

# O hledání Slichterova tripletu

Miloš Vařko

Geodetická observatoř Pecný  
Západočeská univerzita v Plzni

12.10.2011

## Obsah prezentace

### Co je to Slichterův mód

- Vlastní kmity Země
- Slichterův mód

### Stručný popis supravodivého gravimetru

- GWR OSG-050
- Projekt GGP

- Co lze pomocí supravodivého gravimetru měřit ?

### Hledání Slichterova modu

- Proč je obtížné nalézt Slichterův mód
- Metody založené na Fourierové analýze
- Metody založené na zvyšování SNR
- Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Vlastní kmity Země

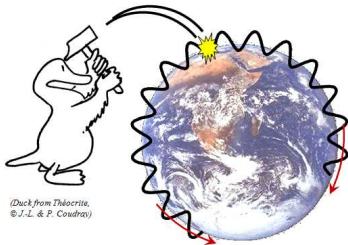
*"Vlastními kmity nebo volnými oscilacemi označujeme pohyb následkem procesů uvolňujících do systému takové množství energie, které vyvolá vlnění schopné obíhat celé těleso, a tak interferovat. Jde v podstatě o stojaté vlnění s nekonečným počtem stupňů volnosti a vlastní kmity jsou pak elementy tohoto vlnění."*

O hledání Slichterova tripletu

└ Co je to Slichterův mód

└ Vlastní kmity Země

## Vlastní kmity Země



*(Duck from Théocrite,  
© J.-L. & P. Coudray)*

**Few minutes after the earthquake  
Constructive interferences → free oscillations  
(or stationary waves)**



**Few hours after the earthquake ( ${}_0S_{20}$ )**

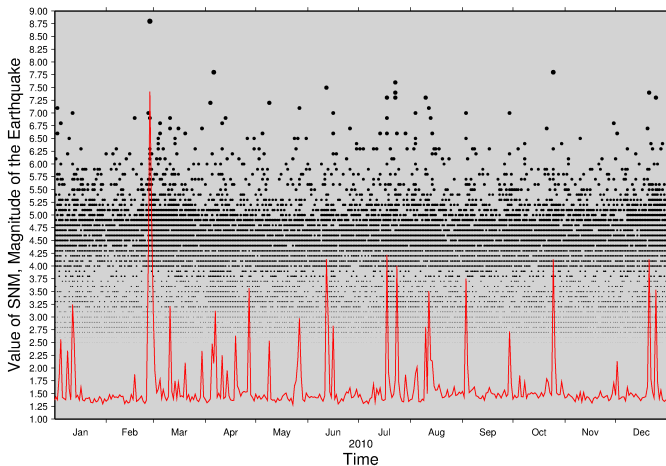
O hledání Slichterova tripletu

└ Co je to Slichterův mód

└ Vlastní kmity Země

## Vlastní kmity Země

Time evolution of SNM at PE station (Czech Republic)



## Vlastní kmity Země

Účinek vlastních kmitů Země na pozorované veličiny lze zapsat jako

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N A_i(\vec{x}) e^{-\alpha_i t} (\cos \omega_i t + \varphi_i) \quad (1)$$

kde

- $\vec{u}$  - hodnota měřené veličiny
- $\vec{x}$  - poloha záznamového zařízení
- $t$  - čas
- $A_i(\vec{x})$  - pozorovaná amplitúda  $i$ -tej vlny
- $\alpha_i$  - koeficient útlmu  $i$ -tej vlny
- $\omega_i$  - uhlová rychlost  $i$ -tej vlny
- $\varphi_i$  - fázový posun  $i$ -tej vlny

## Slichterův mod

### *THE FUNDAMENTAL FREE MODE OF THE EARTH'S INNER CORE*

BY LOUIS B. SLICHTER

INSTITUTE OF GEOPHYSICS, UNIVERSITY OF CALIFORNIA AT LOS ANGELES

*Communicated December 20, 1960*

The large Chilean earthquake of May 22, 1960, furnished the first fully convincing observational evidence concerning the free modes of oscillation of the earth. This earthquake excited large response at long periods on both a LaCoste-Romberg earth-tide gravimeter<sup>1</sup> and on Benioff strain seismometers.<sup>2</sup> In the spectral analyses by Ness<sup>1</sup> of the gravimeter observations a sequence of over forty free modes has been identified each at a period in accord with the predictions of theory.<sup>3</sup>

However, the first spectral peak (with period about 86 minutes) appearing at the low frequency end of the spectrum (Fig. 1) was *not* theoretically predicted. This peak is defined by 4 or 5 points and appears both in the "filtered" spectrum (in which the relatively enormous amplitudes due to the semidiurnal and diurnal gravity tides were suppressed) and in the corresponding unfiltered spectrum. The peak also occurred in the spectral analyses of several of the sub-intervals of the 4.6-day gravimeter record;<sup>1</sup> and, significantly, it is *absent* in the analysis of the quiet period (see Fig. 1) a month later. Its "energy" (amplitude-squared) is

○ hledání Slichterova tripletu

└ Co je to Slichterův mód

└ Slichterův mod

## Slichterův mod

### POWER SPECTRA ANALYSIS - UCLA EARTH TIDE GRAVIMETER CHILEAN EARTHQUAKE - MAY 22, 1960

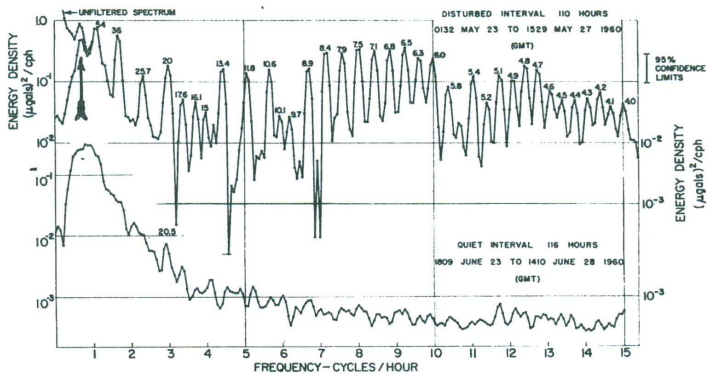


FIG. 1.—Spectral peak (shown by arrow) with period 86 minutes. (Portion of Fig. 4, reference 1, reproduced by courtesy of the authors. The numbers above the peaks indicate the period, in minutes.)

