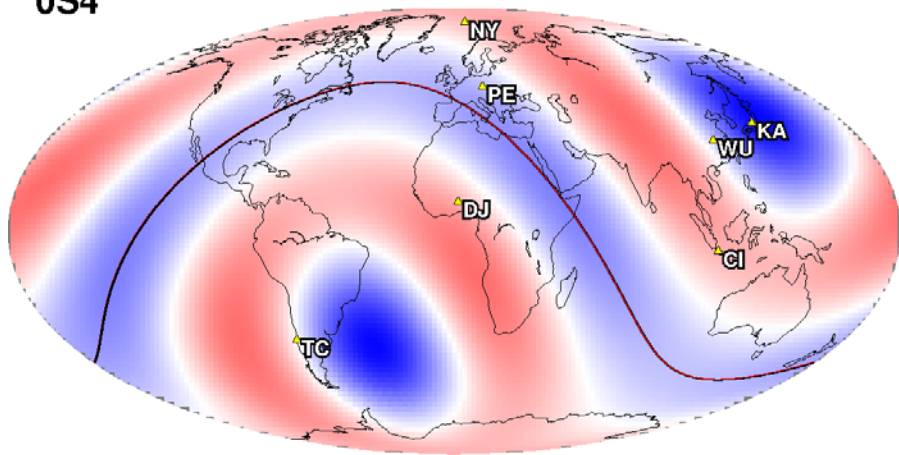


Rozložení stanic pro další syntetické výpočty

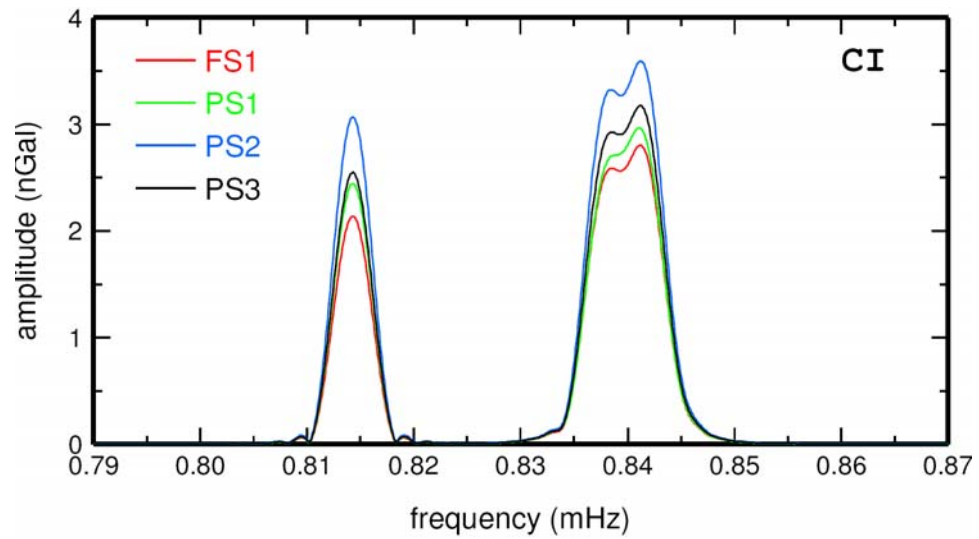
