

# De magno magnetete tellure

O velikém magnetu zemském

Jakub Velímský



Katedra geofyziky  
Univerzita Karlova  
Matematicko-fyzikální fakulta  
<mailto:jakub.velimsky@mff.cuni.cz>  
<http://geo.mff.cuni.cz/~velimsky/>



Seminář KDF, 21. března 2019

# O velikém magnetu zemském

Kam putují geomagnetické póly?

Elektromagnetická tomografie: pacient Země

Elektrické a magnetické pole v oceánech

# O velkém magnetu zemském

## Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény

Měření geomagnetického pole

Teorie vzniku geomagnetického pole

Geomagnetické pole jako stopa proudění v jádře

# Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény



Pondělí 25. února 2019 Lilliana | Přihlásit

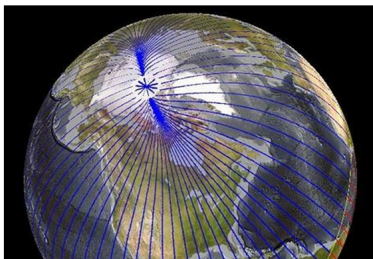
IDNES.cz > Zprávy | Kraje | Sport | Kultura | Ekonomika | Bydlení | **Technet** | Ona | Revue | Auto | Další

Technika | **Věda** | Vesmír | Vojenství | Testy | Internet | Audio foto video | Hardware | Software | Autoři | CES 2019

## Severní magnetický pól se vydal na cesty. Co když doputuje až na jih?

15. února 2019 8:13

Naši planetu čeká přehození magnetických pólů. Nebude to zřejmě brzy, proč k tomu ovšem vůbec dojde a co může změna způsobit?



Posun severního magnetického pólu | foto: NOAA

Severní magnetický pól Země [se v posledních letech vydal na velkou „jízdu“](#) po



Reklama



**Sleva s Priceless Specials**  
Zaregistrujte svou kartu Mastercard  
Získáte dodatečnou slevu 10% u



**Muzeum Trabantů v Praze-Motol**  
300 aut a modelů trabantů v budově  
STK. Vhodné pro rodiny s dětmi.

**eset**

# Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény

PONDĚLÍ 25. ÚNORA 2019 | SVÁTEK MÁ LILIANA | 11 °C | PŘEDPLATNÉ LN PŘIHLASIT | 🔍 ☰

## LIDOVKY.cz

DOMOV SVĚT BYZNYS SPORT KULTURA CESTOVÁNÍ **RELAX** DESIGN DOBRÁ CHUŤ NÁZORY LIDÉ VIDEO SPECIÁLY DNEŠNÍ LN

DOMACÍ MAZLIČCI ZAJÍMAVOSTI MÓDA **VĚDA** ZDRAVÍ SOUBOJ MAZLIČKU ČEKSTAJL TV PROGRAM NOMÁDI

14. ÚNORA 2019 4:18 | [LIDOVKY.cz](#) > RELAX > VĚDA

### Severní magnetický pól se přesouvá čím dál rychleji k Sibiři

Následuje článek:  
Úchvatné záběry. Britský fotograf pořídil v Africe snímky vzácného černého levharta

ZEMĚ | FOTO: SHUTTERSTOCK

WASHINGTON Severní magnetický pól Země, který využívají navigační systémy všeho druhu, se pohybuje podstatně rychleji než dřív a míří od Kanady k Rusku. Zrychlení pohybu pólu přimělo vědce, aby proti plánům o rok dříve aktualizovali Světový magnetický model. Informovala o tom agentura AFP.

# Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény

**iDNES.cz / Zprávy** Pondělí 25. února 2019 Liliana | Přihlásit 

IDNES.cz > **Zprávy** | Kraje | Sport | Kultura | Ekonomika | Bydlení | Technet | Ona | Revue | Auto |  Další 

**Domácí** | **Zahraničí** | **Krimi** | **Volby 2018** | **Kultura** | **Názory** | **MediaHub** | **Rozstřel** | **StoletiDNES** | **Speciály** | **Očima čtenářů**

## Magnetický pól chvátá k Rusku a vědci tápou. Možná hrozí přepólování

7. února 2019 19:17

V zemském nitru se něco děje. Severní magnetický pól Země se přesouvá od Kanady směrem k Rusku a jeho pohyb je čím dál rychlejší. Vědci to nedokážou vysvětlit a urychleně upravují navigační systémy. Podle některých může lidstvo čelit novému přepólování planety. Ale ne dříve než za 1000 let.



**Větší foto** 

Reklama




**Delfin travel 55+**  
**ITALIA**

# Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény

Předplatné: [EchoPrime](#) [Týdeník Echo](#) [Echo24](#) [Kde koupit Týdeník Echo >](#) [Přihlásit se](#)

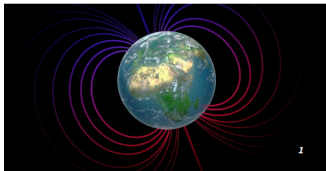
Týdeník Echo: Síť, Mosti! a ohrožený zdravotnický systém [PŘEČÍST](#)  EchoMonitor: denní přehled zpráv, které formují náš svět

**Echo Prime** OD 199 Kč bez reklam

MENU / PANORAMA

## Echo24.CZ

PŘEDPLATNÉ



MAGNETICKÉ POLE ZEMĚ

## Putin krade pól. Ten severní magnetický utíká z Kanady na Sibiř rychleji, než se předpokládalo

ECHO24, ZD  NOVÉ 11. LEDNA 2019

Témata: [příroda](#), [Vesmír](#), [Země](#), [Severní pól](#), [věda](#)

Vědci jsou překvapeni nebyvale rychlým „úprkem“ severního magnetického pólu na Sibiř. Pohyb magnetického pólu z Kanady směrem do Ruska sledují experti už dlouhé roky, nyní je však zaskočilo nebyvale zvýšení rychlosti, s níž se pól

### Online zprávy

[více](#)

14:10 Další summit Trumpa s Kimem. Vůdce KLDŘ míří do Vietnamu obrněným vlakem



13:25 Praha zavede MHD zdarma v době smogu. Opatření má stát pět milionů denně



13:01 Kryl, Gott, Havel... a Milota. Zesnulý kameraman na unikátních snímcích



12:48 Hledá se dalších 1164 kg hovězího masa z šarže obsahující salmonelu



12:30 Ministr Toman bude do sjezdu ČSSD straníkem, řekl Hamáček



12:22 Uděleníja překvapila účasti na večírku u Soukupa. „Šla jsem jen popřát k narozeninám,“ brání se



11:03 Na Maltě pršely ryby. Lidé je síťmi sbírali po nábřeží



**Monitor**  
TISK MONITORU

KAŽDÝ PRACOVNÍ DEN PŘEHLED HLAVNÍCH UDÁLOSTÍ Z POLITIKY A BYZNYSU Z DENNÍHO TISKU I ONLINE MÉDIÍ


# Kam putují geomagnetické póly?

Z české mediální scény

Titulní strana | Zprávy | Politika | Byznys | Regiony | Komentáře | Exkluzivně | Mnichov 1938 | 28.říjen

Jižní Čechy | Jižní Morava | Karlovarsko | Královéhradecko | Liberecko | Severní Morava | Olomoucko | Pardubicko | Plzeňsko | Praha | Střední Čechy | Ústecko | Vysočina | Zlínsko

ZPRÁVY

Velikost textu: 

## Co všechno ten Putin neukradne, tentokrát to bude severní pól!



Vladimir Putin, ruský prezident

21. ledna 2019 - 06:20

**„Vědci nemají ponětí, proč. Proto existuje předpoklad, že Rusko nebo Putin chce ukradnout magnetický severní pól a přesune ho neznámou metodou na území Ruska,“** píše na svém blogu Schall und Rauch von Freeman.

Ve skutečnosti pohyb magnetického severního pólu postupuje stále blíže k zeměpisnému severnímu pólu. Viz mapa znázorňující posun od roku 1831 až do současnosti. Není to nic neobvyklého.

Jak jste si možná již přečetli, magnetický severní pól, bod, na kterém ukazuje jehla kompasu, se pohybuje rychleji a rychleji od Kanady směrem k Sibiři. Tento posun se zrychlil z 15 kilometrů ročně v 90. letech na 55 kilometrů.



NEJČTENĚJŠÍ

**Telepolis: USA plánují pomoci „trojského koně“ invazi do Ruska a**

**Zdeněk Zbořil: Něco z minulého týdne a bez humoru**

**Porošenko: Na Putina platí jen hrozby, ale proč mi nebere telefon?**

**Bavorsko: Proč má být plyn přes Ukrajinu jistější, než přímo z Ruska?**

KOMENTÁŘE



KOMENTÁŘ: Jan Skopeček  
Odměny pracovníkům finanční



# Měření geomagnetického pole

Od starověku k zaoceánským plavbám

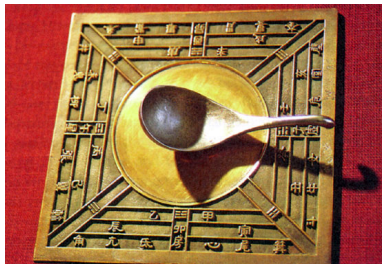
**antika** již staří Řekové pozorovali schopnost magnetovce přitahovat železo (*Magnetes* — makedonský kmen; *Magnesia* — řecké město v malé Asii, blízká naleziště magnetovce)



# Měření geomagnetického pole

Od starověku k zaoceánským plavbám

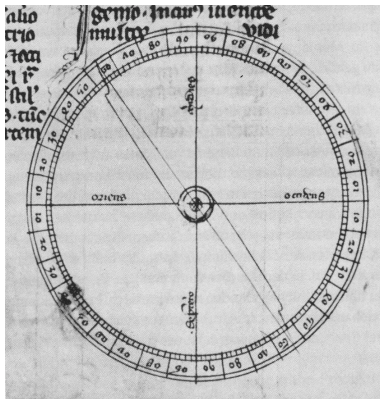
1000 v Číně vynalezen kompas (magnetovec na plováku v nádobě)