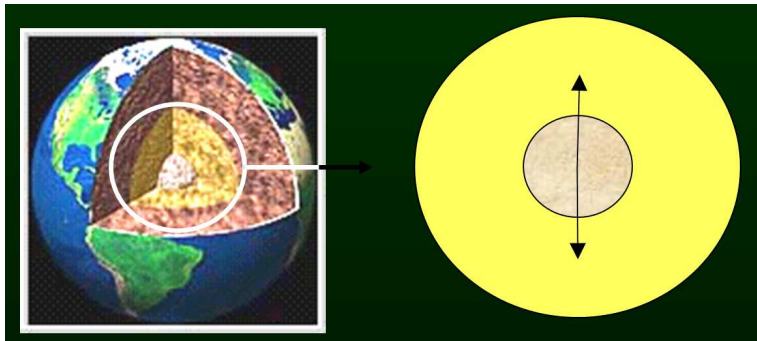


O hledání Slichterova tripletu

└ Co je to Slichterův mód

└ Slichterův mód

## Slichterův mód

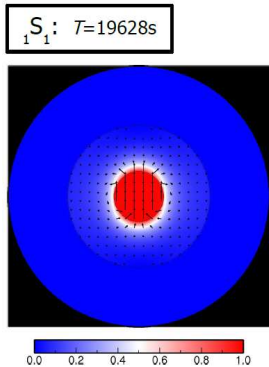


# O hledání Slichterova tripletu

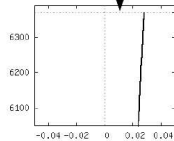
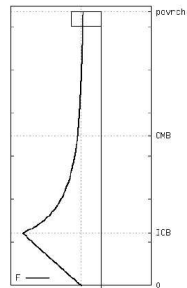
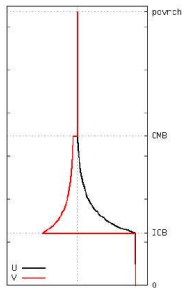
└ Co je to Slichterův mód

└ Slichterův mód

## Slichterův mód (©Eliška Zábranová)



Slichterův mód: pohyb vnitřního jádra jako celku.



○ hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ GWR OSG-050

---

# Supravodivý gravimetr GWR OSG-050

O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ GWR OSG-050

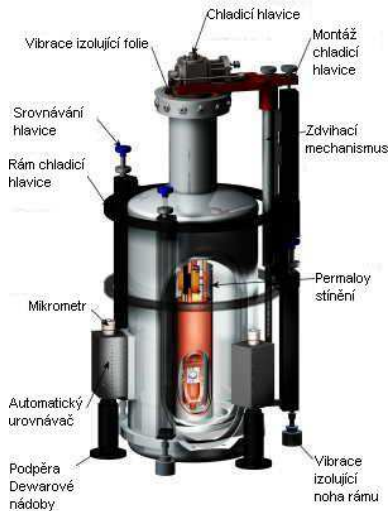
## Supravodivý gravimetr OSG-050



## O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

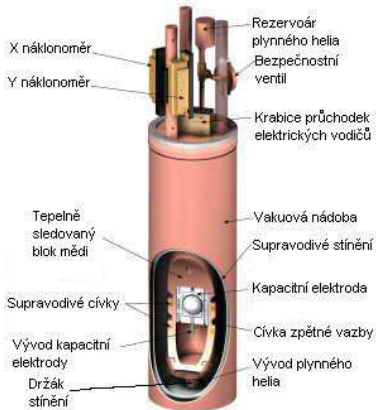
└ GWR OSG-050



## O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

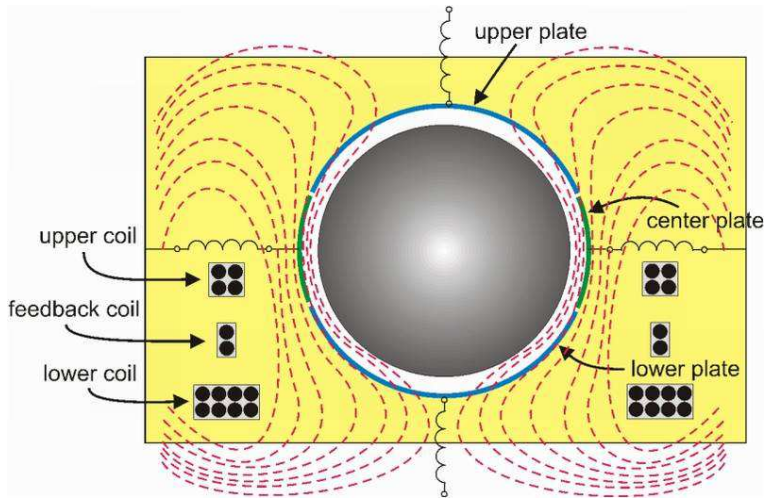
└ GWR OSG-050



O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

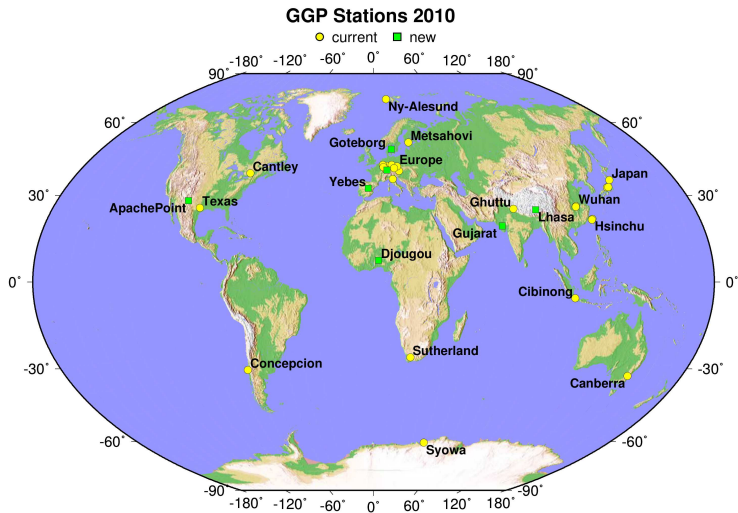
└ GWR OSG-050



O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ Projekt GGP







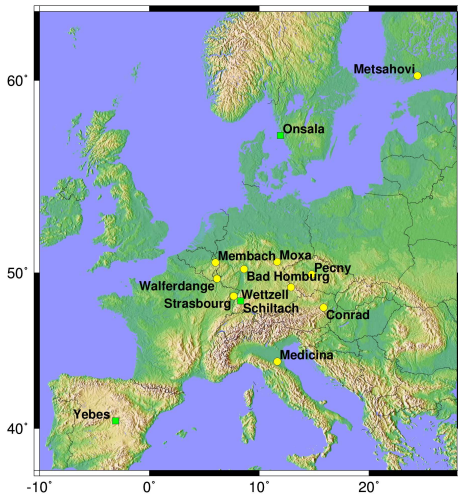
O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ Projekt GGP

## GGP European Stations 2010

● current ■ new



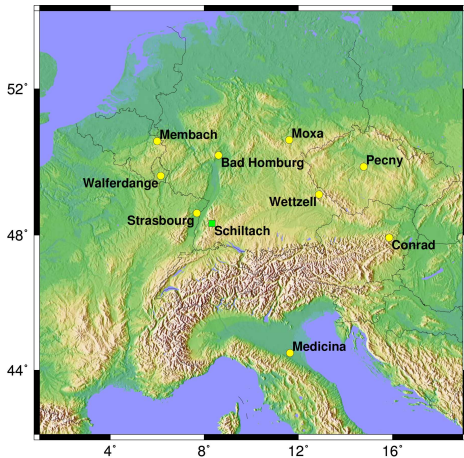
○ hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ Projekt GGP