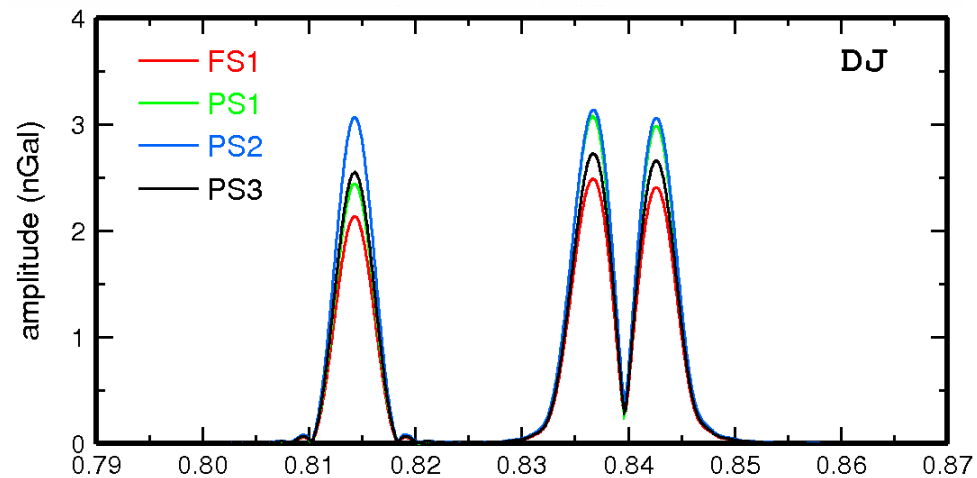
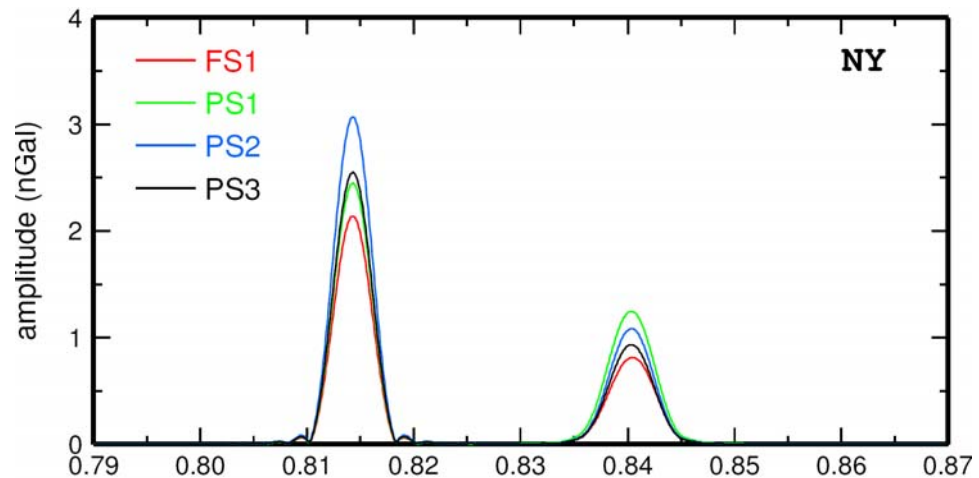
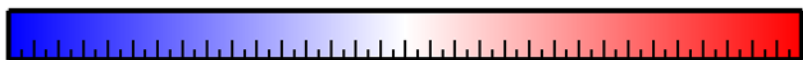
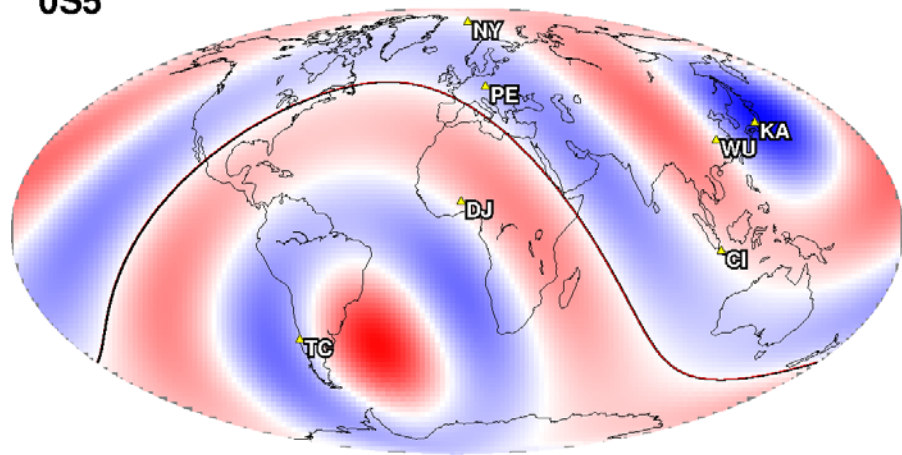
1S1