# Měření geomagnetického pole

Od starověku k zaoceánským plavbám

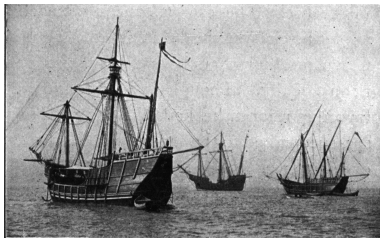
12. stol. kompas pronikl do Evropy (zmiňují např. Alexander Neckam, Petrus Peregrinus)



# Měření geomagnetického pole

Od starověku k zaoceánským plavbám

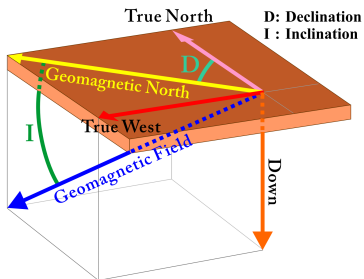
od 13. stol. využití v námořní navigaci (V. da Gama, K. Kolumbus, F. Magellan)



# Měření geomagnetického pole

Od starověku k zaoceánským plavbám

- 1544 Georg Hartmann pozoroval inklinaci; 1581 změřena a popsána Robertem Normanem; byla pozorována i deklinace (kalibrace kompasů pro různá moře)



# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

1600 William Gilbert: De Magnete

1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley



# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

## 1600 William Gilbert: De Magnete

- ▶ shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace
- ▶ zkoumal permanentní magnetizaci
- ▶ demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (*terrella*)
- ▶ deklinaci vysvětloval nerovnoměrným rozložením hmoty

1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley



# Měření geomagnetického pole

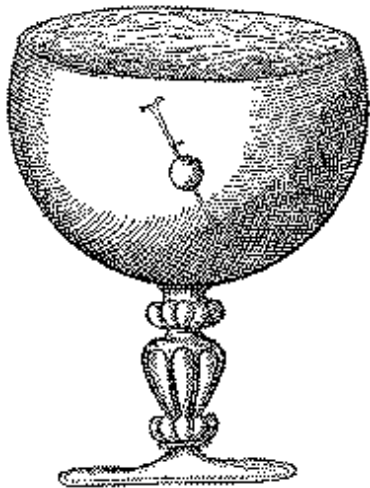
De magnete — Gilbert a jeho následovníci

## 1600 William Gilbert: De Magnete

- ▶ shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace
- ▶ zkoumal permanentní magnetizaci
- ▶ demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (*terrella*)
- ▶ deklinaci vysvětloval nerovnoměrným rozložením hmoty

1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley





# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

## 1600 William Gilbert: De Magnete

- ▶ shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace
- ▶ zkoumal permanentní magnetizaci
- ▶ demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (*terrella*)
- ▶ deklinaci vysvětloval nerovnoměrným rozložením hmoty

1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley

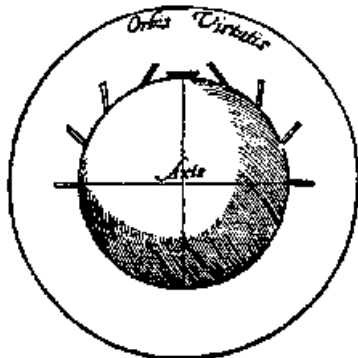


# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

## 1600 William Gilbert: De Magnete

- ▶ shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace
- ▶ zkoumal permanentní magnetizaci
- ▶ demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (*terrella*)
- ▶ deklinaci vysvětloval nerovnoměrným rozložením hmoty



1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley

# Měření geomagnetického pole

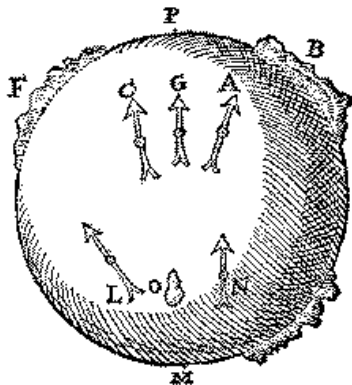
De magnete — Gilbert a jeho následovníci

## 1600 William Gilbert: De Magnete

- ▶ shrnul předchozí pozorování inklinace a deklinace
- ▶ zkoumal permanentní magnetizaci
- ▶ demonstroval vlastnosti geomagnetického pole na zmagnetované kouli (*terrella*)
- ▶ deklinaci vysvětloval nerovnoměrným rozložením hmoty

1634 Henry Gellibrand

1702 Edmond Halley



# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

1600 William Gilbert: De Magnete

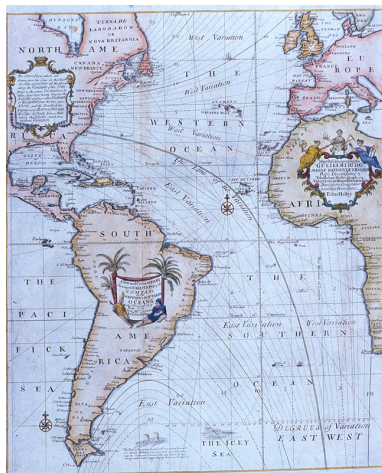
1634 Henry Gellibrand pozoroval  
časové změny deklinace  
(*sekulární variace*)

1702 Edmond Halley

# Měření geomagnetického pole

De magnete — Gilbert a jeho následovníci

- 1600 William Gilbert: De Magnete
- 1634 Henry Gellibrand
- 1702 Edmond Halley sestavil mapy deklinací na základě vlastních i převzatých měření (*první použití izochar k zobrazení fyzikálních dat*)



# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm  
Eduard Weber

1839 C.F. Gauss

1769-1859 Alexander von Humboldt

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm Eduard Weber



1839 C.F. Gauss

1769-1859 Alexander von Humboldt

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm Eduard Weber

- ▶ rozvinuli měření intenzity geomag. pole s nezávislou kalibrační přístrojů
- ▶ založili *Magnetischer Verein* a propagovali rozvoj celosvětové sítě měření



1839 C.F. Gauss



# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm Eduard Weber

- ▶ rozvinuli měření intenzity geomag. pole s nezávislou kalibrační přístrojů
- ▶ založili *Magnetischer Verein* a propagovali rozvoj celosvětové sítě měření



1839 C.F. Gauss

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm  
Eduard Weber

1839 C.F. Gauss: *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*; sférická harmonická analýza (multipólový rozvoj) geomagnetického pole:

$$U = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ [g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} + [q_n^m \cos(m\varphi) + s_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{r}{a}\right)^n \right\} P_n^m(\cos \vartheta)$$

- ▶ více než 98 % pole je vnitřního původu
- ▶ více než 95 % pole je soustředěno v dipólovém členu; osa dipólu je odchýlena od rotační osy o  $\approx 10^\circ$

1769-1859 Alexander von Humboldt

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm  
Eduard Weber

1839 C.F. Gauss: *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*; sférická harmonická analýza (multipólový rozvoj) geomagnetického pole:

$$U = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ [g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} + [q_n^m \cos(m\varphi) + s_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{r}{a}\right)^n \right\} P_n^m(\cos \vartheta)$$

- ▶ více než 98 % pole je vnitřního původu
- ▶ více než 95 % pole je soustředěno v dipólovém členu; osa dipólu je odchýlena od rotační osy o  $\approx 10^\circ$

1769-1859 Alexander von Humboldt

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm  
Eduard Weber

1839 C.F. Gauss: *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*; sférická harmonická analýza (multipólový rozvoj) geomagnetického pole:

$$U = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ [g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} + [q_n^m \cos(m\varphi) + s_n^m \sin(m\varphi)] \left(\frac{r}{a}\right)^n \right\} P_n^m(\cos \vartheta)$$

- ▶ více než 98 % pole je vnitřního původu
- ▶ více než 95 % pole je soustředěno v dipólovém členu; osa dipólu je odchýlena od rotační osy o  $\approx 10^\circ$

1769-1859 Alexander von Humboldt

# Měření geomagnetického pole

Globální geomagnetická měření — Gauss a Humboldt

1832-7 Carl Friedrich Gauss a Wilhelm Eduard Weber

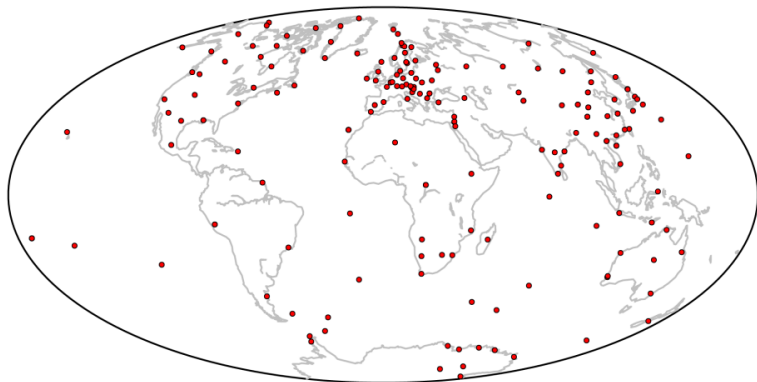
1839 C.F. Gauss

1769-1859 Alexander von Humboldt inspiroval Gausse k výzkumu geomagnetického pole a významně se angažoval v organizování celosvětové sítě observatoří (Britské impérium, Rusko)