### GGP Central European Stations 2010

● current    ■ new

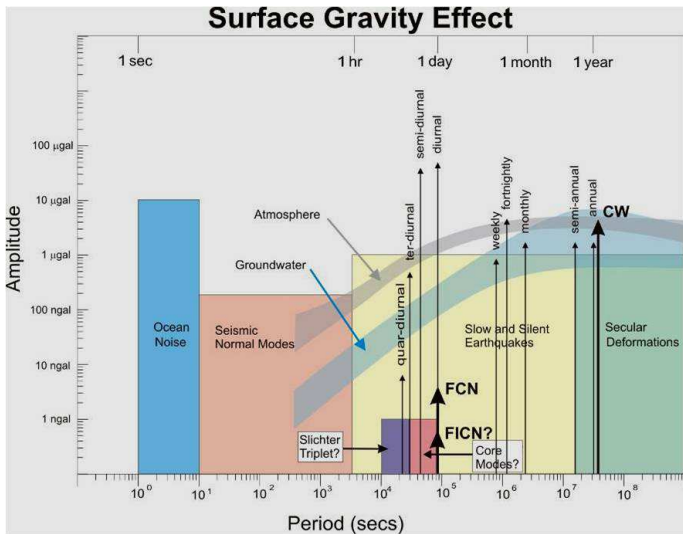


## O hledání Slichterova tripletu

└ Stručný popis supravodivého gravimetru

└ Co lze pomocí supravodivého gravimetru měřit ?

## Co lze pomocí supravodivého gravimetru měřit ?



## Proč je obtížné nalézt Slichtera?

- ▶ nevíme jeho přesní frekvenci
- ▶ jeho amplitúda je maximálné 1 nGal (úroveň šumu je nekolikanásobně větší)
- ▶ neumíme kompletně odstránit variaci atmosférického tlaku
- ▶ neumíme úplně odstránit variaci hydrosféry
- ▶ nedokonalost slapového modelu, nelineární slapy, oceánské slapy

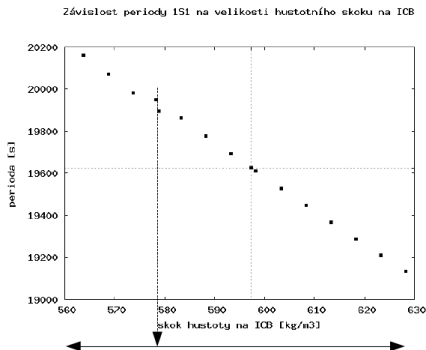
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Frekvence Slichterova modu (©Eliška Zábranová)

Perioda  ${}_1S_1$  vs. skok hustoty na ICB



Pro vyšší módy je změna periody zcela zanedbatelná.

■  $\Delta g < 0.1\%$

# Frekvence Slichterova modu

304

*S. Rosat et al. / Journal of Geodynamics 41 (2006) 296–306*

Table 3

Possible triplets for different Earth models and computational methods, as function of the density jump at the ICB

Detected frequencies ( $10^{-5}$ Hz)	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$
1066A (Dahlen and Sailor, 1979)			
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 900 \text{ kg/m}^3$	6.556511	7.143311	7.745011
Modified PREM models (Method 1)			
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 300 \text{ kg/m}^3$	6.348292	6.937362	7.527292
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 600 \text{ kg/m}^3$	6.319682	6.915872	7.506802
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 800 \text{ kg/m}^3$	6.335576	6.937706	7.531646
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 900 \text{ kg/m}^3$	7.143021	7.748191	8.343881
Modified PREM models (Method 2)			
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 300 \text{ kg/m}^3$	6.593068	7.206238	7.747808
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 600 \text{ kg/m}^3$	7.400513	8.011723	8.574493
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 800 \text{ kg/m}^3$	6.529490	7.143310	7.716470
$\Delta\rho_{\text{ICB}} = 900 \text{ kg/m}^3$	6.554921	7.170541	7.748441

# Frekvence Slichterova modu

Table 2

Computed frequencies of the Slichter triplet as function of the density jump at the ICB computed for PREM, 1066A and modified PREM models using Methods 1 and 2

Predicted frequencies for the Slichter triplet ${}_1S_1$ ( $10^{-5}$ Hz)	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$
Model 1066A ( $\Delta\rho_{ICB} = 900 \text{ kg/m}^3$ )			
Dahlen and Sailor (1979)	5.5400	6.1268	6.7285
Crossley et al. (1992)	5.6736	6.2591	7.0323
Model PREM ( $\Delta\rho_{ICB} = 600 \text{ kg/m}^3$ )			
Rogister (2003)	4.63658	5.23220	5.82343
Crossley (1992)	4.64589	5.23122	5.81490
Modified PREM model ( $\Delta\rho_{ICB} = 300 \text{ kg/m}^3$ )			
Method 1	3.26981	3.85888	4.44881
Method 2	3.36333	3.97650	4.51807
Modified PREM model ( $\Delta\rho_{ICB} = 600 \text{ kg/m}^3$ )			
Method 1	4.64776	5.24395	5.83488
Method 2	4.74744	5.35865	5.92142
Modified PREM model ( $\Delta\rho_{ICB} = 800 \text{ kg/m}^3$ )			
Method 1	5.37232	5.97445	6.56839
Method 2	5.47683	6.09065	6.66381
Modified PREM model ( $\Delta\rho_{ICB} = 900 \text{ kg/m}^3$ )			
Method 1	5.69801	6.30318	6.89887
Method 2	5.80425	6.41987	6.99777



## O hledání Slichterova tripletu

### └ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

# Amplitúda Slichterova modu

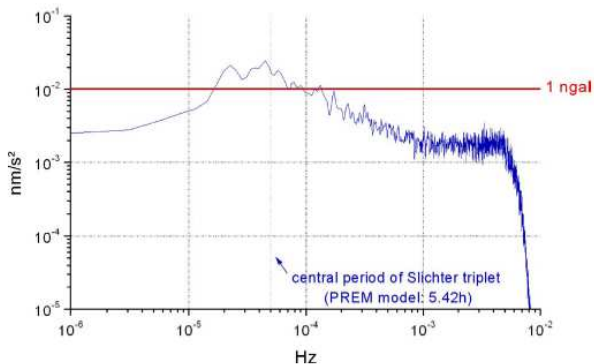


Fig. 11. Amplitude spectrum of the quietest period of 15 days at Strasbourg station. The central period of the Slichter triplet is indicated and the nanogal level is also plotted as a reference. At the frequency of the Slichter mode (about  $5 \times 10^{-4}$  Hz), the noise at Strasbourg is above the nanogal level. For higher frequencies (above  $10^{-4}$  Hz), the noise amplitude is below the nanogal level. The spectrum decrease below  $2 \times 10^{-5}$  Hz is due to a high-pass filtering.