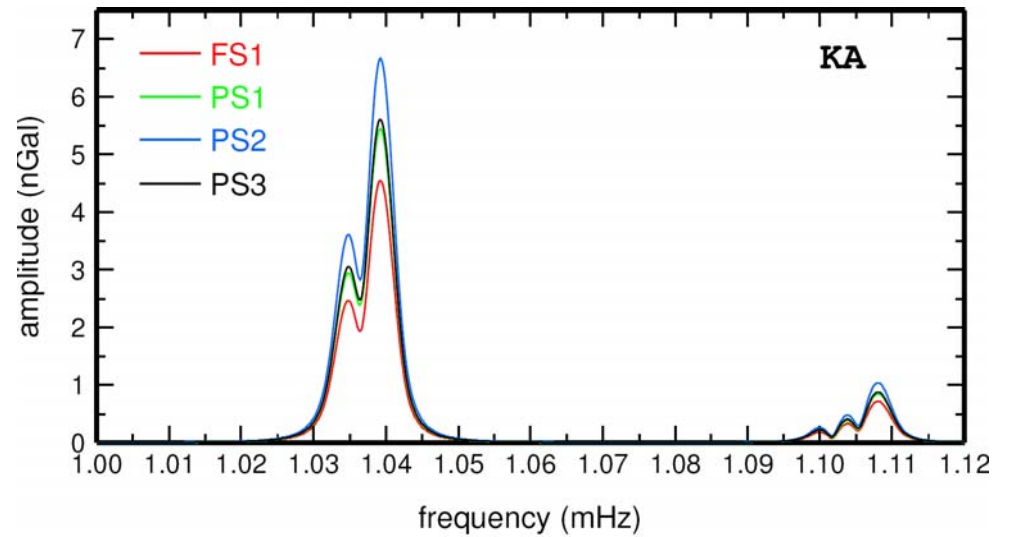
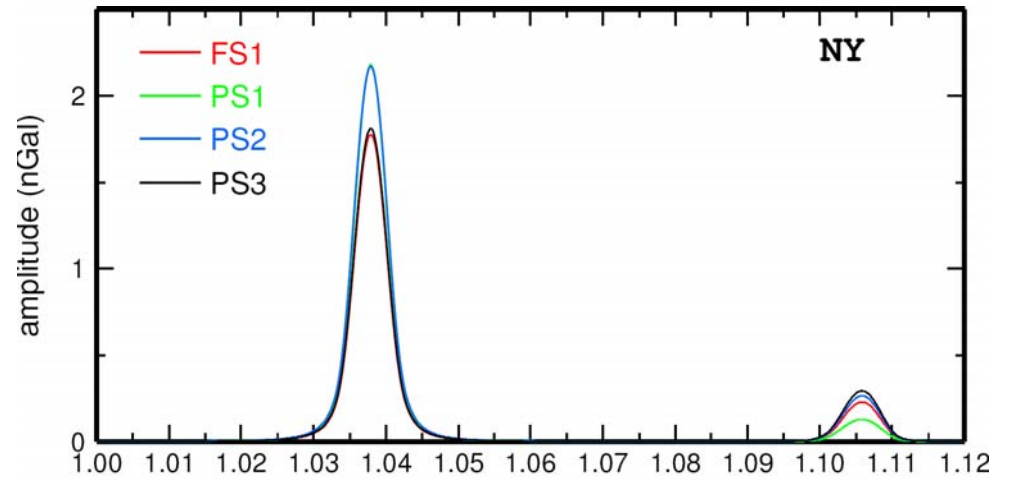
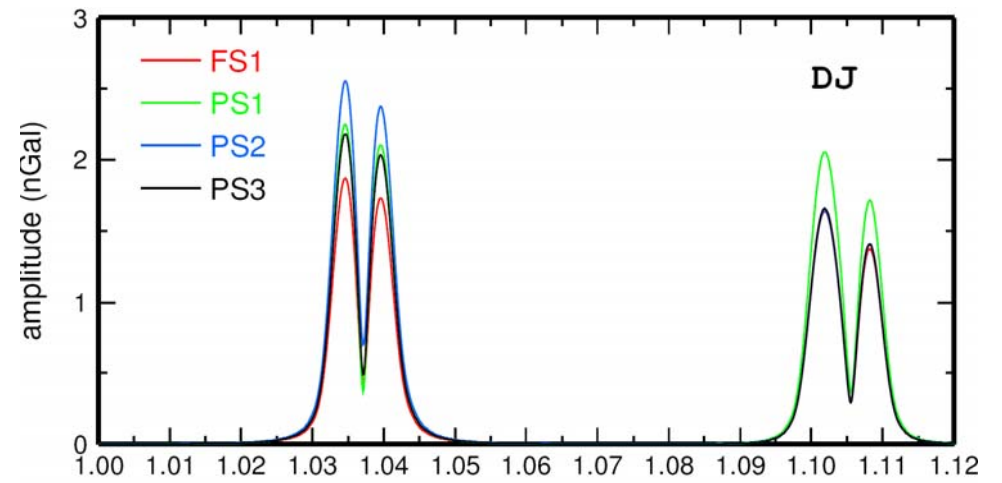
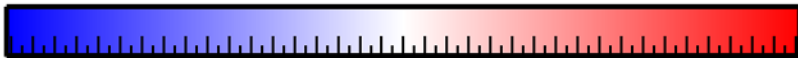
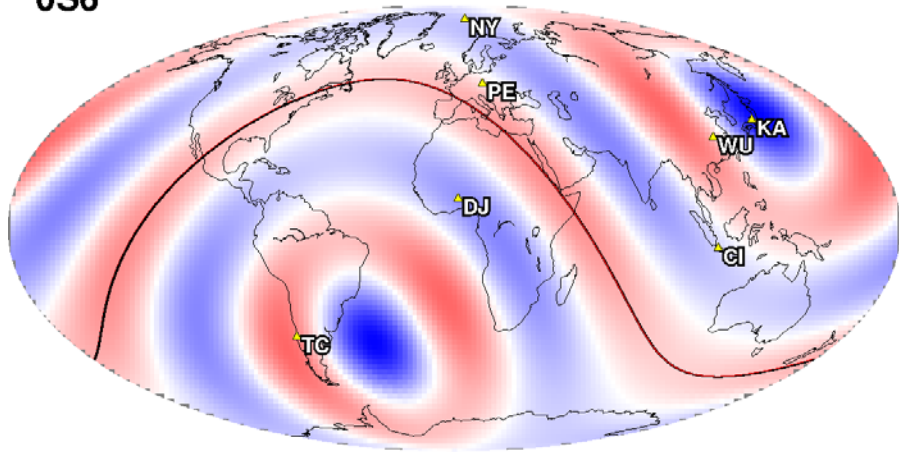
OS4



OS5



OS6



Závěr

Modely zdroje získané z povrchových vln generují signál, který je v podstatě v dobré shodě s daty naměřenými na stanici GOPE. Jedná se tedy o jinou situaci než v případě zemetřesení Sumatra-Andaman 2004, kdy bylo z analýzy vlastních kmitů magnitudo nutné zvýšit.

- Konečný model zdroje se v syntetických datech významně neliší od bodových zdrojů ani na blízkých stanicích, protože asperita, kde došlo k velkému skluzu, je překvapivě malá.
- Pro další porovnání kvality studovaných modelů zdroje a pro případnou formulaci a řešení obrácené úlohy je potřeba porovnání dat na větším počtu stanic.
- Je potřeba otestovat do jak vysokých frekvencí se můžeme metodou dostat.
--->> výpočet povrchových vln modální sumací