# Měření geomagnetického pole

Geomagnetické observatoře: Intermagnet



# Měření geomagnetického pole

Geomagnetické observatoře: Intermagnet

- ▶ přísné standardy na kvalitu dat
  - ▶ Přesnost definitivních dat:  $\pm 5$  nT
  - ▶ Vektorový magnetometr:
    - ▶ Rozlišení: 0.1 nT
    - ▶ Dynamický rozsah: 8000 nT ve vyšších šířkách, 6000 nT ve středních šířkách a na rovníku
    - ▶ Vzorkování: 1 Hz
    - ▶ Tepelný chod:  $0.25$  nT/°C
    - ▶ Dlouhodobý chod:  $5$  nT/year
  - ▶ Skalární magnetometr:
    - ▶ Rozlišení: 0.1 nT
    - ▶ Přesnost: 1 nT
    - ▶ Vzorkování: 0.033 Hz (30 sec)
- ▶ data dostupná zdarma na CD a online ([www.intermagnet.org](http://www.intermagnet.org))

# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

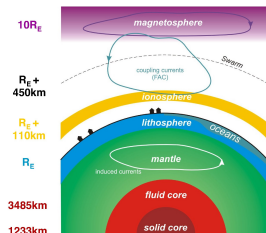
1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)





# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

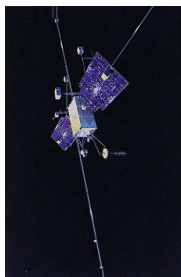
1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)



# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

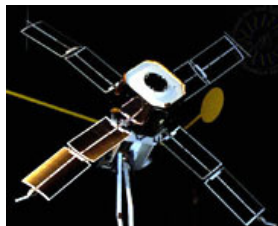
1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)



# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

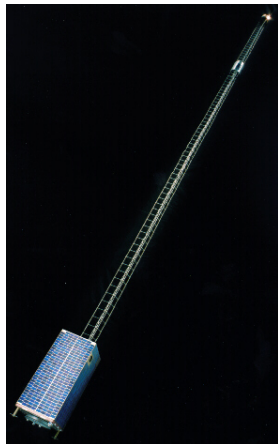
1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)



# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)



# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou vhodné družice na nízkých oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění, nutnost korekce dráhy, kompromisy v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)



# Měření geomagnetického pole

## Družicová měření

pro geofyzikální výzkum jsou  
vhodné družice na nízkých  
oběžných drahách

zvýšené aerodynamické brždění,  
nutnost korekce dráhy, kompromisy  
v hmotnosti a v ceně družice

1964–72 (P)OGO 2,4,6

1979–80 MAGSAT

1999– Ørsted

2000– SAC-C

2000–2010 CHAMP

2013 SWARM (3 družice)

# Měření geomagnetického pole

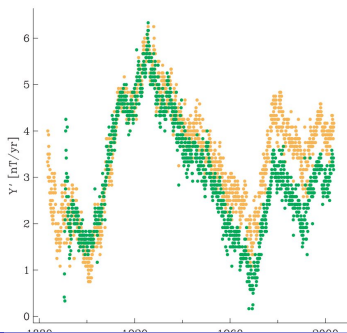
## Sekulární variace

- ▶ geomagnetické impulsy
- ▶ západní drift
- ▶ Variace v řádu desítek tisíců let
- ▶ exkurze a inverze polarity

# Měření geomagnetického pole

## Sekulární variace

- ▶ geomagnetické impulsy — nejrychlejší jevy, které mají prokazatelně původ v jádře. Nepravidelné (7 od r. 1870, ale žádné v předchozích 150 letech) impulsy trvající zhruba 1 rok.
- ▶ západní drift
- ▶ Variace v řádu desítek tisíců let
- ▶ exkurze a inverze polarity

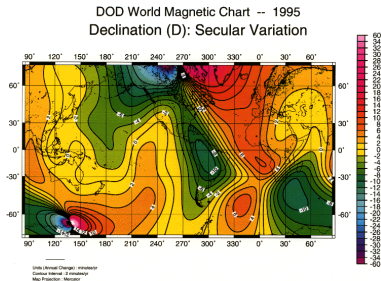




# Měření geomagnetického pole

## Sekulární variace

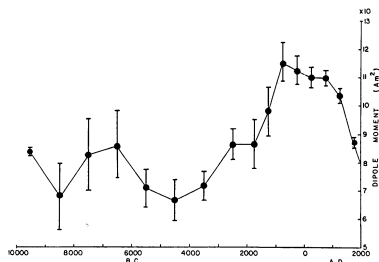
- ▶ geomagnetické impulsy
- ▶ západní drift — v časovém horizontu desetiletí až tisíciletí je pozorován posun (nedipólového) pole směrem na západ rychlostí řádově 0.1 stupňů za rok. Není ovšem systematický, ani globální.
- ▶ Variace v řádu desítek tisíců let
- ▶ exkurze a inverze polarity



# Měření geomagnetického pole

## Sekulární variace

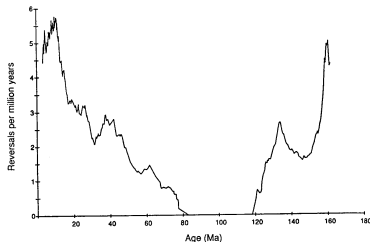
- ▶ geomagnetické impulsy
- ▶ západní drift
- ▶ Variace v řádu desítek tisíců let — dosahují až faktoru 5 a vykazují značnou nepravidelnost. Dlouhodobá průměrná hodnota dipólového momentu se odhaduje na  $4\text{--}6 \cdot 10^{22} \text{ A/m}^2$  (současná hodnota je nadprůměrná a klesá).
- ▶ exkurze a inverze polarity



# Měření geomagnetického pole

## Sekulární variace

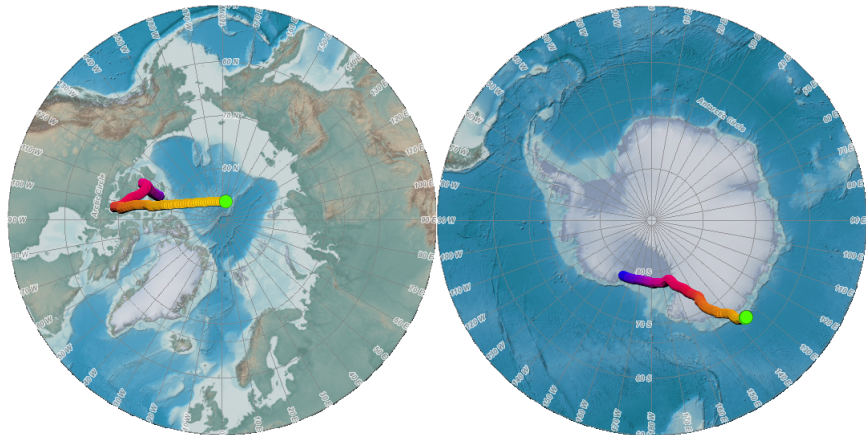
- ▶ geomagnetické impulsy
- ▶ západní drift
- ▶ Variace v řádu desítek tisíců let
- ▶ exkurze a inverze polarity — trvají přibližně 1000 až 5000 let. Vyskytují se také chaoticky. Jsou provázeny výrazným poklesem dipólové složky pole, které se v případě inverze zcela převrátí.



# Kam putují geomagnetické póly?

Isočáry deklinace a polohy geomagnetických polů z modelů GUFM (1590–1890) a IGRF (1900–2020)

# Kam putují geomagnetické póly?



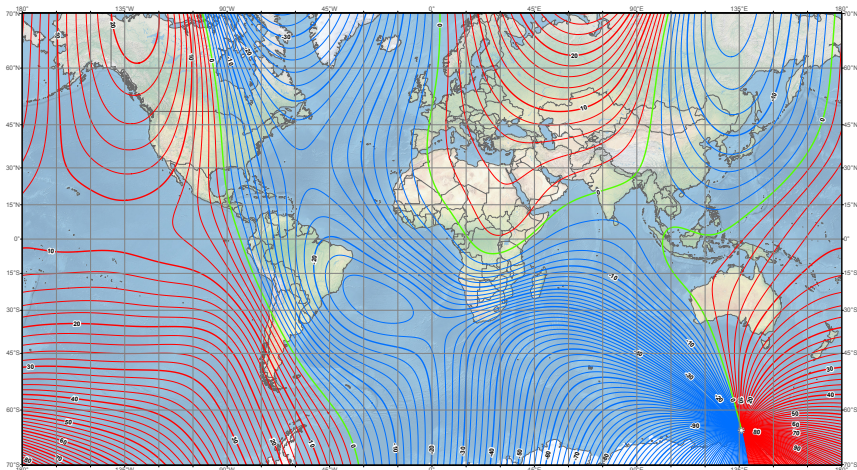
<https://maps.ngdc.noaa.gov/viewers/historical-declination/>

## Co se tedy děje?

- ▶ World Magnetic Model (WMM)
- ▶ model geomagnetického pole pro praktické aplikace (např. Android, iOS: CrowdMag)
- ▶ standard NATO, ministerstev obrany USA a UK
- ▶ připravován ve spolupráci U.S. National Centers for Environmental Information (dříve NGDC) a British Geological Survey v pětiletých intervalech  
[www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/](http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/)
- ▶ WMM2015 (uvolněn 15.12.2014, platnost do 31.12.2019)
- ▶ obsahuje sférický harmonický rozvoj do stupně 12 a lineární predikci časových variací
- ▶ vzhledem k rychlosti pohybu pólu postupně ztrácí přesnost severně od 55°
- ▶ v roce 2018 připravena a v únoru 2019 vydána aktualizace WMM2015v2 (shutdown!)
- ▶ koncem roku 2019 vyjde pravidelná verze WMM2020

# Co se tedy děje?

## US/UK World Magnetic Model - 2019.0 Main Field Declination (D)



Main Field Declination (D)  
Contour interval: 2 degrees, red contours positive (east); blue negative (west); green (agonic) zero line.  
Mercator projection.  
⊙ Position of dip poles