## Amplitúda Slichterova modu

Pro hustotu výkonového spektra (PSD) bíleho šumu platí

$$PSD_{wn} = konst. = \sigma_{wn}^2 T_0$$

kde  $\sigma_{wn}$  je výkon bíleho šumu a  $T_0$  je vzorkovací interval.  
Pro hustotu výkonového spektra netlumeného kmitu platí

$$PSD = \frac{A^2 N T_0}{4}$$

kde  $A$  je amplituda vlny,  $N$  je počet vzorků.

Tedy ze znalosti výkonu bíleho šumu a známém počtu vzorků  $N$  lze určovat periodické signály s minimální amplitudou

$$A > \frac{2\sigma_{wn}}{\sqrt{N}}$$

## Amplitúda Slichterova modu

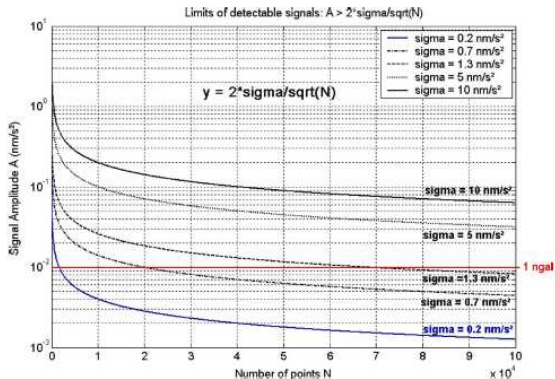


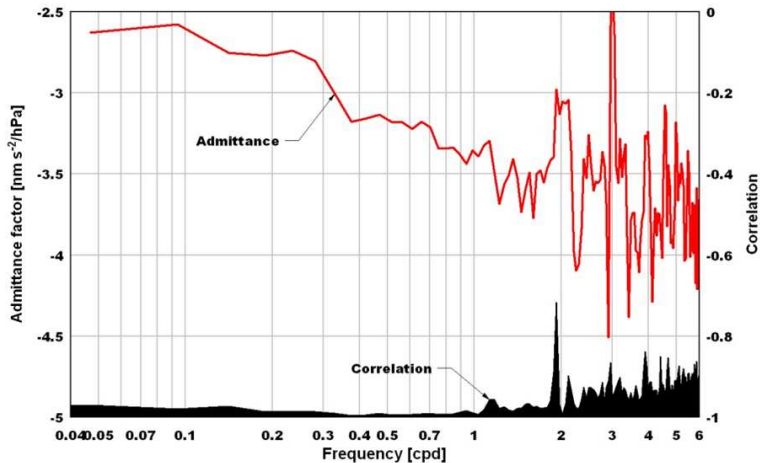
Fig. 10. Detectability of small harmonic signals in white noise as a function of observation period. The relation used is  $A = 2\sigma/\sqrt{N}$ , where  $A$  corresponds to the amplitude of a harmonic signal that it is possible to detect with  $N$  points over a white noise of amplitude  $\sigma$ . For example, with  $\sigma = 1.3 \text{ nm/s}^2$ , harmonic signals of the nanogal amplitude will be detected over the noise if the record length is greater than 70 000 points.

O hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

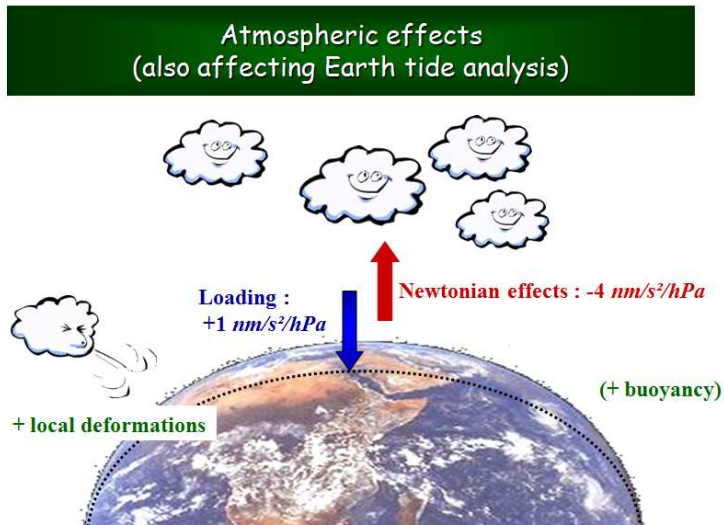
└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek variace atmosférického tlaku



- hledání Slichterova tripletu
  - └ Hledání Slichterova modu
    - └ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek variace atmosférického tlaku

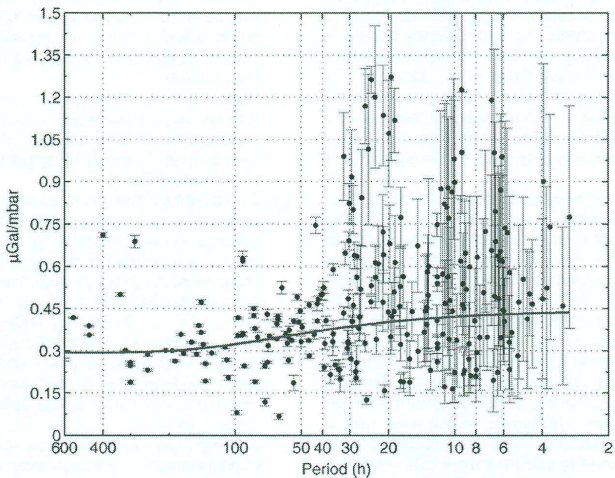


○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek variace atmosférického tlaku

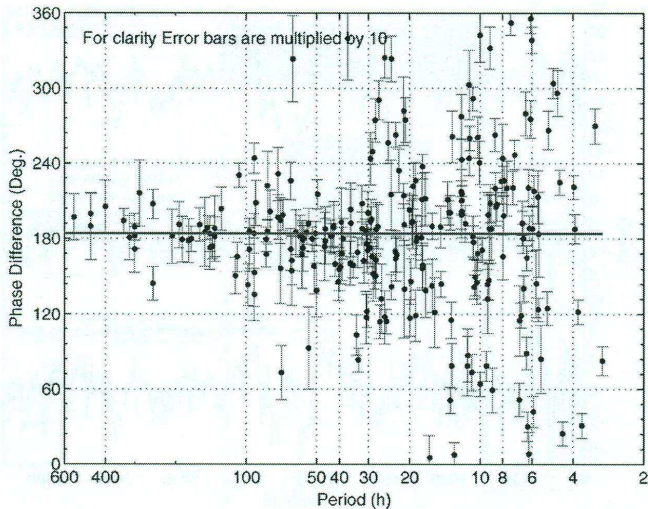


○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek variace atmosférického tlaku

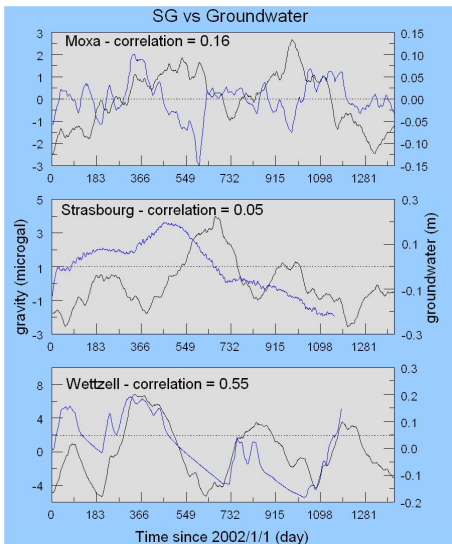


○ hledání Slichterova tripletu

└─ Hledání Slichterova modu

└─ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Variace hydrologických parametrů





○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Variace hydrologických parametrů

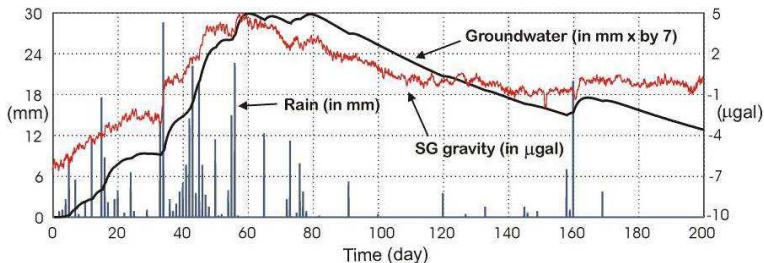


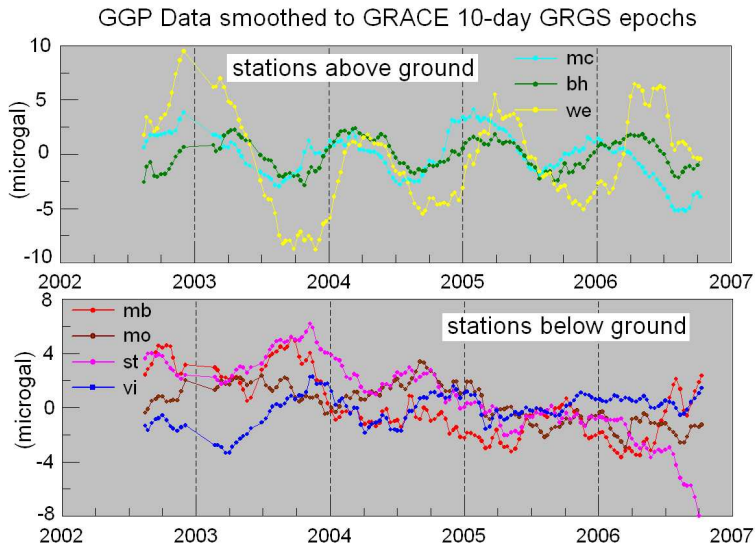
Figure 2. Gravity Variations Due to Rainfall, Boulder TMGO

○ hledání Slichterova tripletu

└─ Hledání Slichterova modu

└─ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Variace hydrologických parametrů



○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Slapové modely

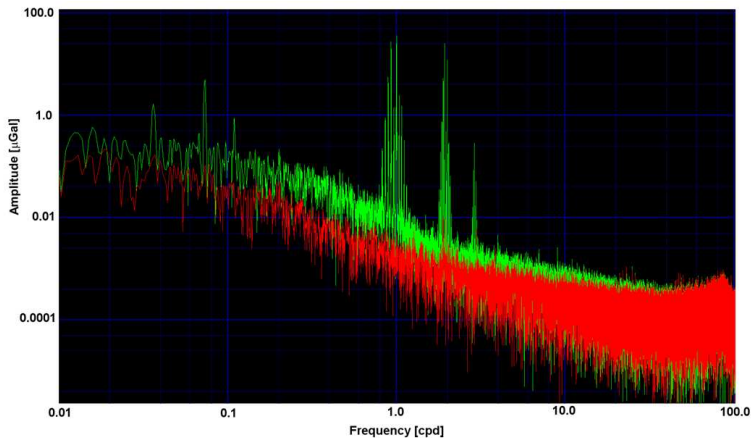
<b>Slapový model (rok)</b>	<b>Počet vln</b>
Doodson(1921)	378 vln
Carwright-Tayler-Edden(1973)	505 vln
Buellesfeld(1985)	656 vln
Tamura(1987)	1200 vln
Xi-Qin-Wen(1989)	2933 vln
Roosbeck(1996)	6499 vln
Hartmann-Wenzel(1999)	12935 vln
KSM03, Kundryavtsev (2004)	28806 vln

○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek slapů



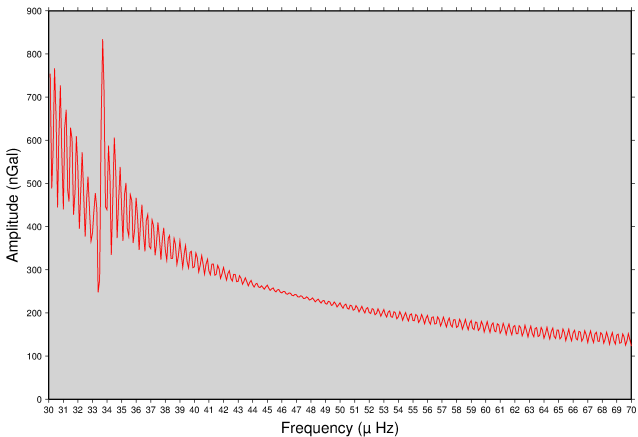
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Proč je obtížné nalézt Slichterův mod

## Účinek slapů

Slapove spektrum



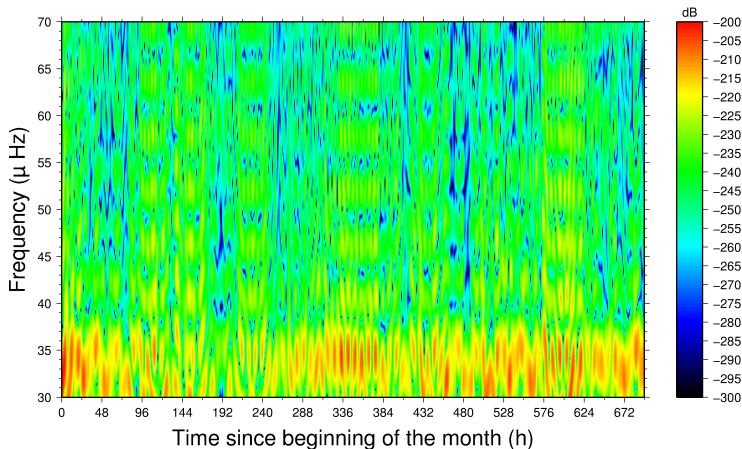
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Spektrogram zámjové frekvenční oblasti