Map developed by NOAA/NCI and CRES  
<https://mgc.noaa.gov/geomag/WMM>  
Published February 2019

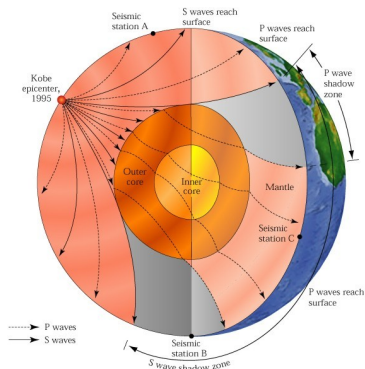
# Teorie vzniku geomagnetického pole

Poznatky ze seismologie

1906 Richard Dixon Oldham

1915 Beno Gutenberg

1935 Inge Lehmannová





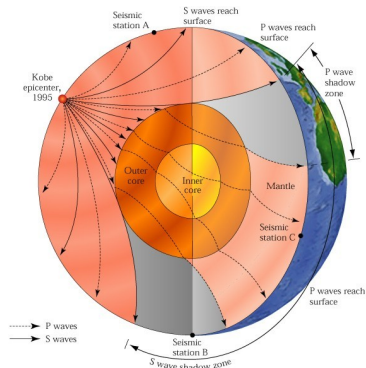
# Teorie vzniku geomagnetického pole

## Poznatky ze seismologie

1906 Richard Dixon Oldham  
z pozorování seismických vln  
odvodil existenci kapalného  
zemského jádra

1915 Beno Gutenberg

1935 Inge Lehmannová



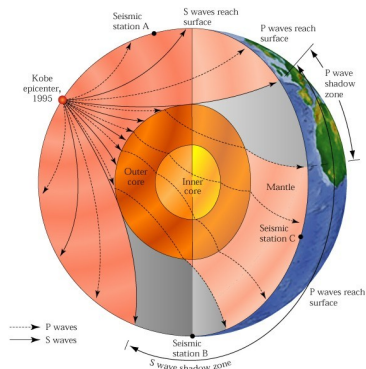
# Teorie vzniku geomagnetického pole

Poznatky ze seismologie

1906 Richard Dixon Oldham

1915 Beno Gutenberg stanovil  
poloměr jádra

1935 Inge Lehmannová



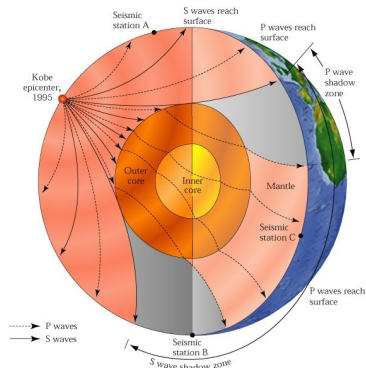
# Teorie vzniku geomagnetického pole

Poznatky ze seismologie

1906 Richard Dixon Oldham

1915 Beno Gutenberg

1935 Inge Lehmannová objevila pevné  
vnitřní jádro



# Teorie vzniku geomagnetického pole

1905 A. Einstein označil tento problém za jeden z největších oříšků moderní fyziky

- ▶ prostorové charakteristiky: dominance dipólu
- ▶ časové charakteristiky: sekulární variace
- ▶ teplota vnitřku Země přesahuje Curieovu teplotu železa
- ▶ dostatečná intenzita pole

# Teorie vzniku geomagnetického pole

1905 A. Einstein označil tento problém za jeden z největších oříšků moderní fyziky

- ▶ prostorové charakteristiky: dominance dipólu
- ▶ časové charakteristiky: sekulární variace
- ▶ teplota vnitřku Země přesahuje Curieovu teplotu železa
- ▶ dostatečná intenzita pole

od 1920 geodynamo

- ▶ geomagnetické pole dynamicky generované konvekcí vodivého materiálu (Fe+...) v kapalném vnějším jádře

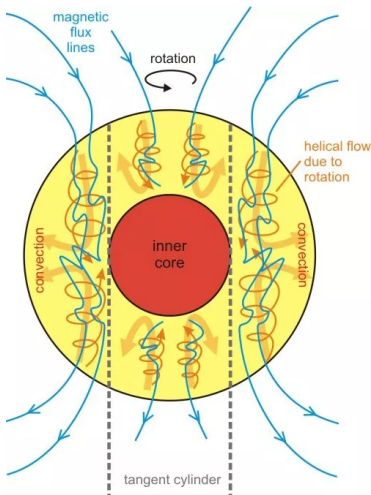
# Teorie vzniku geomagnetického pole

## Principy geodynamy

- ▶ matematický popis geodynamy vede na nelineární rovnice
- ▶ mechanika kontinua: ZZ hmotnosti, hybnosti
- ▶ termodynamika: ZZ energie
- ▶ elektrodynamika: rovnice EM indukce v pohyblivém kontinuu

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \alpha \mathbf{g} \Delta T \\ &+ 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \frac{1}{\rho_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \kappa \nabla^2 T + \varepsilon \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \eta \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

# Základy teorie geodynamama



[jolyastronomy.com](http://jolyastronomy.com)

- ▶ vliv Coriolisovy síly: stabilizace konvekce podél osy rotace
- ▶ základní režim: rovnováha Coriolisovy a Lorentzovy síly
- ▶ spirálovité proudění
- ▶ schopnost pláště odvádět teplo

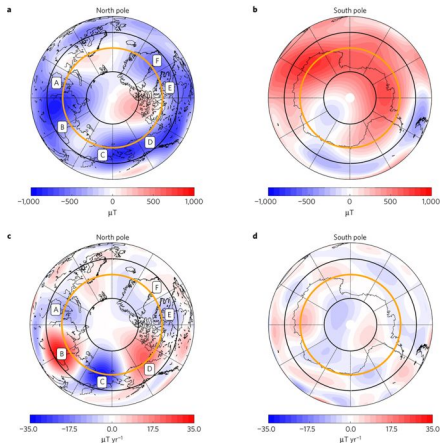
# Základy teorie geodynamama

- ▶ vliv Coriolisovy síly: stabilizace konvekce podél osy rotace
- ▶ základní režim: rovnováha Coriolisovy a Lorentzovy síly
- ▶ spirálovité proudění
- ▶ schopnost pláště odvádět teplo

Glatzmeier & Roberts, 1995



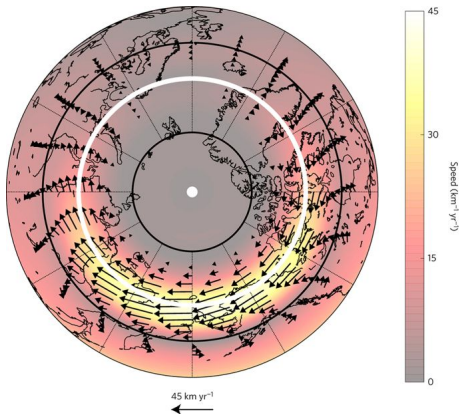
# Geomagnetické pole jako stopa proudění v jádře



(Livermore *et al.* 2016)

- radiální složka pole a jeho sekulární variace promítnutá na povrch jádra

# Geomagnetické pole jako stopa proudění v jádře



(Livermore *et al.* 2016)

- ▶ akcelerovaný asymetrický proud na okraji tečného válce k jádru
- ▶ zhruba trojnásobný nárůst za posledních 15 let
- ▶ vědci netápour, ale interpretují a vysvětlují data
- ▶ Putin nekrade pól. Otázka, zda krade něco jiného, zůstává otevřená.

# O velkém magnetu zemském

## Elektromagnetická tomografie: pacient Země

- Hlubkové sondování Země

- Přímá úloha

- Obrácená úloha s využitím satelitních dat

- Syntetické testy

- 1-D inverze

- 3-D inverze

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

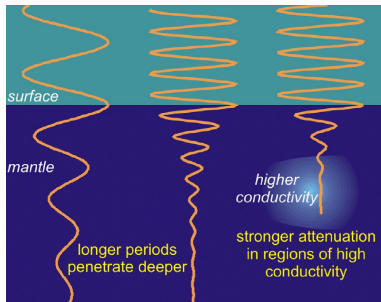
## Hlubkové sondování Země

- ▶ časové změny vnějšího geomagnetického pole vyvolávají podle Faradayova zákona indukované sekundární elektrické proudy v Zemi, především v kůře a plášti
- ▶ sekundární proudy
- ▶ informace o elektrické vodivosti v Zemi
- ▶ rozložení teploty, obsah vody, chemické a mineralogické složení Země

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Hlubkové sondování Země

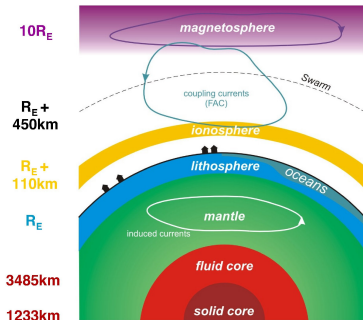
- ▶ časové změny vnějšího geomagnetického pole
- ▶ tyto sekundární proudy podle Ampèrova zákona opět vytvářejí magnetické pole
- ▶ informace o elektrické vodivosti v Zemi
- ▶ rozložení teploty, obsah vody, chemické a mineralogické složení Země



# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Hlubkové sondování Země

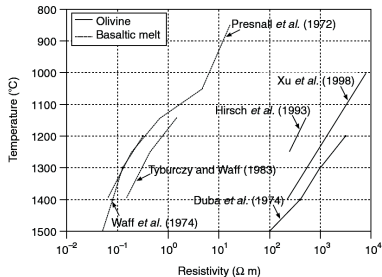
- ▶ časové změny vnějšího geomagnetického pole
- ▶ sekundární proudy
- ▶ porovnáním signálů odpovídajících primárním a sekundárním proudům můžeme získat informace o elektrické vodivosti v Zemi
- ▶ rozložení teploty, obsah vody, chemické a mineralogické složení Země



# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Hlubkové sondování Země

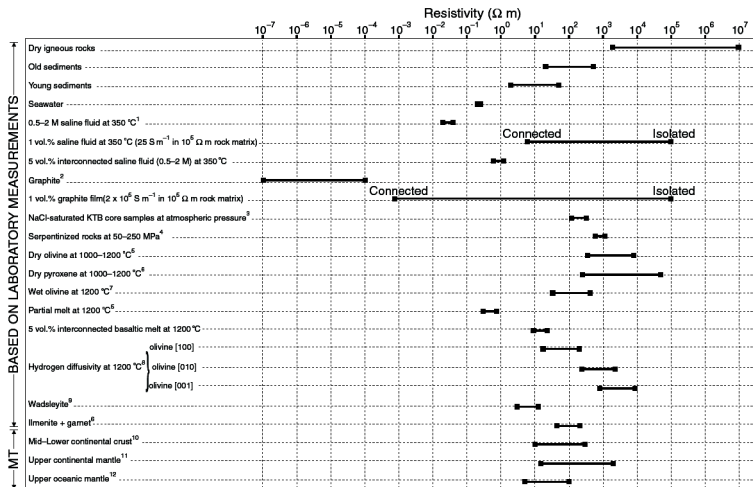
- ▶ časové změny vnějšího geomagnetického pole
- ▶ sekundární proudy
- ▶ informace o elektrické vodivosti v Zemi
- ▶ znalost elektrické vodivosti pomáhá zpřesnit informace o dalších geofyzikálních parametrech, jako je rozložení teploty, obsah vody, chemické a mineralogické složení Země



Simpson & Bahr 2005

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Hlubkové sondování Země



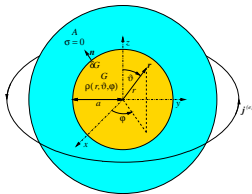
Simpson & Bahr 2005



# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Přímá úloha<sup>1</sup>

- ▶ v Zemi



$$\rho = \rho(r, \vartheta, \varphi)$$

$$\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}) = -\mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{B}(r, \vartheta, \varphi; t) = \sum_{jm\lambda} B_{jm}^{(\lambda)}(r; t) \mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}(\Omega)$$

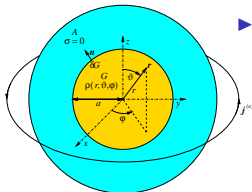
- ▶ hraniční podmínka na povrchu
- ▶ v nevodivé atmosféře

<sup>1</sup>Velínský & Martinec, *Geophys. J. Int.*, **161**(1), 81–101, 2005.

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Přímá úloha<sup>1</sup>

- ▶ v Zemi
- ▶ hraniční podmínka na povrchu



$$r = a = 6371 \text{ km}$$

$$\mathbf{B} = -\nabla U$$

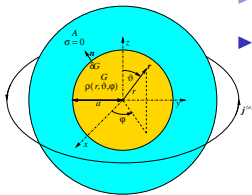
- ▶ v nevodivé atmosféře

<sup>1</sup>Velínský & Martinec, *Geophys. J. Int.*, **161**(1), 81–101, 2005.

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## Přímá úloha<sup>1</sup>

- ▶ v Zemi
- ▶ hraniční podmínka na povrchu
- ▶ v nevodivé atmosféře



$$\sigma = 0$$

$$\Delta U_0 = 0$$

$$U = a \sum_{jm} \left[ \left( \frac{r}{a} \right)^j G_{jm}^{(e)}(t) + \left( \frac{a}{r} \right)^{j+1} G_{jm}^{(i)}(t) \right] Y_{jm}(\vartheta, \varphi)$$

<sup>1</sup>Velínský & Martinec, *Geophys. J. Int.*, **161**(1), 81–101, 2005.

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

Obrácená úloha s využitím satelitních dat

Resistivita  $\rho(\mathbf{r})$  je popsána  $M$  reálnými parametry,

$$\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M); \quad \rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{m}; \mathbf{r})$$

Minimalizujeme hodnotící funkci

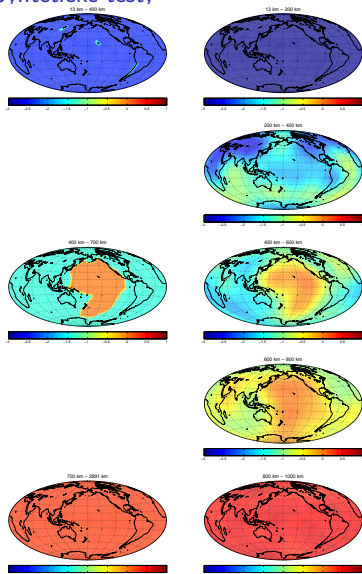
$$F(\mathbf{m}) = \chi^2(\mathbf{m}) + \lambda R^2(\mathbf{m}),$$

$$\chi^2(\mathbf{m}) = \sum_{jm} \frac{2j+1}{8\pi(t_1-t_0)} \int_{t_0}^{t_1} \frac{\left(G_{jm}^{(i)}(\mathbf{m}; t) - G_{jm}^{(i, \text{obs})}(t)\right)^2}{\sigma_{jm}^2(t)} dt$$

$$R^2(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \frac{a^4}{V} \int_V [\nabla^2 \log \rho(\mathbf{m})]^2 dV$$

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

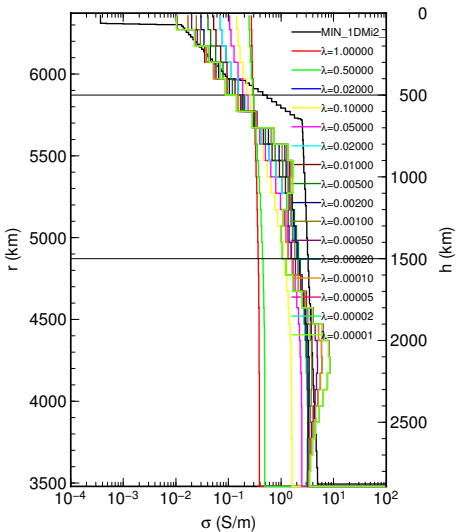
## Syntetické testy



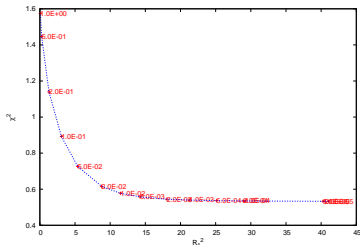
- ▶ 3D vodivostní model s velkou umělou heterogenitou
- ▶ 4 roky syntetických dat podél trajektorií satelitů Swarm
- ▶ hlavní pole, model šumu
- ▶ rekonstrukce SH koeficientů vnějšího a vnitřního pole z dat podél trajektorií
- ▶ inverze ve smyslu vodivostního modelu

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## 1-D inverze



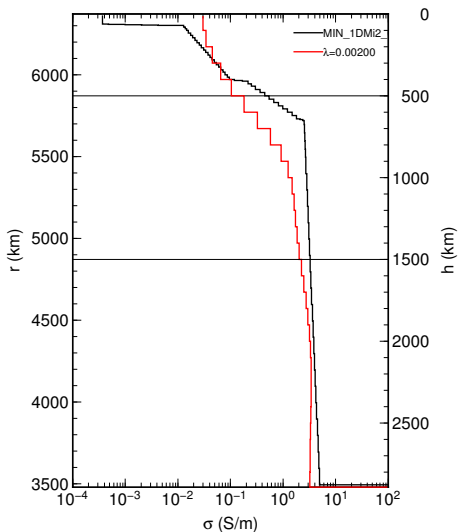
- ▶ volba modelu v závislosti na stupni regularizace
- ▶ shoda ve spodním plášti



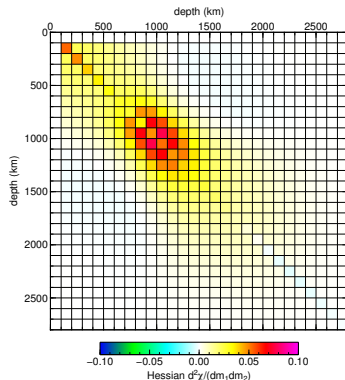
Ondřej Knopp, 2. ročník

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## 1-D inverze



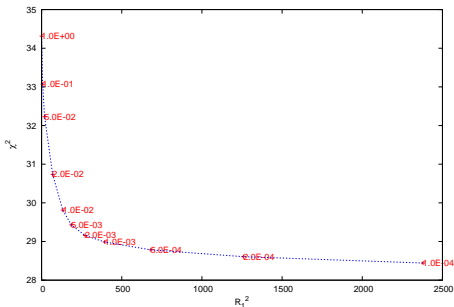
- ▶ volba modelu v závislosti na stupni regularizace
- ▶ shoda ve spodním plášti



# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## 3-D inverze

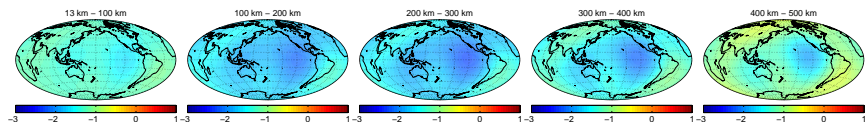
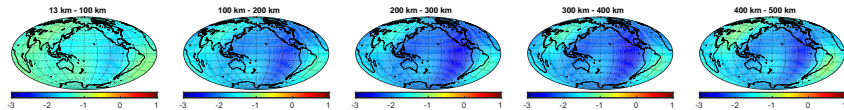
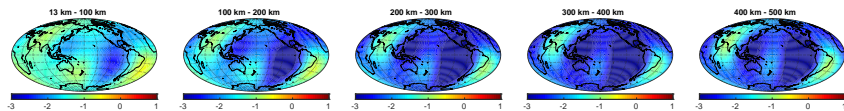
- ▶ vodivostní model poplán harmonikami do stupně a řádu 3
- ▶ regularizace:  $\|\nabla \log \sigma\|^2$





# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

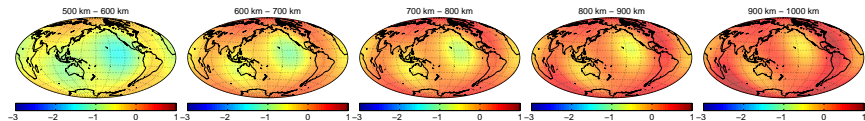
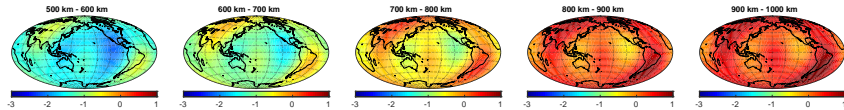
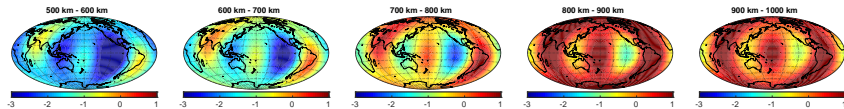
## 3-D inverze

 $\lambda = 0.002, v401$ 

 $\lambda = 0.002$ 

 $\lambda = 0.0005$ 


Ondřej Knopp, 2. ročník

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

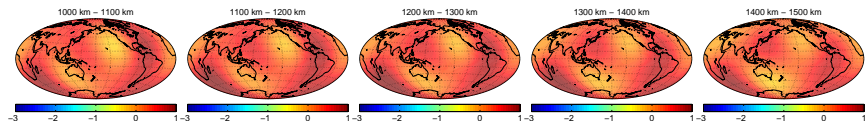
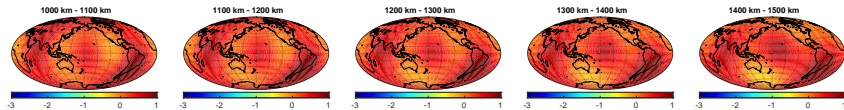
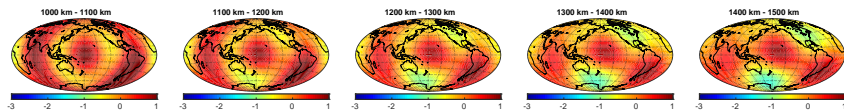
## 3-D inverze

 $\lambda = 0.002, \nu 401$ 

 $\lambda = 0.002$ 

 $\lambda = 0.0005$ 


Ondřej Knopp, 2. ročník

# Elektromagnetická tomografie: pacient Země

## 3-D inverze

 $\lambda = 0.002, \nu 401$ 

 $\lambda = 0.002$ 

 $\lambda = 0.0005$ 


Ondřej Knopp, 2. ročník

# O velkém magnetu zemském

## Elektrické a magnetické pole v oceánech

Základní fyzika

Slapové proudění

Magnetické signatury slapů

Globální oceánské proudění

Magnetické signatury globálního proudění

Poloidální a toroidální magnetické pole

Problémy a otázky

rovnice EM indukce v oceánech

Rozklad rovnice na toroidální a poloidální část

Jak vzniká v oceánech toroidální pole?

Jak se toroidální pole projevuje v poloidálním poli?

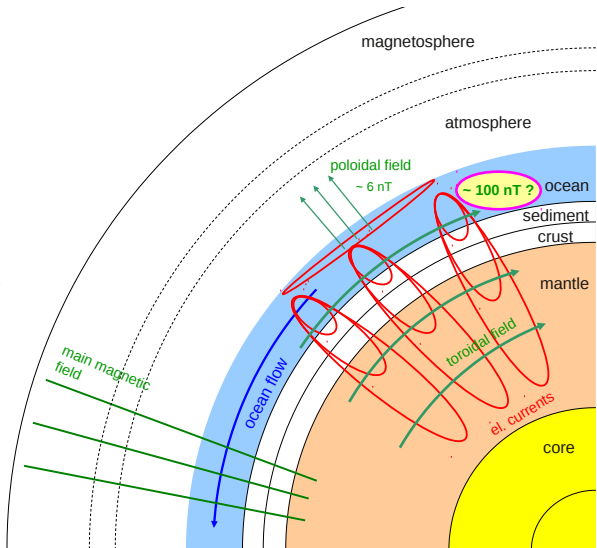
Numerické simulace

Srovnání s měřeními z podmořských kabelů

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

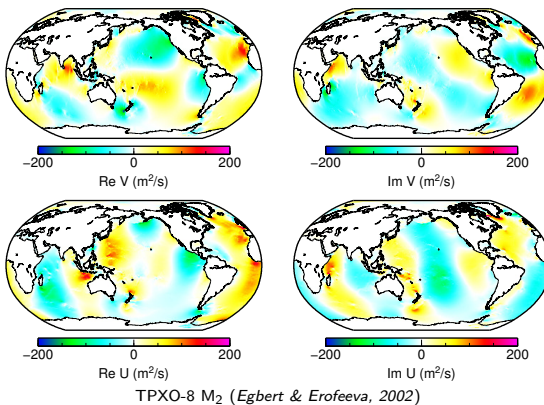
## Základní fyzika

- ▶ oceánské proudy pohybující se v geomagnetickém poli indukují sekundární magnetické pole, které má poloidální i toroidální složku
- ▶ elektrické proudy mohou pronikat i do vodivého pláště
- ▶ vysoký laterální kontrast mezi vodivostí kontinentů a oceánů
- ▶ magnetické signatury oceánského proudění jsou pozorovatelné na mořském dně, oceánských a pobřežních observatořích i na satelitech



# Elektrické a magnetické pole v oceánech

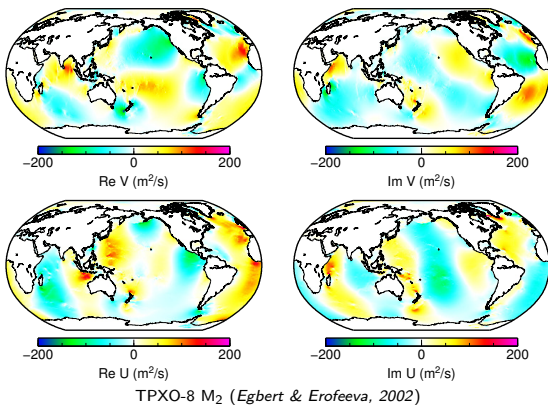
## Slapové proudění



- ▶ poháněno gravitačním působením Slunce a Měsíce

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

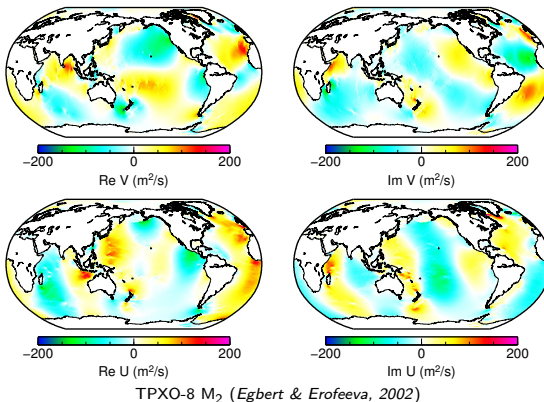
## Slapové proudění



- ▶ převládají diskrétní periody, např. půldenní  $M_2$

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Slapové proudění

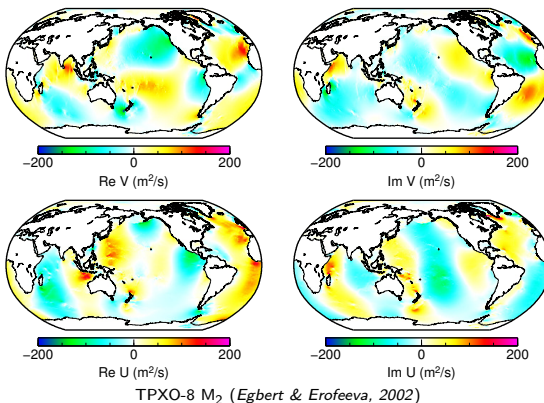


- ▶ objemové působení sil → malá vertikální stratifikace
- ▶ barotropní tečení  $\rho = \rho(p)$



# Elektrické a magnetické pole v oceánech

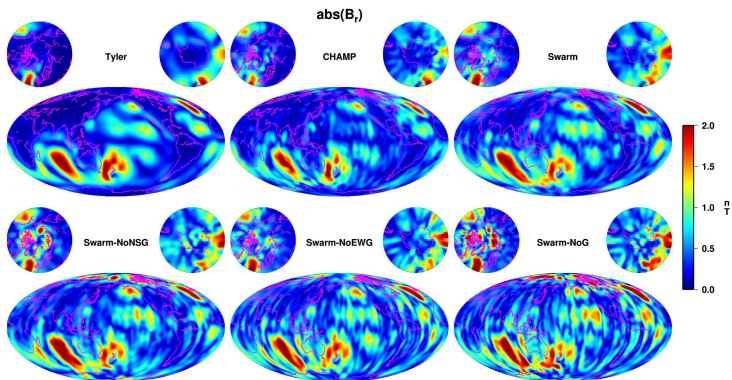
## Slapové proudění



- ▶ 2-D modelování
- ▶ asimilace satelitní altimetrie (TOPEX/Poseidon, Jason)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Magnetické signatury slapů