GO Pecný – March 2010



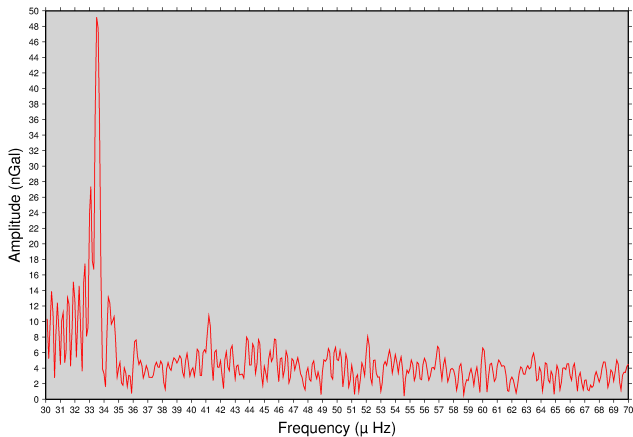
O hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Měsíční spektrální analýza

March 2010 (GOPE)



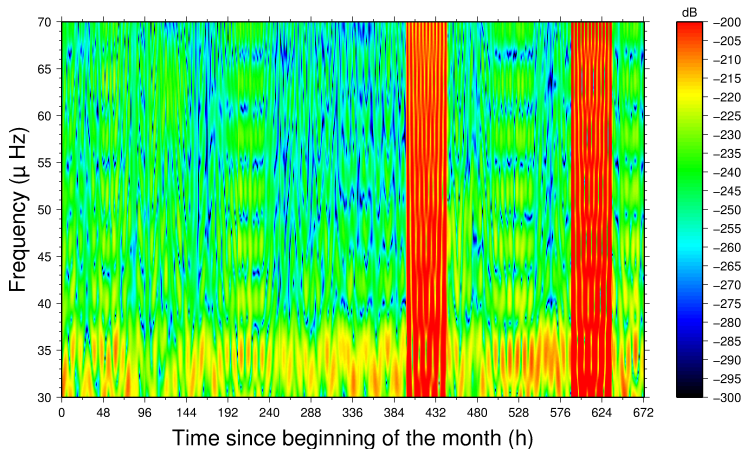
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Spektrogram zámové frekvenční oblasti

GO Pecný – April 2010





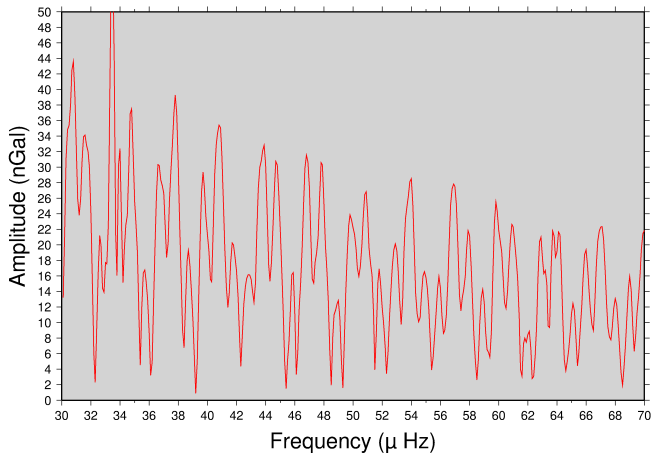
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Měsíční spektrální analýza

April 2010 (GOPE)



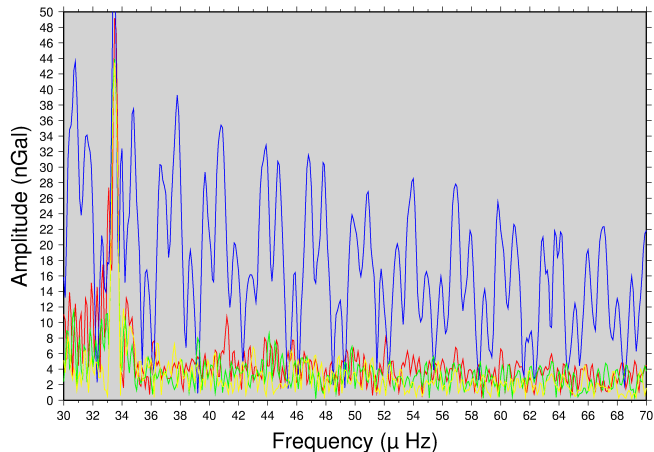
○ hledání Slichterova tripletu

└─ Hledání Slichterova modu

└─ Metody založené na Fourierové analýze

## Analýza 03/2010 - 06/2010

2010/03 – 2010/06 (GOPE)



## Pokus o nalezení potenciálních frekvencí Slichterova modu

- ▶ amplitúdová část

$$K_1(f) = \frac{A_1(f)}{A_{wn,1}} \frac{A_2(f)}{A_{wn,2}} \frac{A_3(f)}{A_{wn,3}} - 1$$

- ▶ útlumová část

$$K_2(f) = \frac{\frac{A_3(f) - A_2(f)}{d_2} - \frac{A_2(f) - A_1(f)}{d_1}}{d_{12}}$$

- ▶ spojení obou částí a vytvoření "testovací funkce"

$$K = K_1(K_2^2 - 10)$$

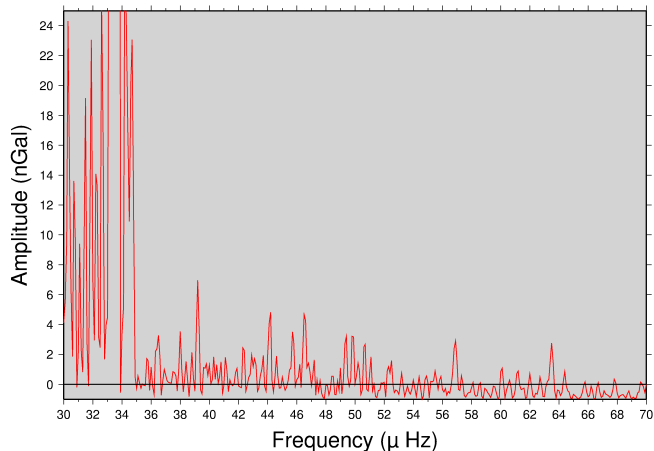
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Analýza 03/2010 - 06/2010

2010/03 – 2010/06 (GOPE)



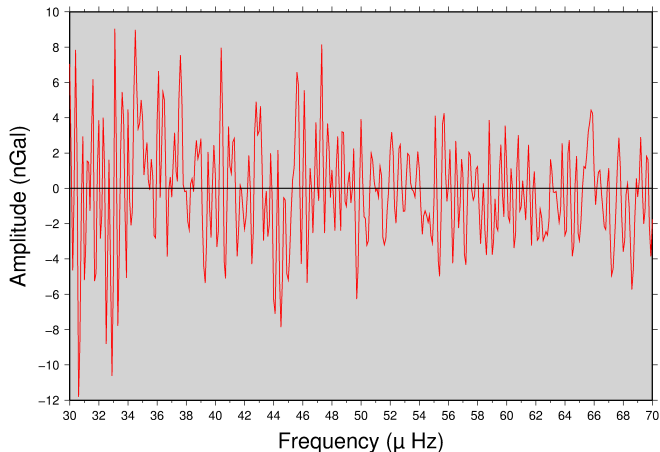
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na Fourierové analýze

## Analýza 03/2010 - 06/2010

2010/03 – 2010/06 (GOPE)



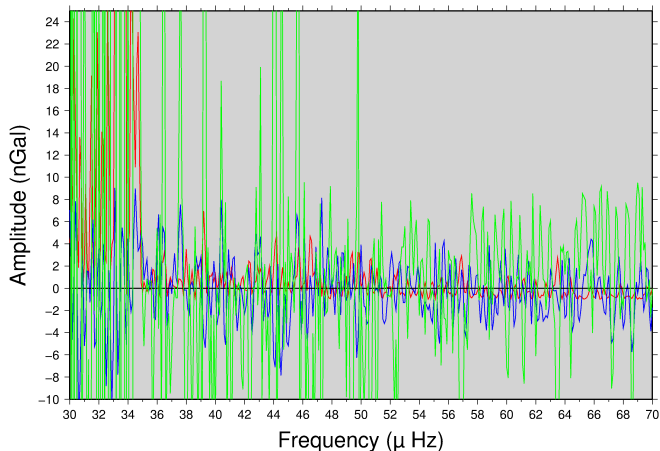
○ hledání Slichterova tripletu

└─ Hledání Slichterova modu

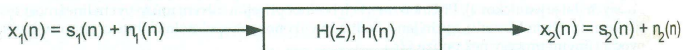
└─ Metody založené na Fourierové analýze

## Analýza 03/2010 - 06/2010

2010/03 – 2010/06 (GOPE)



## Jak zvýšit hodnotu SNR ?



Literatura uvádí poměrně mnoho metod, jak se dá zvýšit hodnota SNR (Signal-to-Noise-Ratio). Například:

- ▶ vlnková (wavelet) transformace
- ▶ frekvenční filtrace
- ▶ sumační průměrování
- ▶ autokorelační filtrace

## Vlnková transformace

Při potlačování úrovně šumu pomocí vlnkové transformaci se nejdříve provede dekompozice vstupního signálu, kterou obdržíme dva soubory koeficientů - *koeficienty aproximace*, které obsahují nízkofrekvenční informaci o signálu a *koeficienty detailu* obsahující vysokofrekvenční informaci, vrátane šumu. Samotné potlačování šumu spočívá ve vhodné úpravě koeficientů, tzv. *prahování koeficientů*. Koeficienty, které jsou menší než hladina prahu jsou položeny za nulové a nepodílejí se dále na rekonstrukci (zpětné transformaci) signálu. Tím se dosáhne částečného potlačení šumu bez ztráty podstatné části vysokofrekvenčních složek signálu. Frekvenční spektra signálu a šumu se mohou překrývat.



## Frekvenční filtrace

Na signál obsahující šum se vhodně aplikuje selekční filtr (dolní propust, horní propust, pásmová propust, pásmová hráz, případně složitější filtr), kterého cílem je co nejvíce eliminovat vliv šumu a mít co nejmenší vliv na signál. To lze splnit, pokud se frekvenční pásma signálu a šumu nepřekrývají. V případě bílého šumu, je tohle splnitelné pro harmonický signál. Pro základní periodické signály je nutno v propustnosti filtru ponechat tolik harmonických složek, aby bylo dosaženo skreslení signálu filtrací menší než povolená hodnota.

## Frekvenční filtrace

Jestli má signál omezené frekvenční pásmo ( $f_{dx} - f_{hx}$ ) a šum je bílý (nulová střední hodnota a rozptyl  $\sigma_n^2$ ). Jestli měřicí zařízení zpracovává frekvenční rozsah  $f_{dz} - f_{hz}$  ( $f_{dz} \leq f_{dx}$  a  $f_{hx} \leq f_{hz}$ ), pak pro SNR platí

$$SNR_1 = 10 \log \frac{P_x}{\sigma^2(f_{hz} - f_{dz})} \quad (dB)$$

Jestli aplikujeme selekční filtr (pásmovou propust) s mezními frekvencemi  $f_{df}$  a  $f_{hf}$ , pro které platí  $f_{dz} \leq f_{df}$ ,  $f_{hf} \leq f_{hz}$ ,  $f_{df} \leq f_{dx}$  a  $f_{hx} \leq f_{hf}$ , pak pro novou hodnotu SNR platí

$$SNR_2 = 10 \log \frac{P_x}{\sigma_n^2(f_{hf} - f_{df})} \quad (dB)$$

## Frekvenční filtrace

Aplikaci takové filtrace dostaneme zvýšení hodnoty SNR

$$SNRE = SNR_2 - SNR_1 = 10 \log \frac{f_{hz} - f_{dz}}{f_{hf} - f_{df}} \quad (dB)$$

## Sumační průměrování

V této metodě se jako vzorkovací interval volí perioda signálu a vypočte se aritmetický průměr z  $N$  vzorků zašumeného signálu  $x(i) = s(i) + n(i)$  ( $s$  - signál,  $n$  - šum). Za předpokladu přítomnosti jenom bílého šumu v datech (nulová střední hodnota a variance  $\sigma_{wn}$ ) se algoritmem nemění amplitudy signálu, ale rozptyl aritmetického průměru z  $N$  dat klesne na hodnotu  $\sigma_{wn}/\sqrt{N}$ , tedy SNR se znásobí koeficientem  $\sqrt{N}$ .

## Porovnání metod

### Vlnková transformace

typ waveletu	dmey	sym8	bior5.5	bior6.8	coif3
úroveň rozkladu	5	4	7	6	4
SNRE (dB)	29.67	16.40	13.16	11.96	11.88

### Frekvenční filtrace

typ filtru	FIR dolní propust	IIR dolní propust	FIR pásmová propust
SNRE (dB)	10.78	12.12	2.68

### Sumační průměrování

počet period	4	8	16	32
SNRE (dB)	10.31	15.02	20.98	31.71

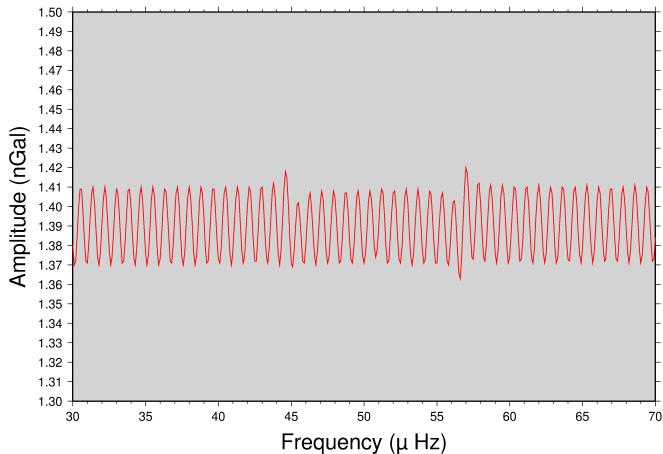
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Cibinong (Indonesia)