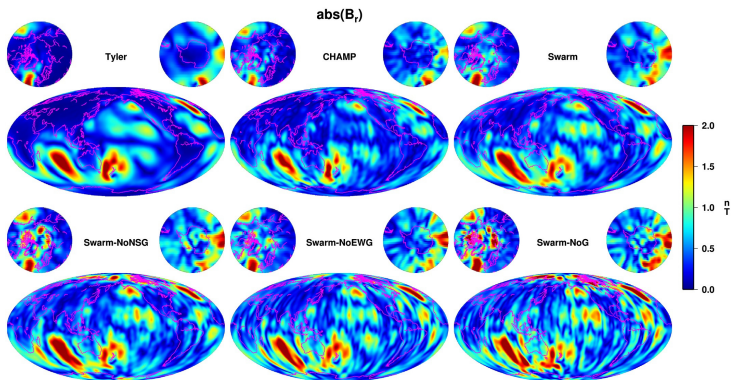


$M_2$  magnetic signatures (Sabaka et al. 2016)

- ▶ pozorovány na pozemních observatořích (Maus & Kuvshinov, 2004)
- ▶ měřeny z lodí (Lilley et al., 2004)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Magnetické signatury slapů

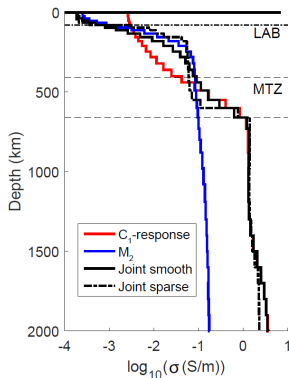


$M_2$  magnetic signatures (*Sabaka et al. 2016*)

- ▶ nalezeny v datech ze satelitů CHAMP... (*Tyler et al., 2003*)
- ▶ ... a Swarm (*Sabaka et al., 2016*)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Magnetické signatury slapů

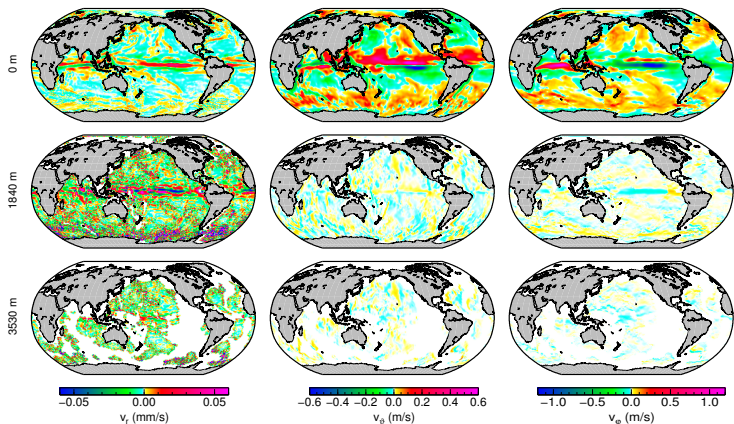


(Grayver et al. 2017)

- ▶ použity i pro zlepšení vodivostních modelů na rozhraní litosféry a astenosféry Grayver et al. (2016,2017)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Globální oceánské proudění

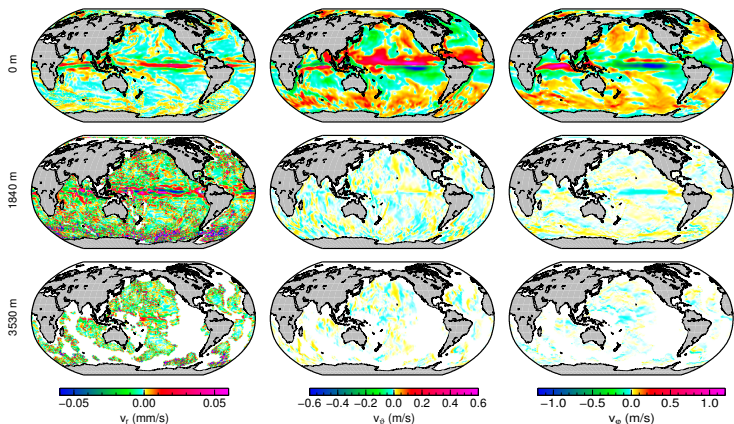


LSOMG: Libor Šachl

- ▶ poháněno interakcí s atmosférou na povrchu (vítr, tepelný tok)
- ▶ sezónní a delší časové variace

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Globální oceánské proudění

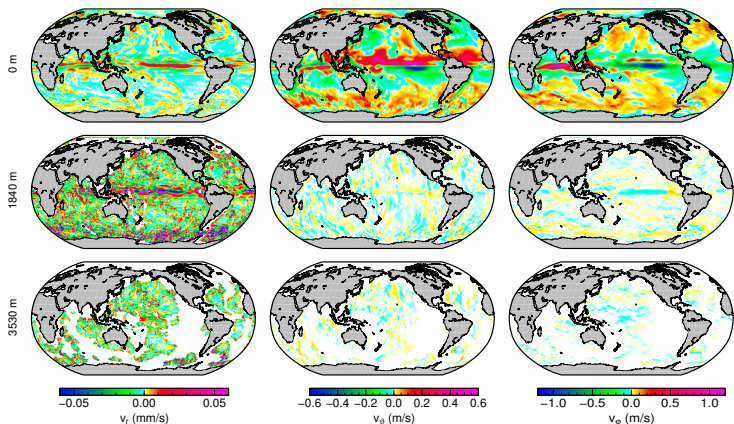


LSOMG: Libor Šachl

- ▶ zahrnuje vertikální proudění
- ▶ horizontální proudění je zvrstveno

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Globální oceánské proudění

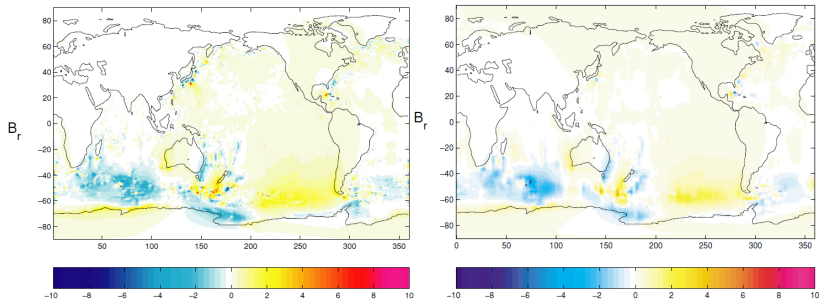


LSOMG: Libor Šachl

- ▶ 3-D modelování
- ▶ baroklinní přístup, hydrostatická a Boussinesqova aproximace

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Magnetické signatury globálního proudění



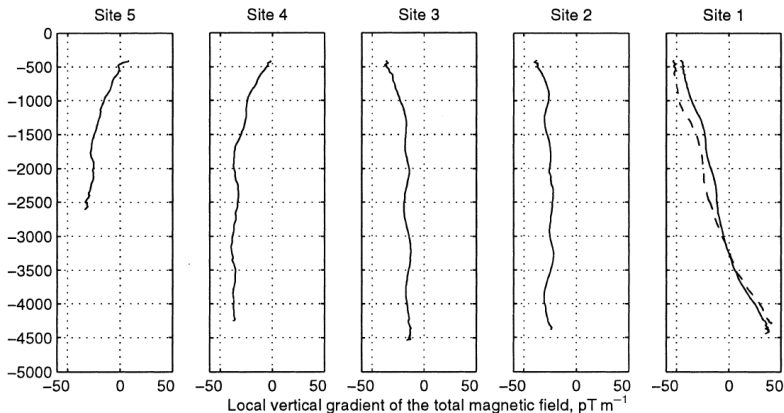
modely OCCAM (vlevo) a ECCO (vpravo) (Manoj et al. 2006)

- ▶ predikce silně závisí na modelu oceánského proudění
- ▶ modelování obvykle v 2-D aproximaci
- ▶ první 3-D modely: *Velínský et al. 2019*



# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Magnetické signatury globálního proudění



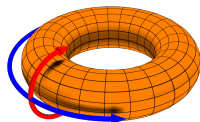
Vertikální gradient v Tasmanánském moři (*Lilley et al. 2001*)

- ▶ jaké jsou amplitudy v hlubokých oceánech (100 nT)?

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Poloidální a toroidální magnetické pole

- ▶ bezdivergentní magnetické pole lze rozložit na poloidální a toroidální složku



$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_T + \mathbf{B}_P$$

$$\mathbf{B}_T = \nabla \times [\mathbf{r}\Psi]$$

$$\mathbf{B}_P = \nabla \times \nabla \times [\mathbf{r}\Phi]$$

$$\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{B}_T = 0$$

$$\mathbf{e}_r \cdot \nabla \times \mathbf{B}_P = 0$$

- ▶ tento rozklad je jednoznačný (za podmínky nulového integrálu  $\Psi$  a  $\Phi$  přes libovolnou kouli)
- ▶ na hranici s nevodíčem (atmosférou) je  $\mathbf{B}_T = \mathbf{0}$ : neviditelné pole

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

## Problémy a otázky

- ▶ Jednotky nT na povrchu ale desítky (stovky?) v hlubinách
- ▶ Pomalé časové změny
- ? Jaké aproximace jsou přijatelné v numerickém modelování?
- ? Jak funguje vzájemná interakce poloidálního a toroidálního pole?
- ? Jaké jsou realistické amplitudy  $\mathbf{B}_T$  v oceánech?
- ? Jaké proudy generují  $\mathbf{B}_T$ ?
- ? Jak se  $\mathbf{B}_T$  projevuje v měřitelném  $\mathbf{B}_P$  na povrchu?