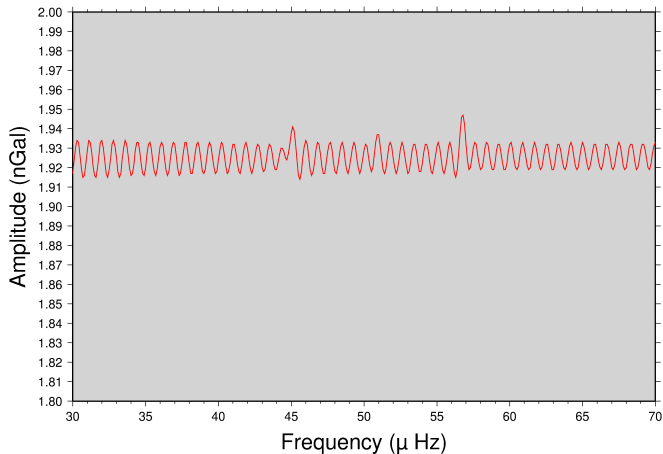
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Djougou (Benin)



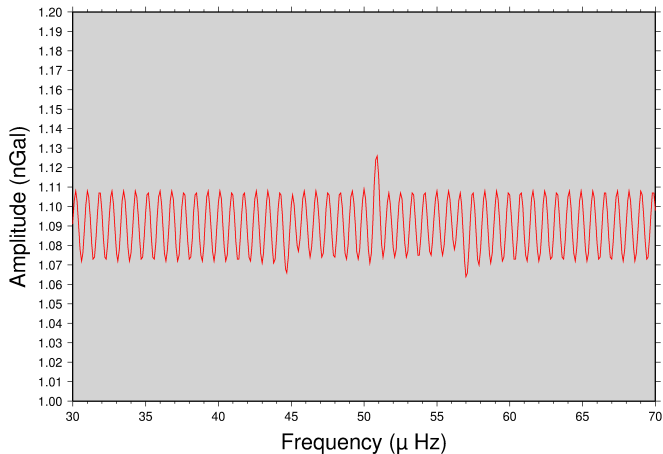
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Kamioka (Japan)





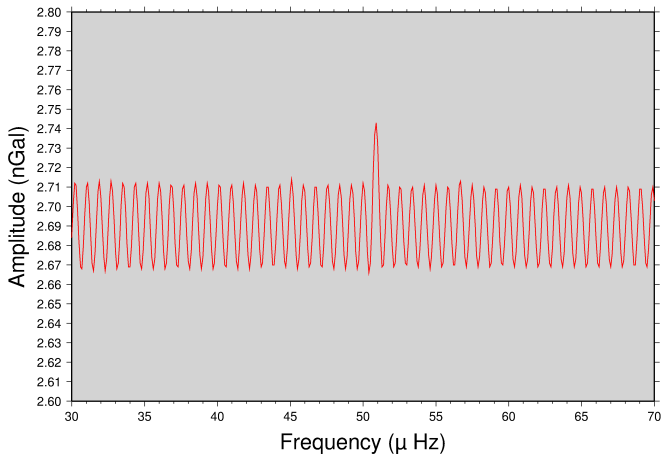
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Ny-Alesund (Norway)



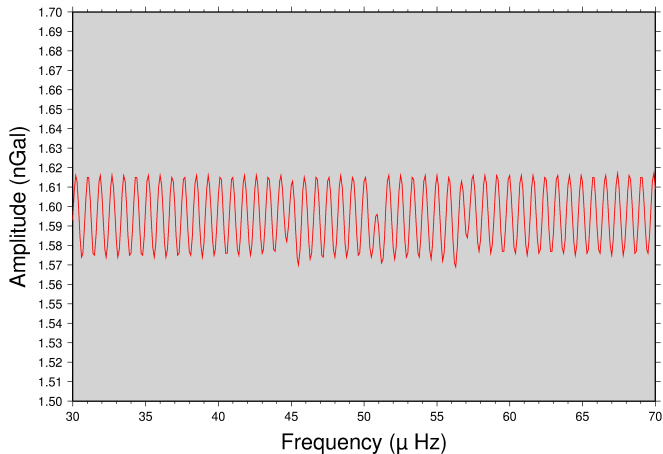
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Concepcion (Chile)



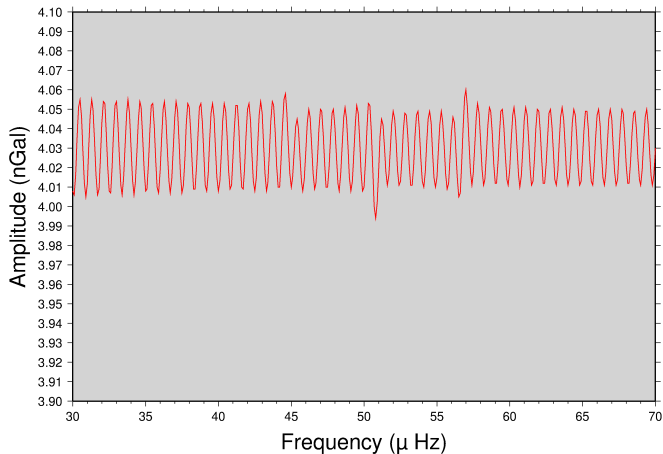
○ hledání Slichterova tripletu

└─ Hledání Slichterova modu

└─ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Multistation method

### Wuhan (China)



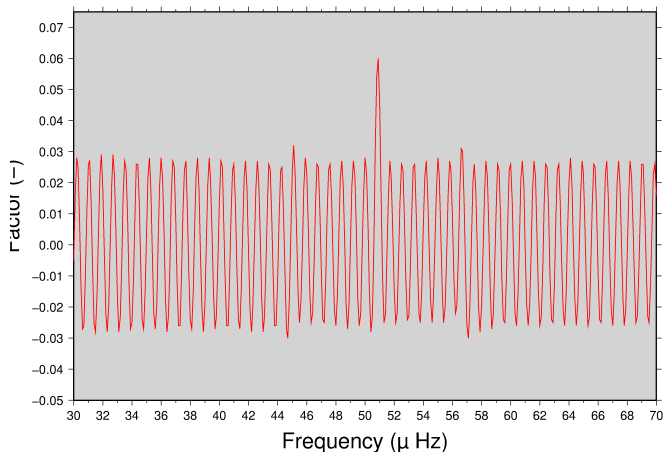
○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

## Výsledek testování na syntetických datech

### Value of testing factor



○ hledání Slichterova tripletu

└ Hledání Slichterova modu

└ Metody založené na zpracování signálu z více stanic

---

Děkuji za pozornost.