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

rovnice EM indukce v oceánech

$$\begin{aligned} \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}) + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \mu_0 \nabla \times \mathbf{L} \text{ in } G \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \text{ in } G \\ \mathbf{B} &= -\nabla U \text{ on } \partial G \\ \mathbf{B}_P^{(\text{ext})} &= 0 \text{ on } \partial G \\ \mathbf{L} &= \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 \end{aligned}$$

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Rozklad rovnice na toroidální a poloidální část

- ▶  $\rho = \rho(r, \vartheta, \varphi)$
- ▶  $\mathbf{B}_T$  a  $\mathbf{B}_P$  se vzájemně ovlivňují: energie se přelévá prostřednictvím 3-D rezistivity oběma směry

$$[\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}_T)]_T + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{B}_T}{\partial t} = \mu_0 [\nabla \times \mathbf{L}]_T - [\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}_P)]_T$$

$$[\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}_P)]_P + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{B}_P}{\partial t} = \mu_0 [\nabla \times \mathbf{L}]_P - [\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{B}_T)]_P$$

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Jak vzniká v oceánech toroidální pole?

- ▶ nestlačitelné proudění

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) = \mathbf{B}_0 \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{B}_0$$

- ▶ hlavní pole aproximujeme osovým dipólem  $4\pi\gamma/\mu_0$

$$\mathbf{B}_0 = \gamma \left( \frac{2 \cos \vartheta}{r^3} \mathbf{e}_r + \frac{\sin \vartheta}{r^3} \mathbf{e}_x \right)$$

- ▶ zonální (východo-západní) toroidální proudění

$$\mathbf{v} = v_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0$$

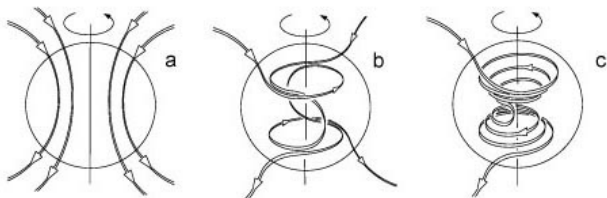
- ▶ potom zdrojový člen v rovnici indukce je také toroidální pole

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) = \frac{\gamma}{r^3} \left( 2 \cos \vartheta \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \vartheta} - \frac{3 \cos \vartheta}{r} v_\varphi \right) \mathbf{e}_\varphi$$

- ▶ tzv.  $\omega$ -efekt známý z klasické teorie geodynamy (*Roberts 1992*)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Jak vzniká v oceánech toroidální pole?



(Love, 1999)

- ▶ tzv.  $\omega$ -efekt známý z klasické teorie geodynamy (Roberts 1992)

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Jak se toroidální pole projevuje v poloidálním poli?

- ▶ zonální toroidální pole

$$\mathbf{B}_T = B_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} = 0.$$

- ▶ radiální buzení v rovnici pro poloidální pole

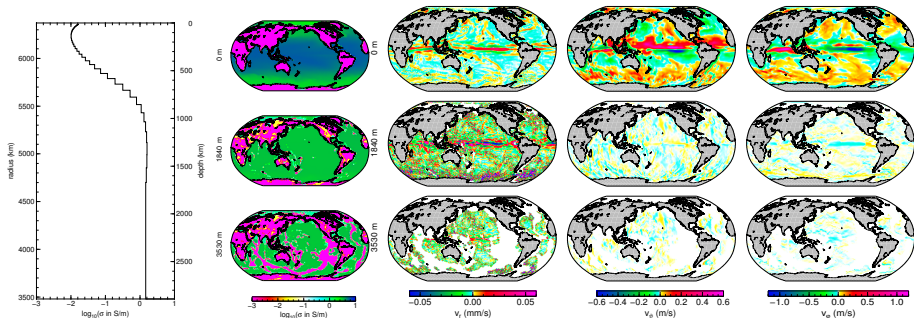
$$\left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{B}_T \right) \right]_r = \frac{1}{r^3 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{\sigma} \right) \frac{\partial (rB_\varphi)}{\partial r}$$

- ▶ interakce vertikálně zvrstveného toroidálního magnetického pole se zonálním gradientem vodivosti
- ▶ silné v polárních oblastech



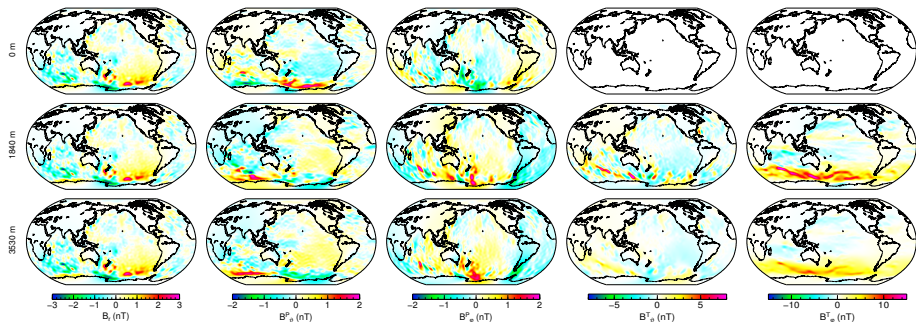
# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Jak se toroidální pole projevuje v poloidálním poli?



# Elektrické a magnetické pole v oceánech

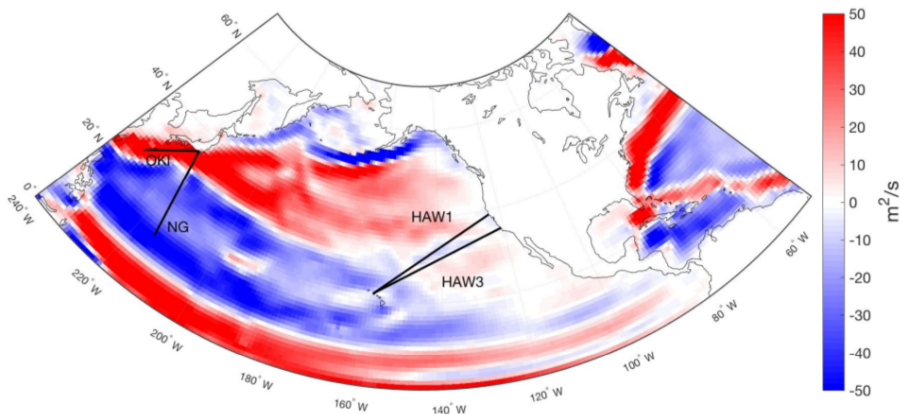
## Numerické simulace



- ▶ maximální amplituda toroidálního pole  $\approx 15 \text{ nT}$  v hloubce 1800 m (v oblasti Západního příhon)
- ▶ radiální magnetické pole nezávisí na hloubce
- ▶ horizontální poloidální pole mění s hloubkou znaménko

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

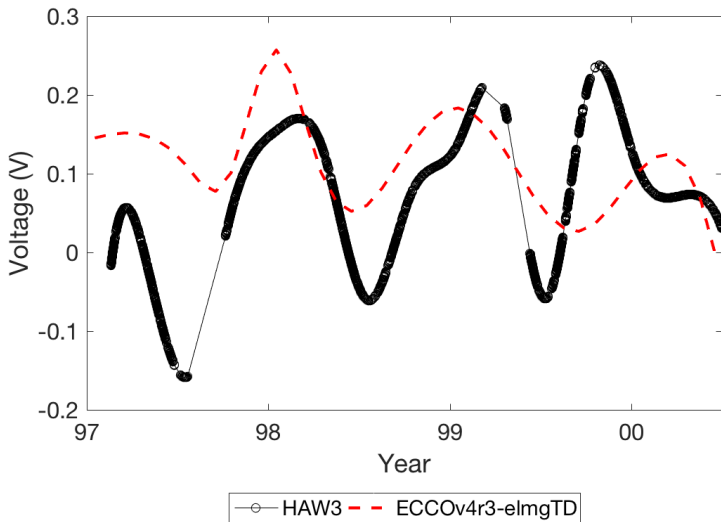
Srovnání s měřeními z podmořských kabelů



ve spolupráci s N. Schnepf, NGDC Boulder

# Elektrické a magnetické pole v oceánech

Srovnání s měřeními z podmořských kabelů



# De magno magnete tellure

## O velikém magnetu zemském

Jakub Velímský



Katedra geofyziky  
Univerzita Karlova  
Matematicko-fyzikální fakulta  
<mailto:jakub.velimsky@mff.cuni.cz>  
<http://geo.mff.cuni.cz/~velimsky/>



Seminář KDF, 21. března 2019

# Projekt Kreil: Vývoj školní geomagnetické observatoře

Návrh **bakalářské** nebo **diplomové** práce pro obor *Učitelství fyziky*



Historie měření magnetického pole Země sahá až do středověku, ale na našem území jsou její počátky spojeny především se jménem Karla Kreila (1798–1862), který působil v pražském Klementinu a o svých měřeních korespondoval s von Humboldtem i samotným Gaußem. Cílem projektu, který je pojmenovaný na jeho počest, bude vyvinout stavebnici školního magnetometru, tedy přístroje k měření magnetického pole Země, vhodnou pro použití při výuce fyziky na středních školách i ve fyzikálních kroužcích. V současné době se pro vývoj takové stavebnice jeví jako ideální volba platforma *Arduino*, pro kterou již existují rozšíření s magnetickými senzory. Diplomová práce je dobrou volbou pro nadšeného budoucího fyzikáře — „bastlíře“. Bude třeba řešit otázky

- ▶ výběru magnetického senzoru (Hallův efekt, magnetoresistivní, flux-gate),
- ▶ volby napájení (baterie, USB, solární panel),
- ▶ připojení k síti (WiFi, GSM, IoT),
- ▶ vývoje software vlastní stanice,
- ▶ designu pouzdra (3D tisk),
- ▶ vývoje software centrálního serveru, který bude shromažďovat a zobrazovat data ze stanic,
- ▶ propagace na středních školách a spolupráce s učiteli.

Školitel: Jakub Velímský (není na fotografii)

E-mail: [velimsky@karel.troja.mff.cuni.cz](mailto:velimsky@karel.troja.mff.cuni.cz)

WWW: [geo.mff.cuni.cz](http://geo.mff.cuni.cz)

